



## Chương

# Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN



## Luyện tập

### A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho đường thẳng  $D$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -4; -6)$ . Vector nào sau đây không phải là vector chỉ phương của  $D$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (1; -2; -3)$  . B.  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$  . C.  $\vec{u}_3 = (-2; -4; 6)$  . D.  $\vec{u}_4 = (-3; 6; 9)$  .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\frac{2}{-2} \neq \frac{-4}{-4}$  nên  $\vec{u}_3$  không cùng phương với  $\vec{u}$ .  
Vậy  $\vec{u}_3$  không phải là vector chỉ phương của  $D$ .

» Câu 2. Cho đường thẳng  $D$  có phương trình  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{4}$ . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của  $D$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; -1)$  . B.  $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$  . C.  $\vec{u}_3 = (-3; 2; -4)$  . D.  $\vec{u}_4 = (3; 2; 4)$  .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

$D: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{4}$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u} = (3; -2; 4)$ .  
 $\vec{u}_3 = (-3; 2; -4) = -\vec{u}$  nên  $\vec{u}_3$  là một vector chỉ phương của  $D$ .

» Câu 3. Cho đường thẳng  $D$  có phương trình  $\begin{cases} x=3-t \\ y=-1 \\ z=3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của  $D$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (3; -1; 3)$  . B.  $\vec{u}_2 = (3; -1; 0)$  . C.  $\vec{u}_3 = (-1; -1; 3)$  . D.  $\vec{u}_4 = (-1; 0; 3)$  .

👉 **Lời giải**

**Chọn D**

$D: \begin{cases} x=3-t \\ y=-1 \\ z=3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u}_4 = (-1; 0; 3)$ .



» **Câu 4.** Cho đường thẳng  $D$  vuông góc với mặt phẳng  $(Oxy)$ . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của  $D$ ?

- A.  $\vec{i} = (1; 0; 0)$  . B.  $\vec{j} = (0; 1; 0)$  . C.  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  . D.  $\vec{u} = (1; 1; 0)$  .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Đường thẳng  $D$  vuông góc với mặt phẳng  $(Oxy)$  nên  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  là một vector chỉ phương của  $D$ .

» **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình chính tắc của đường thẳng  $AB$  với  $A(1; 1; 2)$  và  $B(-4; 3; -2)$  là:

A.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$  .

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$  .

C.  $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$  .

D.  $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$  .

👉 **Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng  $AB$  đi qua điểm  $B(-4; 3; -2)$ , nhận  $\vec{AB} = (-5; 2; -4)$  làm vector chỉ

phương, có phương trình chính tắc là:  $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$ .

» **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(2; 0; -1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - y + z + 3 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  .

B.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  .

C.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  .

D.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  .

👉 **Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng đi qua điểm  $A(2; 0; -1)$ , nhận  $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1)$  làm vector chỉ phương,

có phương trình tham số là:  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  .



» **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1; -3; 5)$ ,  $B(2; -1; 7)$  có phương trình chính tắc là

**A.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-7}{2}$

**B.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-2}$

**C.**  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$

**D.**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+5}{-2}$

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1; -3; 5)$ ,  $B(2; -1; 7)$  có một VTCP là  $\vec{BA} = (-1; -2; -2)$ ,

Suy ra PTCT là  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$ .

» **Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-7}{5}$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $\Delta$ ?

**A.**  $M(1; -3; 5)$

**B.**  $N(2; -1; 7)$

**C.**  $P(1; -3; 7)$

**D.**  $Q(3; -5; 7)$

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Thay tọa độ các điểm vào PT đường thẳng ta có  $P(1; -3; 7) \in \Delta$ .

» **Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+3t \\ z=2t \end{cases}$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $\Delta$ ?

**A.**  $M(3; 1; 2)$

**B.**  $N(3; 1; 0)$

**C.**  $P(-1; 3; 2)$

**D.**  $Q(-1; -3; 0)$

👉 **Lời giải**

**Chọn D**

Thay tọa độ các điểm vào PT đường thẳng ta có  $N(3; 1; 0) \in \Delta$ .

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm  $A(3; -3; 2)$

**A.**  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$

**B.**  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{-2}$

**C.**  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{2}$

**D.**  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+5}{2}$

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Thay tọa độ điểm  $A$  vào các PT đường thẳng ta có  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{2}$  đi qua  $A$ .



» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng  $\Delta$ :

$$\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

- A.  $M(3;1;-2)$ .      B.  $N(5;1;2)$ .      C.  $P(-1;-1;6)$       D.  $Q(2;0;4)$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn A**

Thay tọa độ các điểm vào PT đường thẳng ta có  $M(3;1;-2) \notin \Delta$ .

$$D_1: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng

$$D_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-6}{4}$$

. Góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  bằng

- A.  $30^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$       D.  $45^\circ$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn B**

Ta có VTCP của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  lần lượt là  $\vec{a}_1(2;-3;2)$  và  $\vec{a}_2(1;-2;4) \Rightarrow \vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0$

Vậy góc giữa  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  bằng  $90^\circ$ .

» **Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ ,

$$d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}.$$

Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

- A. Chéo nhau.      B. Trùng nhau.      C. Song song.      D. Cắt nhau.

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{cases} \vec{u}_{d_1} = (2;1;-2) \\ \vec{u}_{d_2} = (-2;-1;2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_1 = -\vec{u}_2.$$

Do đó  $d_1$  song song hoặc trùng với  $d_2$ .

Ta có

Gọi điểm  $M(1;0;-2) \in d_1$ . Thay  $M$  vào  $d_2$  ta được:  $\frac{1+2}{-2} = \frac{0-1}{-1} = \frac{-2}{2}$  (vô lí).

Vậy  $d_1 \parallel d_2$ .

» **Câu 14.** Trên một phần mềm đã thiết kế sân khấu 3D trong không gian  $Oxyz$ . Tính

$\cos$  giữa hai tia sáng có phương trình lần lượt là  $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ ,

$$d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}.$$



- A.  $-\frac{1}{2}$ .      B. 0.      C. 1.      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Lời giải**

**Chọn B**

$d_1$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$ .

$d_2$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = (3; 3; 9)$ .

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + (-1) \cdot 9|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2 + 9^2}} = 0$$

Ta có

- » Câu 15. Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Gọi  $M_1, M_2$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên các trục  $Ox, Oy$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $M_1M_2$ ?

- A.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$       B.  $\vec{u}_1 = (0; 2; 0)$       C.  $\vec{u}_2 = (1; 2; 0)$       D.  $\vec{u}_3 = (1; 0; 0)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$M_1$  là hình chiếu của  $M$  lên trục  $Ox \Rightarrow M_1(1; 0; 0)$ .

$M_2$  là hình chiếu của  $M$  lên trục  $Oy \Rightarrow M_2(0; 2; 0)$ .

Khi đó:  $\vec{M_1M_2} = (-1; 2; 0)$  là một vectơ chỉ phương của  $M_1M_2$ .

- » Câu 16. Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ nào sau đây là tọa độ của một vectơ chỉ

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - 6t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 9t \end{cases}$$

phương của đường thẳng

- A.  $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$       B.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$       C.  $(2; 1; 0)$       D.  $(4; -6; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\vec{u} = (4; -6; 9) = 12 \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right).$$

$\Delta$  suy ra vectơ chỉ phương của  $\Delta$  là

Từ phương trình

- » Câu 17. Trong không gian  $Oxyz$ , tính góc giữa hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$  và

$$d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$$

- A.  $45^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\text{VTCP } \vec{u}_{d_1} = (1; -1; 2), \text{ VTCP } \vec{u}_{d_2} = (-1; 1; 1)$$

$$\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2})| = \frac{|1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}} = 0$$

Ta có

$$\text{Vậy } (d_1, d_2) = 90^\circ.$$

» **Câu 18.** Tính cosin góc giữa đường thẳng  $d$  với trục  $Ox$  biết  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ .

**A.**  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

**D.**  $\frac{1}{6}$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{VTCP } \vec{u}_d = (2; 1; 1), \text{ VTCP của trục } Ox \text{ là } \vec{i} = (1; 0; 0).$$

$$\text{Vậy } \cos(d, Ox) = |\cos(\vec{u}_d, \vec{i})| = \frac{|2+0+0|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2} \cdot \sqrt{1^2+0^2+0^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

» **Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x=6+5t \\ y=2+t \\ z=1 \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + 1 = 0$ . Góc hợp bởi giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng

**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $45^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $J$  là góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ .

$$\text{Ta có } \vec{u}_d = (5; 1; 0) \text{ và } \vec{n}_{(P)} = (3; -2; 0)$$

$$\sin J = |\cos(\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)})| = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow J = 45^\circ.$$

Khi đó

» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $D: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  và mặt phẳng  $(a): x + y - z - 2 = 0$ . Cosin của góc tạo bởi đường thẳng  $D$  và mặt phẳng  $(a)$  bằng

**A.**  $-\frac{\sqrt{78}}{9}$ .

**B.**  $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{9}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{78}}{9}$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng  $D$  có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; 2)$  và mặt phẳng  $(a)$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 1; -1)$ .



$$\sin(D, (a)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \cos(D, (a)) = \frac{\sqrt{78}}{9}.$$

Ta có

- » **Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - y - z - 3 = 0$  và  $(Q): x - z - 2 = 0$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng
- A.**  $30^\circ$ .      **B.**  $45^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Mp  $(P)$  có một VTPT  $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$ . Mp  $(Q)$  có một VTPT  $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$ .

$$\cos[(P), (Q)] = |\cos(\vec{n}_P, \vec{n}_Q)| = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|2 + 0 + 1|}{\sqrt{4 + 1 + 1} \cdot \sqrt{1 + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có

Vậy  $[(P), (Q)] = 30^\circ$ .

- » **Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(1; 0; 0)$ ,  $N(0; 1; 0)$  và  $P(0; 0; 1)$ . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(MNP)$  và mặt phẳng  $(Oxy)$  bằng
- A.**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      **B.**  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .      **C.**  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      **D.**  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  $(MNP)$  có một VTPT là  $\vec{n} = [\vec{MN}, \vec{MP}] = (1; 1; 1)$ .

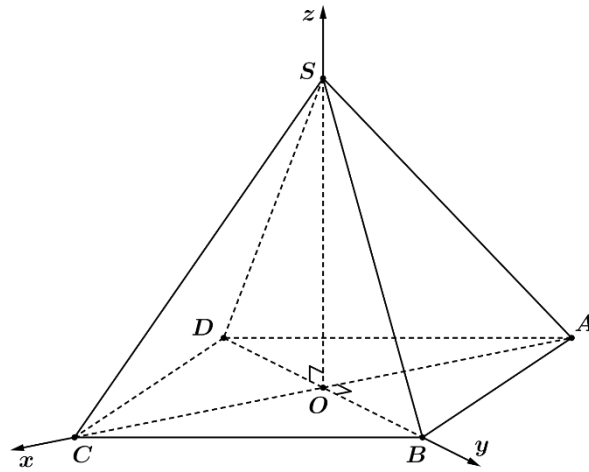
Mặt phẳng  $(Oxy)$  có một VTPT là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Gọi  $J$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(MNP)$  và  $(Oxy)$ .

$$\cos J = |\cos(\vec{n}, \vec{k})| = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ta có

- » **Câu 23.** Cho hình chóp tứ giác đều  $SABCD$  có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{2}$ , chiều cao bằng  $2a$  và  $O$  là tâm của đáy. Bằng cách thiết lập hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ bên dưới, khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng



A.  $\frac{2a}{3}$ .

B.  $\frac{2a}{\sqrt{17}}$ .

C.  $\frac{4a}{\sqrt{17}}$ .

D.  $\frac{4a}{3}$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $SABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $SO \perp (ABCD)$  và  $ABCD$  là hình vuông.

Suy ra  $OA = OB = OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = a$ .

Dựa vào hình vẽ, ta có  $C(a; 0; 0), B(0; a; 0), A(-a; 0; 0), S(0; 0; 2a)$ .

Suy ra  $\vec{AS} = (a; 0; 2a), \vec{BS} = (0; -a; 2a)$ .

Mặt phẳng  $(SAB)$  có một cặp vector chỉ phương  $\vec{u} = (1; 0; 2)$  và  $\vec{v} = (0; -1; 2)$  nên

$$\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = (2; -2; -1).$$

có VTPT là

Suy ra  $(SAB)$  có phương trình là  $(SAB): 2x - 2y - z + 2a = 0$ .

Vậy  $d(C, (SAB)) = \frac{|2 \cdot a - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 2a|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4a}{3}$ .

» **Câu 24.** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Cho biết  $AB = 2a, AD = 3a$  và  $SA = 2a$ . Cosin góc giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $BD$  bằng

A.  $-\frac{5}{\sqrt{221}}$ .

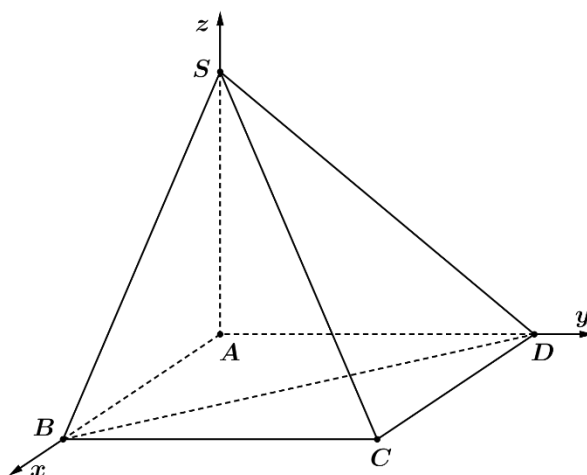
B.  $\frac{5}{\sqrt{221}}$ .

C.  $\frac{3}{\sqrt{221}}$ .

D.  $-\frac{3}{\sqrt{221}}$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn B**



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ sao cho  $A \equiv O$ .

Ta có  $B(2a;0;0), D(0;3a;0), S(0;0;2a)$  và  $C(2a;3a;0)$ .

Suy ra  $\vec{SC} = (2a;3a;-2a)$  và  $\vec{BD} = (-2a;3a;0)$ .

Hai đường thẳng  $SC$  và  $BD$  có vector chỉ phương lần lượt là  $\vec{u} = (2;3;-2)$  và  $\vec{v} = (-2;3;0)$ .

$$\cos(SC, BD) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 + (-2) \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 0^2}} = \frac{5}{\sqrt{221}}.$$

Vậy

» **Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , với mặt phẳng  $(Oxy)$  là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí  $A(0;10;0)$  với vận tốc  $\vec{v} = (150;150;40)$ . Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A.  $10^\circ$ .

B.  $12^\circ$ .

C.  $11^\circ$ .

D.  $9^\circ$ .

👉 **Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng biểu thị cho hướng chuyển động bay lên của máy bay.

Ta có  $\Delta$  nhận vector  $\vec{v} = (150;150;40) = 10(15;15;4)$  làm vector chỉ phương.

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có VTPT  $\vec{n} = (0;0;1)$ .

Gọi  $J$  là góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(Oxy)$ .



$$\sin j = |\cos(\vec{v}, \vec{n})| = \frac{|\vec{v} \cdot \vec{n}|}{|\vec{v}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|15.0 + 15.0 + 4.1|}{\sqrt{15^2 + 15^2 + 4^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{466}}.$$

Suy ra

Vậy góc nâng của máy bay là  $j \approx 11^\circ$ .

### B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

$$D_1 : \begin{cases} x=1 \\ y=2-3t (t \in \mathbf{R}) \\ z=3+4t \end{cases}$$

» Câu 26. Trong không gian Oxyz, cho các đường thẳng

$$D_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{2} \text{ và mặt phẳng } (P): x+3y-2z+1=0.$$

|     | Mệnh đề                                                                                                               | Đúng | Sai |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | Vector chỉ phương của đường thẳng $D_1$ là $\vec{a}=(1;-3;4)$                                                         |      |     |
| (b) | Đường thẳng $d_1$ vuông góc với $(P)$ có vector chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;-2)$                                      |      |     |
| (c) | Đường thẳng $d_2$ vuông góc với $D_2$ và song song với mặt phẳng $(Oxy)$ có vector chỉ phương là $\vec{u}_2=(3;-3;2)$ |      |     |
| (d) | Đường thẳng $d_3$ qua $A(1;-1;2)$ , cắt và vuông góc với trục $Oz$ có vector chỉ phương là $\vec{u}_3=(-1;-1;0)$      |      |     |

#### » Lời giải

(a) Vector chỉ phương của đường thẳng  $D_1$  là  $\vec{a}=(1;-3;4)$ .

Vector chỉ phương của đường thẳng  $D_1$  là  $\vec{a}=(0;-3;4)$ .

» Chọn SAI.

(b) Đường thẳng  $d_1$  vuông góc với  $(P)$  có vector chỉ phương là  $\vec{u}=(1;3;-2)$

Mặt phẳng  $(P)$  có 1 vector pháp tuyến là  $\vec{u}=(1;3;-2)$ .

Đường thẳng  $d_1$  vuông góc với  $(P)$  nên có 1 vector chỉ phương là  $\vec{u}=(1;3;-2)$ .

» Chọn ĐÚNG.

(c) Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $D_2$  và song song với mặt phẳng  $(Oxy)$  có vector chỉ phương là  $\vec{u}_2=(3;-3;2)$

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có 1 vector pháp tuyến là  $\vec{k}=(0;0;1)$ .

Đường thẳng  $D_2$  có vector chỉ phương là  $\vec{v}=(3;-3;2)$

Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $D_2$  và song song với mặt phẳng  $(Oxy)$  có vector chỉ phương là  $\vec{u}_2 = [\vec{v}, \vec{k}] = (-3;3;0) = -3(1;-1;0)$

» Chọn SAI.



(d) Đường thẳng  $d_3$  qua  $A(1; -1; 2)$ , cắt và vuông góc với trục  $Oz$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_3 = (-1; -1; 0)$

Gọi  $H = d_3 \cap Oz$ . Ta có  $\begin{cases} d_3 \perp Oz \\ A \in d_3 \end{cases}$ ,

Suy ra  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $Oz \Rightarrow H(0; 0; 2)$

Vậy đường thẳng  $d_3$  có 1 vectơ chỉ phương là  $\vec{AH} = (-1; 1; 0)$ .  
» **Chọn SAI.**

» **Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$ ;

$d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-3t \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P): 2x+2y+z-3=0$ .

|     | Mệnh đề                                                                                                                                                                         | Đúng | Sai |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | Khi $m=0$ , số đo góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ bằng $135^\circ$                                                                                                      |      |     |
| (b) | $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$                                                                                                                                                  |      |     |
| (c) | Đường thẳng $D$ đi qua gốc tọa độ $O$ và vuông góc với $(P)$ tạo với đường thẳng $d_1$ một góc $\alpha$ có $\cos \alpha = \frac{4}{9}$                                          |      |     |
| (d) | Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ bằng $90^\circ$ . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$ |      |     |

» **Lời giải**

$d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (-1; -2; 2)$

(a) Khi  $m=0$ , số đo góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng  $135^\circ$ .

Khi  $m=0$ , đường thẳng  $d_2$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{v} = (1; 1; 0)$

$$\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra số đo góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng  $45^\circ$ .

» **Chọn SAI.**

(b)  $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$ .

Trục  $Ox$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{i} = (1; 0; 0)$

$$\cos(d_1, Ox) = |\cos(\vec{u}, \vec{i})| = \frac{1}{3}$$



» **Chọn SAI.**

(c) Đường thẳng  $D$  đi qua gốc tọa độ  $O$  và vuông góc với  $(P)$  tạo với đường thẳng  $d_1$  một góc  $\alpha$  có  $\cos \alpha = \frac{4}{9}$ .

Mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$  có vector pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 2; 1)$

Đường thẳng  $D$  đi qua gốc tọa độ  $O$  và vuông góc với  $(P)$  nên có vector chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$

$$\cos(d_1, D) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{4}{9}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Khi  $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng  $90^\circ$ . Giá trị biểu thức  $a^2 + b^2 = 13$ .

Số đo góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng  $90^\circ$  khi hai đường thẳng vuông góc

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow -3 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$$

Khi đó

$$\text{Suy ra } a = -3; b = 2$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 = 13$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $D: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 2025 = 0$ .

|     | Mệnh đề                                                                                                                                                        | Đúng | Sai |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | Số đo góc giữa hai đường thẳng $D$ và $(P)$ bằng $90^\circ$                                                                                                    |      |     |
| (b) | Biết hình chiếu của $O$ lên $(P)$ là $H(3; -1; 2)$ . $\alpha$ là số đo góc giữa $(P)$ và đường thẳng $D$ , $\cos \alpha = \frac{1}{14}$                        |      |     |
| (c) | Đường thẳng $d_1$ là giao tuyến của $(P)$ và $(Oxy)$ . Gọi $\beta$ là góc giữa $d_1$ và mặt phẳng $(Oxz)$ . Khi đó $\beta > 30^\circ$                          |      |     |
| (d) | Đường thẳng $d_2$ vuông góc với $(P)$ tạo với $(Q): x + my - 3 = 0$ một góc $30^\circ$ . Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số $m$ bằng $-\frac{16}{5}$ . |      |     |

👉 **Lời giải**



$$D: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3} \text{ có vector chỉ phương là } \vec{u} = (-1; 2; 3)$$

(a) Số đo góc giữa hai đường thẳng  $D$  và  $(P)$  bằng  $90^\circ$ .

$$(P): x+2y-z+2025=0 \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{v} = (1; 2; -1)$$

$$\sin(D, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = 0, \text{ suy ra số đo góc giữa hai đường thẳng } D \text{ và mặt phẳng } (P): x+2y-z+2025=0 \text{ bằng } 0^\circ.$$

» Chọn SAI.

(b) Biết hình chiếu của  $O$  lên mặt phẳng  $(P)$  là  $H(3; -1; 2)$ .  $a$  là số đo góc giữa mặt

$$\text{phẳng } (P) \text{ và đường thẳng } D, \cos a = \frac{1}{14}$$

Hình chiếu của  $O$  lên mặt phẳng  $(P)$  là  $H(3; -1; 2)$  nên vector pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{OH} = (3; -1; 2)$

$$\sin a = |\cos(\vec{u}, \vec{OH})| = \frac{|-3-2+6|}{14} = \frac{1}{14}$$

» Chọn SAI.

(c) Đường thẳng  $d_1$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(Oxy)$ . Gọi  $b$  là góc giữa  $d_1$  và mặt phẳng  $(Oxz)$ . Khi đó  $b > 30^\circ$

$$(Oxy) \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{k} = (0; 0; 1)$$

$$(P): x+2y-z+2025=0 \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{v} = (1; 2; -1)$$

$$\text{Suy ra vector chỉ phương của } d \text{ là } [\vec{k}, \vec{v}] = (-2, 1, 0) = \vec{a}$$

$$\sin b = |\cos(\vec{a}, \vec{j})| = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow b \approx 27^\circ < 30^\circ$$

» Chọn SAI.

(d) Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $(P)$  tạo với  $(Q): x+my-3=0$  một góc  $30^\circ$ . Khi đó

$$\text{tổng tất cả các giá trị của tham số } m \text{ bằng } \frac{-16}{5}.$$

$$\text{Đường thẳng } d_2 \text{ vuông góc với } (P) \text{ nên có vector chỉ phương là } \vec{v} = (1; 2; -1)$$

$$(Q): x+my-3=0 \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{n}_Q = (1; m; 0)$$

$$\sin(d_2, (Q)) = |\cos(\vec{n}_Q, \vec{v})| = \frac{|2+2m|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2|2+2m| = \sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}$$

$$\Leftrightarrow 2(4+8m+4m^2) = 3(m^2+1) \Leftrightarrow 5m^2+16m+5=0 \Leftrightarrow m = \frac{-8 \pm \sqrt{39}}{5}$$

$$\text{Tổng tất cả các giá trị của tham số } m \text{ bằng } \frac{-16}{5}$$



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABC$  có ba điểm  $S(0;0;3)$ ,  $A(0;0;0)$ ,  $B(1;0;0)$ ,  $C(0;2;0)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z-3=0$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

|     | Mệnh đề                                                                              | Đúng | Sai |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | Côsin góc giữa hai mặt phẳng $(SAB)$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng 0                     |      |     |
| (b) | Côsin góc giữa hai mặt phẳng $(SBC)$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $\frac{2}{7}$         |      |     |
| (c) | Côsin góc giữa hai mặt phẳng $(SBC)$ và mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{10\sqrt{3}}{21}$ |      |     |
| (d) | Góc giữa hai mặt phẳng $(SAC)$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $90^\circ$                  |      |     |

🔗 **Lời giải**

(a) Côsin góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng 0

Nhận xét bốn điểm  $S(0;0;3)$ ,  $A(0;0;0)$ ,  $B(1;0;0)$ ,  $C(0;2;0)$  thuộc một tứ diện vuông  $S.ABC$  nên dễ thấy  $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow \cos((SAB);(ABC))=0$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Côsin góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $\frac{2}{7}$

Ta có:  $(SBC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Rightarrow (SBC): 6x + 3y + 2z - 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(SBC)} = (6; 3; 2)$

$(ABC)$  có  $\vec{n}_{(ABC)} = \vec{SA} = (0; 0; 3)$

$$\cos((SBC);(ABC)) = \frac{|\vec{n}_{(ABC)} \cdot \vec{n}_{(SBC)}|}{|\vec{n}_{(ABC)}| \cdot |\vec{n}_{(SBC)}|} = \frac{|6 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 3|}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 3^2} \cdot \sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{2}{7}$$

» **Chọn ĐÚNG**

(c) Côsin góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $\frac{10\sqrt{3}}{21}$

Ta có:  $\begin{cases} \vec{n}_{(SBC)} = (6; 3; 2) \\ \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1) \end{cases}$

$$\cos((SBC);(P)) = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{|6 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{10\sqrt{3}}{21}$$

Nên



» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $90^\circ$

Nhận xét bốn điểm  $S(0;0;3)$ ,  $A(0;0;0)$ ,  $B(1;0;0)$ ,  $C(0;2;0)$  thuộc một tứ diện vuông  $SABC$  nên dễ thấy  $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow ((SAB);(ABC)) = 90^\circ$

» **Chọn ĐÚNG**

» **Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$  và

$d': \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$ ;  $(\Delta): \frac{x-2}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$  Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

|     | <b>Mệnh đề</b>                                                     | <b>Đúng</b> | <b>Sai</b> |
|-----|--------------------------------------------------------------------|-------------|------------|
| (a) | Hai đường thẳng $d$ và $d'$ vuông góc với nhau                     |             |            |
| (b) | Hai đường thẳng $d$ và $d'$ cắt nhau tại điểm có tọa độ $(-1;0;3)$ |             |            |
| (c) | Hai đường thẳng $d'$ và $(\Delta)$ song song hoặc trùng nhau       |             |            |
| (d) | Hai đường thẳng $d'$ và $(\Delta)$ trùng nhau                      |             |            |

» **Lời giải**

(a) Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  vuông góc với nhau

Ta có:  $\begin{cases} \vec{u}_d = (2; -1; 4) \\ \vec{u}_{d'} = (3; 2; -1) \end{cases}$  và  $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'} = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0 \Rightarrow d \perp d'$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  cắt nhau tại điểm có tọa độ  $(-1;0;3)$

Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  cắt nhau tại điểm có tọa độ

$$d: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1} \Rightarrow d: \begin{cases} x = -4 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 4 - t' \end{cases} \quad \text{và} \quad d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases} -3 + 2t = -4 + 3t' \\ 1 - t = -2 + 2t' \\ -1 + 4t = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 3t' = -1 \\ -t - 2t' = -3 \\ 4t + t' = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 1 \\ 4 \cdot 1 + 1 = 5 \end{cases} \text{ (đúng)}$$

Xét hệ:

Vậy tọa độ giao điểm của  $d$  và  $d'$  là  $(-1;0;3)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Hai đường thẳng  $d'$  và  $(\Delta)$  song song hoặc trùng nhau



Ta có:  $\begin{cases} \vec{u}_\Delta = (-3; -2; 1) \\ \vec{u}_{d'} = (3; 2; -1) \end{cases}$ , có:  $\frac{-3}{3} = \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \Rightarrow \vec{u}_\Delta$  cùng phương  $\vec{u}_{d'}$  suy ra  $\begin{cases} d' // \Delta \\ d' \equiv \Delta \end{cases}$   
**» Chọn ĐÚNG.**

**(d)** Hai đường thẳng  $d'$  và  $(\Delta)$  trùng nhau

Ta có:  $A(-4; -2; 4) \in d'$ , ta kiểm tra  $A$  có thuộc  $\Delta$  hay không?

$$\frac{-4-2}{-3} = \frac{-2-2}{-2} = \frac{4-1}{1} \quad (\text{vô lí}) \Rightarrow A \notin \Delta \text{ nên } d' // \Delta$$

**» Chọn SAI.**

**» Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , Hai máy bay cùng xuất phát từ hai phi trường, trên màn hình radar của trạm điều khiển (với đơn vị trên ba trục chính theo đơn vị km), sau khi xuất phát  $t$  giờ ( $t \geq 0$ ), vị trí của máy bay số một được xác định

bởi công thức  $\begin{cases} x = 20 + 2t \\ y = 20 + t \\ z = -10 - t \end{cases}$ , vị trí máy bay số hai có tọa độ là

$(30 + t'; 20 + t'; -10 - t')$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

|            | Mệnh đề                                                                                                      | Đúng | Sai |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| <b>(a)</b> | Côsin góc giữa hai máy bay số một và máy bay số hai là $\frac{5\sqrt{2}}{6}$                                 |      |     |
| <b>(b)</b> | Sau 10 giờ kể từ thời điểm bay hai máy bay gần nhau nhất                                                     |      |     |
| <b>(c)</b> | Nếu máy bay số một vẫn ở phi trường (đứng ở vị trí ban đầu) thì vị trí tọa độ của máy bay là $(20; 20; -10)$ |      |     |
| <b>(d)</b> | Sau 5 giờ thì vị trí tọa độ máy bay số 2 trong không gian là $(35; 25; -10)$                                 |      |     |

**👉 Lời giải**

**(a)** Côsin góc giữa hai máy bay số một và máy bay số hai là  $\frac{5\sqrt{2}}{6}$

Giả sử đường bay của máy bay số 1 là  $(\Delta_1): \begin{cases} x = 20 + 2t \\ y = 20 + t \\ z = -10 - t \end{cases}$  có  $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$  và đường

bay của máy bay số 2 thỏa  $(30 + t'; 20 + t'; -10 - t') \in (\Delta_2): \begin{cases} x = 30 + t' \\ y = 20 + t' \\ z = -10 - t' \end{cases}$  có  $\vec{u}_2 = (1; 1; -1)$



$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

Ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Sau  $10$  giờ kể từ thời điểm bay hai máy bay gần nhau nhất.

Sau bao lâu kể từ thời điểm bay hai máy bay gần nhau nhất?

Kể từ thời điểm xuất phát, để hai máy bay gần nhau nhất thì hai máy bay phải gần tọa độ giao điểm của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$

$$\Delta_1 \cap \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 20 + 2t = 30 + t' \\ 20 + t = 20 + t' \\ -10 - t = -10 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - t' = 10 \\ t - t' = 0 \\ t - t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t' = 10 \end{cases}$$

Ta có:

Vậy sau  $10$  giờ thì hai máy bay gần nhau nhất.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Nếu máy bay số một vẫn ở phi trường (đứng ở vị trí ban đầu) thì vị trí tọa độ của máy bay là  $(20; 20; -10)$

Nếu máy bay số một vẫn ở phi trường thì thời điểm lúc đó là  $0$  giờ  $\Rightarrow t = 0$

$$(\Delta_1): \begin{cases} x = 20 + 2t \\ y = 20 + t \\ z = -10 - t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 20 \\ z = -10 \end{cases}$$

thay thì vị trí tọa độ của máy bay là  $(20; 20; -10)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Sau  $5$  giờ thì vị trí tọa độ máy bay số 2 trong không gian là  $(35; 25; -15)$

Sau  $5$  giờ thì vị trí tọa độ máy bay số 2 trong không gian nên  $t' = 5$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x = 30 + 5 \\ y = 20 + 5 \\ z = -10 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 25 \\ z = -15 \end{cases}, \text{ vậy vị trí tọa độ máy bay số 2 trong không gian là } (35; 25; -15)$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 32.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là  $4,5$  m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).

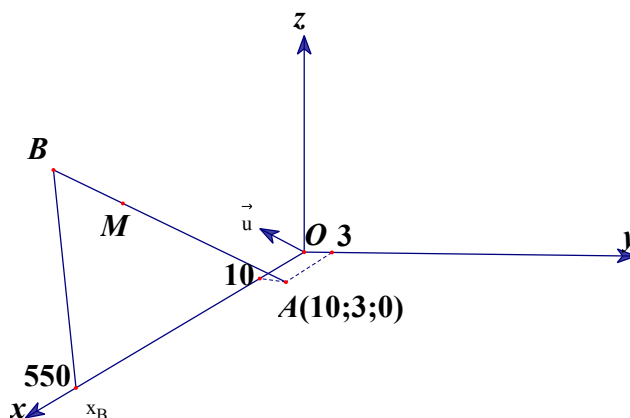


Các khẳng định sau đúng hay sai?

|     | Mệnh đề                                                                                                                                                   | Đúng | Sai |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| (a) | Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$                                             |      |     |
| (b) | Giả sử sau thời gian $t(s)$ kể từ lúc xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến điểm $M$ . Khi đó tọa độ điểm $M$ là $M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$ |      |     |
| (c) | Cabin dừng ở điểm $B$ có hoành độ $x_B=550$ , khi đó quãng đường $AB$ dài 800m.                                                                           |      |     |
| (d) | Đường cáp $AB$ tạo với mặt phẳng $(Oxy)$ một góc $30^\circ$ .                                                                                             |      |     |

**Lời giải**

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$



(a) Phương trình tham số của đường cáp là: 
$$\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường cáp là: 
$$\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giả sử sau thời gian  $t(s)$  kể từ lúc xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến điểm  $M$ . Khi đó

tọa độ điểm  $M$  là  $M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$ .

Do tốc độ di chuyển của cabin là  $4,5m/s$  nên độ dài  $AM = 4,5t(m)$ . Vì vậy

$$|\vec{AM}| = 4,5t \text{ với } t \geq 0.$$

Ta có  $\vec{AM}$  và  $\vec{u}$  cùng hướng nên  $\vec{AM} = k\vec{u}$  với  $k > 0$ .

$$\text{Suy ra } |\vec{AM}| = k|\vec{u}| = k\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1} = 3k \Rightarrow 3k = 4,5t \Rightarrow k = \frac{3t}{2} \Rightarrow \vec{AM} = \frac{3t}{2}\vec{u} = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right)$$

Gọi tọa độ điểm  $M$  là  $M(x_M; y_M; z_M)$ .

$$\text{Vì } \vec{AM} = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right) \text{ nên } \begin{cases} x_M = 3t + x_A \\ y_M = -3t + y_A \\ z_M = \frac{3t}{2} + z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3t + 10 \\ y_M = -3t + 3 \\ z_M = \frac{3t}{2} \end{cases}$$

Vậy điểm  $M$  có tọa độ là  $M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Cabin dừng ở điểm  $B$  có hoành độ  $x_B = 550$ , khi đó quãng đường  $AB$  dài  $800m$ .

$$\text{Do } x_B = 550 \text{ nên } 3t + 10 = 550 \Rightarrow t = 180(s)$$

$$\text{Do đó điểm } B(550; -537; 270)$$

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{(550-10)^2 + (-537-3)^2 + (270-0)^2} = \sqrt{656100} = 810(m)$$

» **Chọn SAI.**

(d) Đường cáp  $AB$  tạo với mặt phẳng  $(Oxy)$  một góc  $30^\circ$ .

Đường thẳng  $AB$  có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  và  $(Oxy)$  có một vectơ

$$\sin(AB, (Oxy)) = |\cos(\vec{u}, \vec{k})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3}$$

pháp tuyến  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ . Do đó ta có:

$$\text{Vậy } (AB, (Oxy)) \approx 19^\circ$$

» **Chọn SAI.**

### C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; 2; -4)$  và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}. \text{ Gọi } H \text{ là hình chiếu của } A \text{ trên đường thẳng } d_1. \text{ Đường}$$



thẳng  $AH$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u} = (a; b; c)$  với  $a, b, c \in \mathbb{C}$ . Khi đó  $2a - b + c$  bằng

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Ta có phương trình tham số của  $d_1$  là 
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Đường thẳng  $d_1$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$

Điểm  $H \in d_1$  nên  $H(2+t; 1-t; -1+2t) \Rightarrow \vec{AH} = (2+t; -1-t; 3+2t)$ .

Vì  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên đường thẳng  $d_1$  nên  $\vec{AH} \perp \vec{u}_1 \Leftrightarrow \vec{AH} \cdot \vec{u}_1 = 0$  hay  $(2+t) \cdot 1 + (-1-t) \cdot (-1) + (3+2t) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$

Khi đó  $\vec{AH} = \left( \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0 \right)$ .

Vì  $a, b, c \in \mathbb{C}$  nên đường thẳng  $AH$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u} = 2\vec{AH} = (1; 1; 0)$ .  
Vậy  $2a - b + c = 2 \cdot 1 - 1 + 0 = 1$ .

» **Câu 34.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 5)$  có hình chiếu vuông góc trên các trục  $Ox, Oy, Oz$  là  $B, C, D$ . Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $BCD$ . Phương trình chính tắc của đường thẳng  $OH$  có dạng  $\frac{x}{a} = \frac{y}{-b} = \frac{z}{-c}$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 19**

Ta có  $B(2; 0; 0), C(0; -3; 0), D(0; 0; 5)$ .

Mặt phẳng  $(BCD)$  có phương trình  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$  hay  $15x - 10y + 6z - 60 = 0$ .

$H$  là trực tâm tam giác  $BCD$  nên  $OH \perp (BCD)$ . Do đó  $OH$  có một vector chỉ phương  $\vec{u} = (15; -10; 6)$ .

Vậy phương trình chính tắc của  $OH$  là  $\frac{x}{15} = \frac{y}{-10} = \frac{z}{6}$ . Suy ra  $a = 15; b = 10; c = -6 \Rightarrow a + b + c = 15 + 10 - 6 = 19$ .

» **Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$  và mặt phẳng  $(a): x - 2y - 2z + 5 = 0$ . Điểm  $A(a; b; c)$  có hoành độ dương thuộc đường thẳng  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(a)$  bằng 3. Tính tổng  $a + b - c$ ?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**



Điểm  $A$  có hoành độ dương thuộc đường thẳng  $d$ , tọa độ  $A$  là  $(2t; -t; -1+t)$  với  $t > 0$ .

Khoảng cách từ  $A$  đến  $(a)$  bằng 3 nên ta có: 
$$\frac{|2t - 2(-t) - 2(-1+t) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$$
  

$$\Leftrightarrow \frac{|2t+7|}{3} = 3 \Leftrightarrow |2t+7| = \pm 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -8 (L) \\ t = 1 (TM) \end{cases}$$

Vậy tọa độ  $A$  là  $(2; -1; 0) \Rightarrow a+b-c = 2 - 1 - 0 = 1$

$$d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}, d_2: \begin{cases} x=2t \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$$

» Câu 36. Trong không gian  $Oxyz$  cho hai đường thẳng

$d_1$  là góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$ . Giá trị  $\cos j$  có dạng  $\frac{a\sqrt{c}}{b}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = b - 3a + c$ ?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8**

Ta có  $\vec{u}_{d_1} = (-1; 2; 2), \vec{u}_{d_2} = (2; 0; -1)$

$$\cos j = \frac{|\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2}|}{|\vec{u}_{d_1}| |\vec{u}_{d_2}|} = \frac{|-1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{15}$$

Khi đó

Vậy  $a=4, b=15, c=5 \Rightarrow b - 3a + c = 15 - 3 \cdot 4 + 5 = 8$

» Câu 37. Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$ .

Tọa độ chân đường phân giác góc  $\hat{ABC}$  của tam giác  $ABC$  là  $I(a; b; c)$ . Tính tổng  $a+b+c$ ?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

Ta có: Ta có phương trình đường thẳng  $AC$  là 
$$\begin{cases} x=1-5t \\ y=2+5t \\ z=-1+6t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Gọi  $I$  là chân đường phân giác góc  $\hat{ABC}$  của tam giác  $ABC$   
 $\Rightarrow I(1-5t; 2+5t; -1+6t)$

Lại có  $\vec{BA} = (-1; 3; -4), \vec{BC} = (-6; 8; 2), \vec{BI} = (-5t-1; 5t+3; 6t-4)$

Vì  $I$  là chân đường phân giác góc  $\hat{ABC}$  của tam giác nên  $ABC$ :

$$\cos(\vec{BA}, \vec{BI}) = \cos(\vec{BC}, \vec{BI}) \Leftrightarrow \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BI}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BI}|} = \frac{\vec{BC} \cdot \vec{BI}}{|\vec{BC}| \cdot |\vec{BI}|}$$



$$\Leftrightarrow \frac{5t+1+15t+9+16-24t}{\sqrt{(-1)^2+3^2+(-4)^2}} = \frac{30t+6+40t+24+12t-8}{\sqrt{(-6)^2+8^2+2^2}} \Leftrightarrow \frac{-4t+26}{\sqrt{26}} = \frac{82t+22}{\sqrt{104}}$$

$$\Leftrightarrow -8t+52=82t+22 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

Vậy  $a=-\frac{2}{3}, b=\frac{11}{3}, c=1 \Rightarrow a+b+c=-\frac{2}{3}+\frac{11}{3}+1=4$

$$D: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-t \end{cases} \text{ và } (P): -x+2y+2z+5=0$$

» **Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng

Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $A(-1;0;-1)$  cắt đường thẳng  $D_1$  và tạo với đường thẳng  $D_2$  một góc nhỏ nhất. Vector chỉ phương  $\vec{u}_d=(a;b;c)$ . Tính tổng  $a+2b-3c$ ?

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 9**

Giả sử đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $D_1$  tại  $B$ , ta có:  $B(1+2t; 2+t; -2-t) \in D_1$ .

Đường thẳng  $d$  có VTCP là:  $\vec{AB}=(2t+2; t+2; -t-1)$ , mặt phẳng  $(P)$  có VTPT  $\vec{n}=(-1; 2; 2)$ .

Gọi  $J$  là góc giữa  $d$  và  $D_2$ , ta có: 
$$\sin J = \frac{|-2t-2+2t+4-2t-2|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}} = \frac{|2t|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}} \geq 0$$
  
 $\Rightarrow d$  tạo với đường thẳng  $D_2$  một góc  $J$  nhỏ nhất khi  $J=0^\circ$  hay  $\sin J=0 \Rightarrow t=0$ .

Khi đó đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(-1;0;-1)$  và có VTCP  $\vec{AB}=(2; 2; -1)$ .

Vậy  $a=2, b=2, c=-1 \Rightarrow a+2b-3c=2+2\cdot 2-3\cdot (-1)=9$

» **Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): ax+by+cz-1=0$  với  $c<0$  đi qua 2 điểm  $A(0;1;0); B(1;0;0)$  và tạo với  $(Oyz)$  một góc  $60^\circ$ . Tính tổng  $a+b+c$ ? (Làm tròn đến hàng phần trăm)

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,59**

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua 2 điểm A, B nên ta có: 
$$\begin{cases} b-1=0 \\ a-1=0 \end{cases} \Rightarrow a=b=1$$

Và  $(P)$  tạo với  $(Oyz)$  một góc  $60^\circ$  nên 
$$\cos((P); (Oyz)) = \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{2} \quad (*)$$

Thay  $a=b=1$  vào phương trình  $(*)$  được:  $\sqrt{2+c^2}=2 \Rightarrow c=-\sqrt{2}$

Khi đó:  $a+b+c=2-\sqrt{2} \approx 0,59$



» Câu 40. Trong không gian  $Oxyz$  cho hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x=4+t \\ y=-4-t \\ z=6+2t \end{cases}; d_2 : \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$$

. Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(5; -3; 5)$  cắt  $d_1, d_2$  lần

lượt ở  $B, C$ . Tính tỉ số  $\frac{AB}{AC}$

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,5**

$B \in d_1 \Rightarrow B(4+t; -4-t; 6+2t)$ . Phương trình tham số  $d_2 : \begin{cases} x=5+2s \\ y=11+4s \\ z=5+2s \end{cases}$   
 $C \in d_2 \Rightarrow C(5+2s; 11+4s; 5+2s)$ . Khi đó:  $\vec{AB} = (-1+t; -1-t; 2t+1); \vec{AC} = (2s; 4s+14; 2s)$   
 Do  $A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{AB} = k \vec{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1=2ks \\ -t-1=4ks+14k \\ 2t+1=2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ s=-3 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

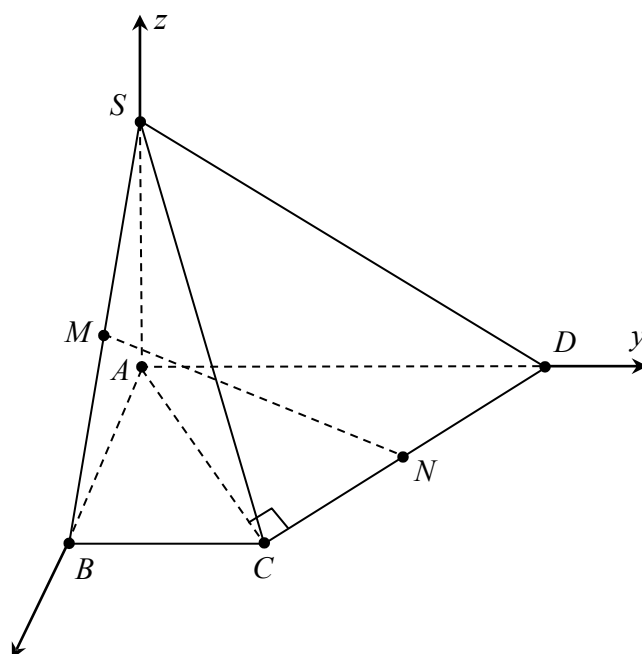
$$\text{Do đó } \vec{AB} = \frac{1}{2} \vec{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} = 0,5$$

» Câu 41. Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ , thỏa mãn điều kiện,  $AB=BC=a, AD=2a, SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ ,  $SA=a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, CD$ . Tính cosin của góc giữa  $MN$  và  $(SAC)$ .  
 (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,74**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Chọn đơn vị là a

Có  $A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(0;2;0), S(0;0;1), M\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), N\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};0\right)$ .

Vecto chỉ phương của  $\overrightarrow{MN}$  là  $\overrightarrow{MN} = \left(0; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (0; 3; -1)$

Vecto pháp tuyến của  $(SAC)$  là  $\vec{n} = [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}] = (1; -1; 0)$

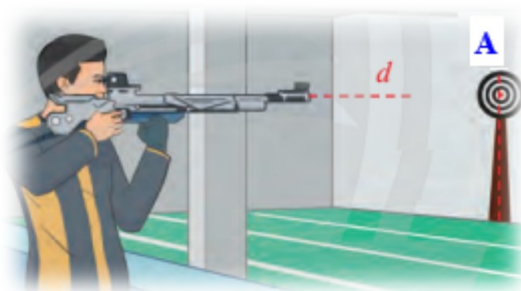
Vậy  $\sin(MN, (SAC)) = \frac{|3|}{\sqrt{9+1} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

Suy ra:  $\cos(MN, (SAC)) = \sqrt{1 - \left(\frac{3\sqrt{5}}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{55}}{10} \approx 0,74$

» **Câu 42.** Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian

$Oxyz$ . Cho biết trục  $d$  của nòng súng có phương trình:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$  và

hồng tâm  $A(8; -19; 6m+4)$ . Hỏi  $m$  bằng bao nhiêu vận động viên có bắn trúng hồng tâm.



👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -6**



Để vận động viên có bắn trúng hồng tâm thì trục  $d$  phải đi qua hồng tâm. Ta thay điểm  $A(8; -19; 6m+4)$  vào phương trình trục  $d$ :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5} \Leftrightarrow \frac{8-1}{1} = \frac{-19-2}{-3} = \frac{6m+4-3}{-5} = 7 \Leftrightarrow 6m = -36 \Leftrightarrow m = -6$$

Vậy  $m = -6$  thì vận động viên bắn trúng hồng tâm.

» **Câu 43.** Trong không gian  $O_{xyz}$ , một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm  $A(-2; 1; 5)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (0; -2; 6)$  với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$ . Gọi tọa độ  $M(a; b; c)$ . Tính  $a+3b+c$ .



**Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

Phương trình tham số của đường cáp là :

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài  $AM = 4t$  (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$  thì  $AM = 4 \cdot 5 = 20$  (m).

Vì  $M \in d \Rightarrow M(-2; 1 - 2k; 5 + 6k)$

$\vec{AM}(0; -2k; 6k)$ . Do 2 vectơ  $\vec{AM}; \vec{u}$  cùng hướng  $k > 0$

$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}$$

Vì  $k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$ .

Vậy tọa độ  $M(-2; 1 - 2\sqrt{10}; 5 + 6\sqrt{10})$ . Khi đó  $a+3b+c = -2 + 3(1 - 2\sqrt{10}) + 5 + 6\sqrt{10} = 6$ .

» **Câu 44.** Trong không gian  $O_{xyz}$ , nhà công vụ của một trạm hải đăng nằm trên mặt phẳng  $(P): x+2y+z-4=0$  và phương trình trạm hải đăng là đường thẳng



$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ . Người ta muốn làm một con đường  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  đồng thời cắt và vuông góc với trạm hải đăng. Giả sử phương trình

đường thẳng  $D$  có dạng  $\frac{x-1}{a} = \frac{y-b}{-1} = \frac{z-d}{c}$ . Hỏi có bao nhiêu số trong các số  $a, b, c, d$  chia hết cho 3



### Lời giải

#### ✓ Trả lời: 1

Ta có  $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 3)$  là VTCP của  $d$  và  $\vec{h}_{(P)} = (1; 2; 1)$  là VTPT của  $(P)$ .

Gọi  $A = d \cap \Delta$ . Do  $\Delta \subset (P)$  nên  $A = d \cap (P)$ .

$$\begin{cases} x+2y+z-4=0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1)$$

Suy ra tọa độ  $A$  thỏa hệ:

Gọi  $\vec{u}_\Delta$  là véc-tơ chỉ phương của  $\Delta$ . Lại có:  $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{h}_{(P)} \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \end{cases}$  ta chọn  $\vec{u}_\Delta = [\vec{h}_{(P)}; \vec{u}_d] = (5; -1; -3)$ .

Vậy phương trình đường thẳng  $\Delta$  là  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3} \Rightarrow a=5; b=1; c=-3; d=1$   
 Vậy có 1 số chia hết cho 3.

» Câu 45. Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không

gian  $Oxyz$  hai con đường đó thuộc hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ ;

$$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}.$$



Người ta muốn tạo một con đường  $D$  cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB$  nhỏ nhất. Tính độ dài  $AB$ , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

**Lời giải**

**✓ Trả lời: 2,45**

Ta có  $AB$  ngắn nhất khi  $AB$  là đoạn vuông góc chung của  $d_1$  và  $d_2$ .

Gọi  $A(2+a; 2+a; -a) \in d_1; B(2+b; -1+2b; -3b) \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(b-a; 2b-a-3; -3b+a)$

$d_1, d_2$  lần lượt có các véc tơ chỉ phương là  $\vec{u}_{d_1} = (1; 1; -1)$  và  $\vec{u}_{d_2} = (1; 2; -3)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(b-a) + 1(2b-a-3) - 1(-3b+a) = 0 \\ 1(b-a) + 2(2b-a-3) - 3(-3b+a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b-3a-3=0 \\ 14b-6a-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 1; 1) \\ B(2; -1; 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6}; \quad 2,45$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com  
<https://www.vnteach.com>