

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

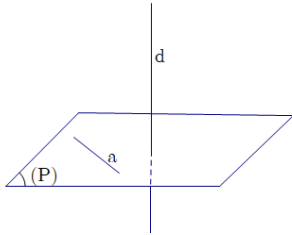
1. Hai đường thẳng vuông góc

Hai đường thẳng a và b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° , kí hiệu $a \perp b$.

2. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

a) Định nghĩa

Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu đường thẳng d vuông góc với mọi đường thẳng trong mặt phẳng (P) (Hình), kí hiệu $d \perp (P)$ hoặc $(P) \perp d$.



b) Dấu hiệu nhận biết

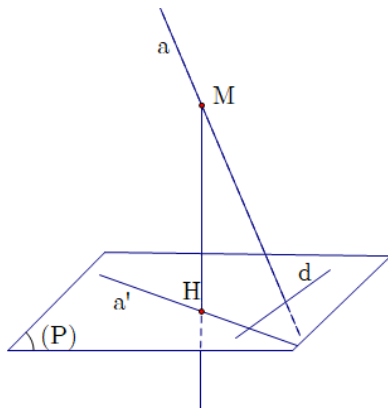
Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.

c) Tính chất

- Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước
- Cho hai đường thẳng song song. Một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- Cho hai mặt phẳng song song. Một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

d) Định lý ba đường vuông góc

Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) . Khi đó, d vuông góc với a khi và chỉ khi d vuông góc với hình chiếu vuông góc a' của a trên (P) (Hình).



3. Hai mặt phẳng vuông góc

a) Định nghĩa

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau tạo nên bốn góc nhị diện. Nếu một trong các góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì hai mặt phẳng $(P), (Q)$ gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $(P) \perp (Q)$.

b) Dấu hiệu nhận biết

Nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng mà đường thẳng đó vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau.

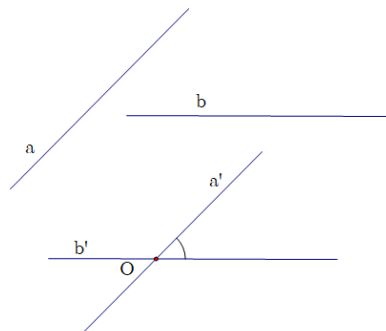
c) Tính chất

- Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

II. GÓC TRONG KHÔNG GIAN

1. Góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b (Hình), kí hiệu (a, b) hoặc $\angle(a, b)$.



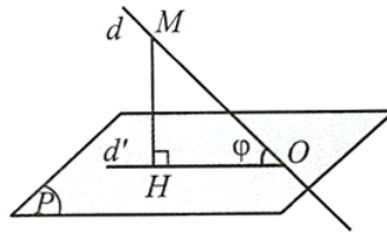
Nhận xét: Góc giữa hai đường thẳng trong không gian có số đo từ 0° đến 90° .

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) , ta có định nghĩa sau:

- Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa d và (P) bằng 90° .

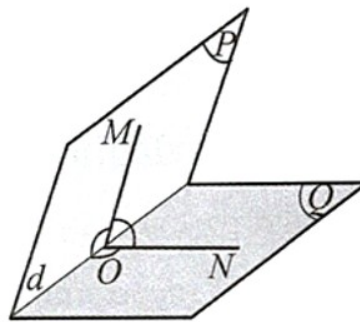
- Nếu đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa d và hình chiếu d' của đường thẳng d trên (P) (Hình), kí hiệu $(d, (P))$.



Nhận xét: Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng có số đo từ 0° đến 90° .

3. Góc nhị diện

- Góc nhị diện là hình gồm hai nửa mặt phẳng có chung bờ; kí hiệu $[P, d, Q]$ hoặc $[M, d, N]$, trong đó $(P), (Q)$ là hai nửa mặt phẳng có chung bờ là đường thẳng d và M, N là các điểm lần lượt thuộc hai nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ (Hình). Đường thẳng d gọi là cạnh của góc nhị diện, mỗi nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ gọi là một mặt của góc nhị diện.



- Cho góc nhị diện. Một góc có đỉnh thuộc cạnh của góc nhị diện, hai cạnh của góc đó lần lượt thuộc hai mặt nhị diện và cùng vuông góc với cạnh của góc nhị diện, được gọi là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện đã cho.

- Số đo của một góc phẳng nhị diện được gọi là số đo của góc nhị diện đó.

- Nếu số đo góc phẳng nhị diện bằng 90° thì góc nhị diện đó gọi là góc nhị diện vuông.

Nhận xét: Góc nhị diện có số đo từ 0° đến 180° .

III. KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ là khoảng cách từ điểm M đến hình chiếu vuông góc H của M trên Δ , kí hiệu $d(M, \Delta)$.

2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là khoảng cách từ điểm M đến hình chiếu vuông góc H của M trên (P) , kí hiệu $d(M, (P))$.

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và Δ' là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia, kí hiệu $d(\Delta, \Delta')$.

4. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Cho đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) . Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng Δ đến mặt phẳng (P) , kí hiệu $d(\Delta, (P))$.

5. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia, kí hiệu $d((P), (Q))$.

6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau.

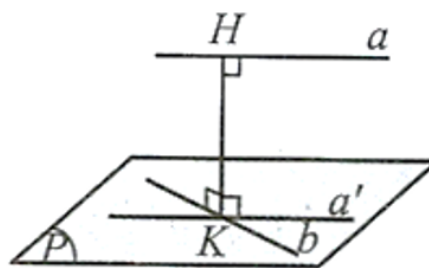
- Có và chỉ có một đường thẳng c vừa vuông góc, vừa cắt cả hai đường thẳng a, b , gọi là đường vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

- Đoạn thẳng có hai đầu mút là giao điểm của đường thẳng c với hai đường thẳng a, b gọi là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

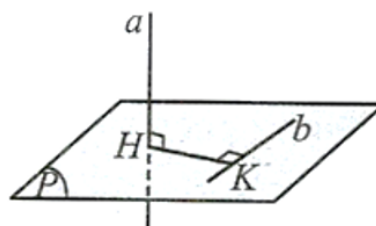
- Độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng a, b gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng đó, kí hiệu $d(a, b)$.

Nhận xét

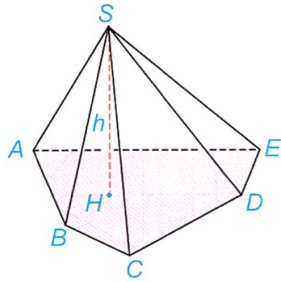
- Gọi (P) là mặt phẳng chứa b và song song với a , hình chiếu của a trên (P) là a' , giao điểm của a' và b là K , hình chiếu của K trên a là H (Hình). Khi đó HK là đoạn vuông góc chung của a và b . Ngoài ra, $d(a, b) = HK = d(a, (P))$.



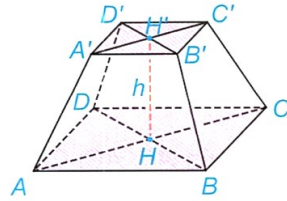
- Trong trường hợp đặc biệt ab , ta có thể xác định như sau: Gọi (P) là mặt phẳng chứa b và vuông góc với a , giao điểm của a và (P) là H , hình chiếu của H trên b là K (Hình). Khi đó HK là đoạn vuông góc chung của a và b .



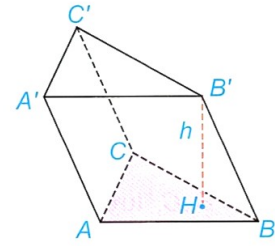
IV. THỂ TÍCH CỦA MỘT SỐ KHỐI ĐA DIỆN



$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$$



$$V = \frac{1}{3} \cdot (S + S' + \sqrt{S \cdot S'}) \cdot h$$



$$V = S \cdot h$$

- Công thức tính thể tích của khối lăng trụ: $V = Sh$.

Trong đó V, S, h lần lượt là thể tích, diện tích đáy, chiều cao của khối lăng trụ.

- Công thức tính thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}Sh$.

Trong đó V, S, h lần lượt là thể tích, diện tích đáy, chiều cao của khối chóp.

- Công thức tính thể tích của khối chóp cụt đều: $V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$.

Trong đó V, h, S_1, S_2 lần lượt là thể tích, chiều cao, diện tích hai đáy của khối chóp cụt đều.