

Bài 5. Phương trình lượng giác

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*). Khi đó:

- a) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$
- b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm
- *c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$
- *d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{-\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

Câu 2. Cho phương trình lượng giác $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ (*). Khi đó:

- *a) Phương trình (*) có nghiệm $x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$
- b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -30°
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ bằng 180°
- d) Trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 60°

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

$$\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$$

$$-180^\circ < x < 90^\circ \Rightarrow -180^\circ < 30^\circ + k90^\circ < 90^\circ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k = \{-2; -1; 0\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -150^\circ \\ x = -60^\circ \\ x = 30^\circ \end{cases}$$

Câu 3. Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (*). Khi đó

a) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{6}\right)$

b) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

*c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $\frac{-5\pi}{9}$

*d) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{3}\right) \Leftrightarrow 3x = \frac{-\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{-\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} < 0 (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \frac{-7}{6} < k < \frac{1}{3} \Rightarrow k = \{-1; 0\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{9} \\ x = \frac{-4\pi}{9} \end{cases}$$

Câu 4. Cho phương trình lượng giác $2\cos x = \sqrt{3}$, khi đó:

a) Phương trình có nghiệm $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có 4 nghiệm

*c) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ bằng $\frac{25\pi}{6}$

*d) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{13\pi}{6}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Ta có: $2\cos x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Vì $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}$

Vậy nghiệm x thỏa mãn đề bài là: $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}$

Câu 5. Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*), vậy:

*a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$

*b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

*d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vì } x \in (0; \pi) \text{ nên } x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 6. Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

*b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$

c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm

*d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta

có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{9}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 7. Cho phương trình lượng giác $3 - \sqrt{3} \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$, khi đó:

a) Phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$.

c) Khi $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$ thì phương trình có ba nghiệm

*d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right)$ bằng $\frac{\pi}{6}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Phương trình tương đương với: $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vì $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{7\pi}{12} < \frac{k\pi}{2} < \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{7}{6} < k < \frac{2}{3}$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0\}$.

Với $k = -1$ thì $x = -\frac{\pi}{6}$, với $k = 0$ thì $x = \frac{\pi}{3}$.

Vậy $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{\pi}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 8. Cho phương trình lượng giác $\sin x = -\frac{1}{2}$, khi đó:

a) Phương trình tương đương $\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

*b) Phương trình có nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là ba nghiệm

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Ta có: $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - (-\frac{\pi}{6}) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{6}$

Khi $x \in (-\pi; \pi)$ phương trình có hai nghiệm

Câu 9. Cho phương trình lượng giác $2 \sin x = \sqrt{2}$, khi đó:

*a) Phương trình tương đương $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$

b) Phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

*c) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là hai nghiệm

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có: $2 \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$

Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là một nghiệm

Câu 10. Cho phương trình lượng giác $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0$, khi đó:

a) Phương trình tương đương $\sin \left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin \left(\frac{\pi}{3}\right)$

b) Phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

*c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$

*d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là hai nghiệm

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Ta có: $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin \left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{12} = \pi - (-\frac{\pi}{3}) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$

Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là hai nghiệm

Câu 11. Cho phương trình lượng giác $\sqrt{2} - 2\sin(45^\circ - 2x) = 0$, vậy:

*a) Phương trình tương đương với $\sin(45^\circ - 2x) = \sin 45^\circ$

*b) Đồ thị hàm số $y = \sqrt{2} - 2\sin(45^\circ - 2x)$ cắt trục hoành tại điểm gốc tọa độ

*c) Phương trình có nghiệm là: $x = -k180^\circ; x = -45^\circ - k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

d) Trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ phương trình đã cho có một nghiệm

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} - 2\sin(45^\circ - 2x) = 0 &\Leftrightarrow \sin(45^\circ - 2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(45^\circ - 2x) = \sin 45^\circ \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 45^\circ - 2x = 45^\circ + k360^\circ \\ 45^\circ - 2x = 180^\circ - 45^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -k180^\circ \\ x = -45^\circ - k180^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = -k180^\circ; x = -45^\circ - k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ phương trình đã cho có hai nghiệm

Câu 12. Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ và $y = \sin x$, khi đó:

*a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số: $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x$

*b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm

d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}), (\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8})$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

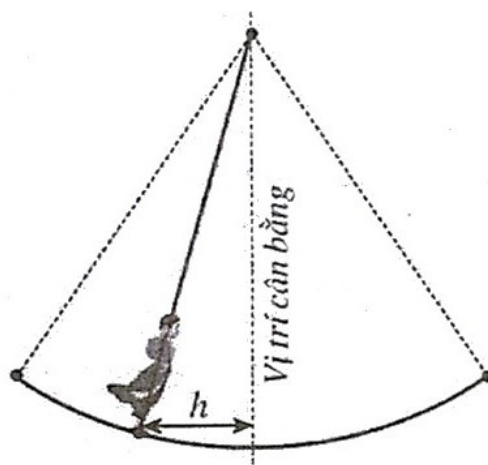
$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{3\pi}{8}; \frac{11\pi}{8} \right\}.$$

$$\text{Với } x = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{3\pi}{8} \approx 0,92 \quad \text{với } x = \frac{11\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{11\pi}{8} \approx -0,92$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{3\pi}{8} \right), \left(\frac{11\pi}{8}; \sin \frac{11\pi}{8} \right)$.

Câu 13. Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right)$; trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h = |x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng. Khi đó:



*a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là $h = 1,5m$.

b) Trong 10 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất

$$\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$$

*c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì

d) Trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần?

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$h = |x| = \left| 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) \right| \leq 1,5$$

Ta có

a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là $h = 1,5m$.

$$\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = \pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t\pi}{4} = k2\pi \\ \frac{t\pi}{4} = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8k \\ t = 4 + 8k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Khi đó

b) Vậy trong 10 giây đầu tiên thì vật ở xa vị trí cân bằng nhất tại các thời điểm $t = 0, t = 4, t = 8$ (giây).

$$x = 0 \Leftrightarrow 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$$

c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì

$$\Leftrightarrow \frac{t\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow t = 2 + 4k (k \in \mathbb{Z}).$$

d) Vậy trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật ở vị trí cân bằng tại các thời điểm $t = 2, t = 6, t = 10, t = 14, t = 18$ (giây); tức là có 5 lần vật qua vị trí cân bằng.

---HẾT---