PHÒNG GD&ĐT XUYÊN MỘC	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**
TRƯỜNG THCS BƯNG RIỀNG	**MÔN: TOÁN**
	Năm học: 2017-2018

Bài 1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên x thì biểu thức $A = x^5 - x$ luôn chia hết cho 30.

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

1) $a(x^2+1) - x(a^2+1)$

2) $6x^3 + 13x^2 + 4x - 3$

3) $(x^2+x)^2 - 2(x^2+x) - 15$

Bài 3.

a) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $B = \dfrac{4x^3 - 6x^2 + 8x}{2x - 1}$ nhận giá trị nguyên

b) Tìm giá trị của a và b để biểu thức $C = a^2 - 4ab + 5b^2 - 2b - 6$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 4. Chứng minh rằng: $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6) + 10 \geq 1$

Bài 5. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và BC.

a) Tính diện tích tứ giác $AMND$.

b) Phân giác góc CDM cắt BC tại E. Chứng minh $DM = AM + CE$

Bài 6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, BD, CE là hai đường cao của tam giác cắt nhau tại điểm H. Chứng minh rằng:

a) $HD.HB = HE.HC$

b) $\Delta HDE \sim \Delta HCB$

c) $BH.BD+CH.CE=BC^2$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$A=x^5-x=x(x^4-1)=x(x^2-1)(x^2+1)=(x-1)x(x+1)(x^2+1)$

Vì $(x-1)x(x+1)$ là tích ba số nguyên liên tiếp nên $A\vdots 6$ (1)

+) Nếu $x\vdots 5\Rightarrow A\vdots 5$

+)Nếu $x:5$ dư 1 thì $(x-1)\vdots 5\Rightarrow A\vdots 5$

+)Nếu $x:5$ dư 4 thì $(x+1)\vdots 5\Rightarrow A\vdots 5$

+)Nếu $x:5$ dư 2 hoặc 3 thì $x^2:5$ dư 4 $\Rightarrow (x^2+1)\vdots 5\Rightarrow A\vdots 5$

Vậy $A\vdots 5$ với mọi x và $(5,6)=1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A\vdots 30$

Bài 2.

1) $a(x^2+1)-x(a^2+1)=ax^2+a-a^2x-x=ax(x-a)-(x-a)=(ax-1)(x-a)$

2) $6x^3+13x^2+4x-3=6x^3+6x^2+7x^2+7x-3x-3$

$=6x^2(x+1)+7x(x+1)-3(x+1)=(x+1)(6x^2+7x-3)$

$=(x+1)(6x^2+9x-2x-3)=(x+1)[3x(2x+3)-(2x+3)]$

$=(x+1)(2x+3)(3x-1)$

3) $(x^2+x)^2-2(x^2+x)-15=(x^2+x)^2-2(x^2+x)+1-16$

$=(x^2+x-1)^2-4^2=(x^2+x-5)(x^2+x+3)$

Bài 3.

$a)\qquad B=\dfrac{4x^3-6x^2+8x}{2x-1}=\dfrac{4x^3-2x^2-4x^2+2x+6x-3+3}{2x-1}=2x^2-2x+3+\dfrac{3}{2x-1}$

Để B nhận giá trị nguyên thì $(2x-1)\in U(3)=\{-1;1;-3;3\}\Rightarrow x\in\{0;1;-1;2\}$

$b)\qquad C=a^2-4ab+4b^2+b^2-2b+1-7=(a-2b)^2+(b-1)^2-7\ge -7$

Vậy tại $\begin{cases}a-2b=0\\b-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ thì $MinC=-7$

Bài 4.

Ta có: $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6)+10=(x-1)(x-6)(x-4)(x-3)+10$

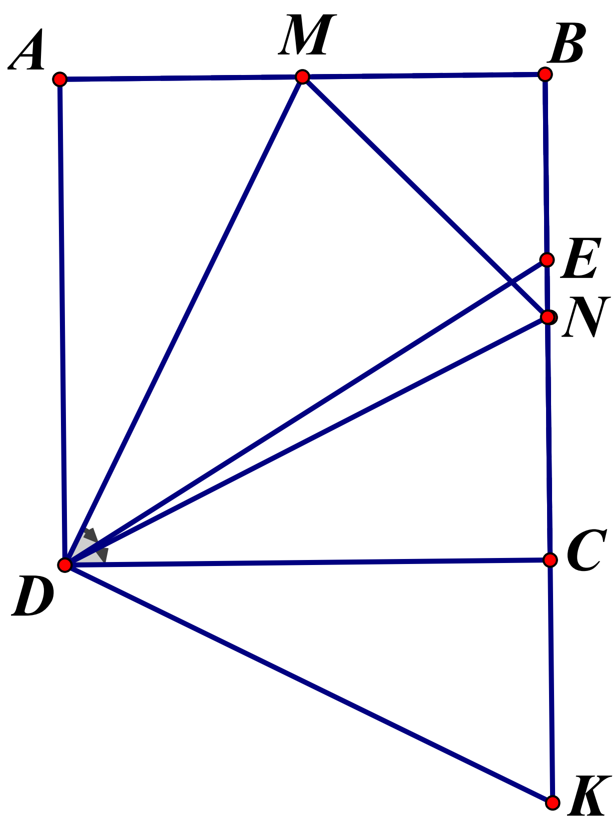
$=(x^2-7x+6)(x^2-7x+12)+10=(x^2-7x+9-3)(x^2-7x+9+3)+10$

$=(x^2-7x+9)^2-3^2+10=(x^2-7x+9)^2+1$

Vì $(x^2-7x+9)^2\ge 0\ \forall x$

Nên $(x^2-7x+9)^2+1\ge 1$ với mọi x

Bài 5.



a) $S_{AMND} = S_{ABCD} - S_{BMN} - S_{NCD}$

Ta có: ΔBMN vuông tại B có $BM = BN = \frac{a}{2} = CN$

ΔNCD vuông tại C có $DC = a$ $\Rightarrow S_{AMND} = a^2 - \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a}{2} - \frac{1}{2}a.\frac{a}{2} = a^2 - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{8}$

b) Trên tia đối của tia CB lấy điểm K sao cho $CK = AM$.
Dễ dàng chứng minh được
$\Delta ADM = \Delta CDK\,(c.g.c) \Rightarrow AM = CK; DM = DK\,(1)$
Và $\widehat{ADM} = \widehat{CDK}$

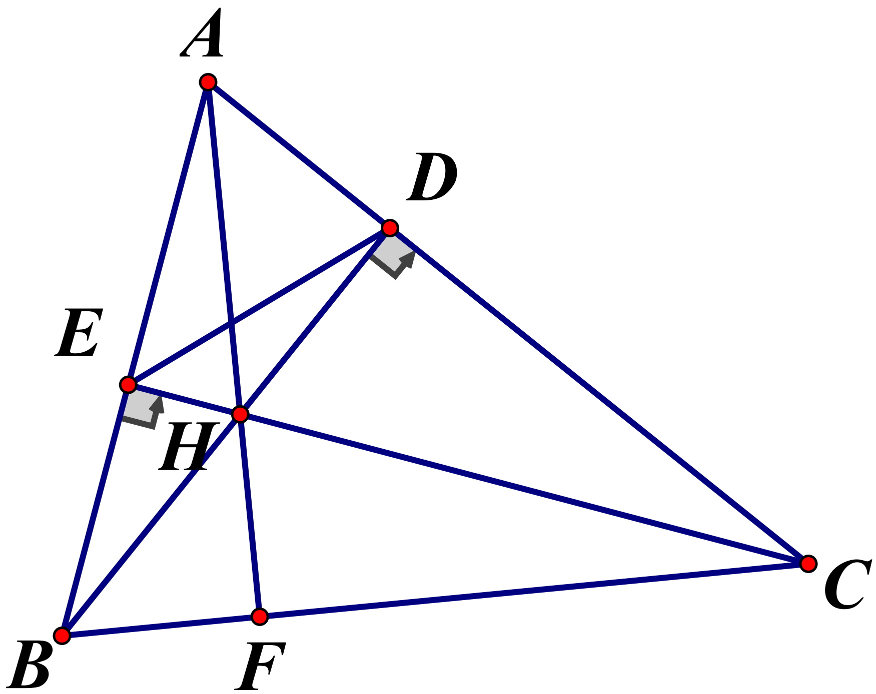
Ta có: $\widehat{ADE} = \widehat{ADM} + \widehat{MDE} = \widehat{EDC} + \widehat{CDK} = \widehat{EDK}\,(Vì\,\widehat{MDE} = \widehat{EDC})$

Mặt khác $\widehat{ADE} = \widehat{DEK}$ (so le trong)

$\Rightarrow \widehat{EDK} = \widehat{DEK}$. Vậy ΔDKE cân tại K $\Rightarrow DK = KE = CK + CE\,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $DM = AM + CE$

Bài 6.



a) Chứng minh $\Delta BHE \sim \Delta CHD$ vì $\widehat{E} = \widehat{D} = 90^0; \widehat{EBH} = \widehat{DCH}$ (cùng phụ góc A)

$\Rightarrow \dfrac{HE}{HD} = \dfrac{HB}{HC} \Rightarrow HD.HB = HE.HC$

b) Từ $\dfrac{HE}{HD} = \dfrac{HB}{HC} \Rightarrow \dfrac{HE}{HB} = \dfrac{HD}{HC}$ và $\widehat{EHD} = \widehat{CHB}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \Delta HDE \sim \Delta HCB$

c) Vì H là giao điểm của hai đường cao BD và CE nên H là trực tâm của tam giác $\Rightarrow AH$ là đường cao thứ ba. Gọi F là giao điểm của AH với BC.

Ta có: $AF \perp BC$

$\Delta BHF \sim \Delta BCD (g.g) \Rightarrow \dfrac{BH}{BC} = \dfrac{BF}{BD} \Rightarrow BH.BD = BF.BC (*)$

$\Delta CHF \sim \Delta BCE (g.g) \Rightarrow \dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CF}{CE} \Rightarrow CH.CE = CF.BC (**)$

Cộng theo vế $(*), (**)$: $BH.BD + CH.CE = BC.(BF + CF) = BC^2$