

DẠNG 6**Vị trí tương đối giữa hai ĐT, giữa đường thẳng và mặt phẳng****I. PHẦN ĐỀ BÀI**

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): ax+by-z-10=0$. Biết rằng d nằm trong (P) , giá trị của $a+b$ bằng
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 5.
- Câu 2:** Trong không gian, cho các điểm $A(-1;3;1)$, $B(1;1;1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M . Độ dài của OM bằng
A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+t \\ z=-1+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-y+z-2=0$. Giá trị $a+b+c$ bằng
A. 16. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 15.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x+(1-2m)y+m^2z+1=0$
A. $m \in \{-1;3\}$. **B.** $m=3$.
C. $m=-1$. **D.** Không có giá trị nào của m .
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-2}$. Hỏi d song song với mặt phẳng nào dưới đây?
A. $2x+y+2z-2=0$. **B.** $2x+2y+3z-5=0$. **C.** $4x-y+z+2=0$. **D.** $5x-y+2z+1=0$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+2z-6=0$ và điểm $A(2;0;-1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua (P) là
A. $(3;1;1)$. **B.** $(4;2;3)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(3;0;-1)$.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y-2z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y-2}{n} = \frac{z-2}{m+1}$ với m và n là hai tham số thực. **C.** Khi đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì giá trị của biểu thức $T=m+2n$ bằng:
A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** -5.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(\alpha): x+my+(m^2-1)z-7=0$ với m là tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

- A. $m = 1$. B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 9: Trong không gian Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 2021 = 0$ bằng

- A. $\frac{2012}{3}$. B. 3. C. $\frac{2030}{3}$. D. $\frac{2021}{3}$.

Câu 10: Trong không gian Oxyz, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(P): x + y - z = 0$. B. $(\beta): x + z = 0$.
C. $(Q): x + y + 2z = 0$. D. $(\alpha): x - y + 1 = 0$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 2z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{6}$. Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường thẳng d , khi đó $a + b + c$ là

- A. 0. B. 7. C. 5. D. 3.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 2021 = 0$ bằng

- A. $\frac{2012}{3}$. B. 3. C. $\frac{2030}{3}$. D. $\frac{2021}{3}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 \\ z = -3 + 6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1, d_2 chéo nhau. B. $d_1 \equiv d_2$. C. $d_1 \perp d_2$. D. $d_1 \not\subset d_2$.

Câu 14: Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

- A. $d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $d_2: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $d_3: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$. D. $d_4: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$,

$d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

- A. Chéo nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Cắt nhau.

Câu 16: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d và d' trùng nhau.
C. d và d' chéo nhau.

- B. d và d' song song.
D. d và d' cắt nhau.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Hỏi đường thẳng d vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$. C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{1}$ và $d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d vuông góc với d' . B. d và d' cắt nhau.
C. d và d' chéo nhau. D. d song song với d' .

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 9x + 3y - 10z + 26 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $d // (P)$. B. $d \subset (P)$.
C. $d \perp (P)$. D. d chỉ cắt (P) nhưng không vuông góc.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$, và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$.

- A. d_1, d_2 song song. B. d_1, d_2 chéo nhau.
C. d_1, d_2 cắt nhau. D. d_1, d_2 trùng nhau.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$\Delta_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. B. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 . D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(1;1;1)$, cắt đường thẳng

$d_1: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$ và vuông góc với đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -5t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

- A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. B. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-1}{1}$. D. $d: \frac{x-1}{9} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{17}$.

Câu 23: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và $(P): x + y - z + 2 = 0$.

Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a + b + c$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 24: Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$; $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng đã cho?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. Vô số

Câu 25: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$, $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$.

Gọi d' , Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a + b + c$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 26: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N lần lượt là các tiếp điểm, $H(a; b; c)$ là trung điểm của MN . Khi đó tích abc bằng

- A. $\frac{8}{27}$. B. $\frac{16}{27}$. C. $\frac{32}{27}$. D. $\frac{64}{27}$.

Câu 27: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; -2; 3)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 4 = 0$. Đường thẳng Δ qua A cắt d và (P) lần lượt tại M, N sao cho $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AM}$.

- A. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 28: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{1}$. D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có tọa độ các điểm là $A(2;0;1), B(3;2;3), D(-2;3;1)$. Biết hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu (S') và $CB = CD$. Đường thẳng AC cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $E(a;b;0)$. Giá trị của $a + 3b$ bằng

A. -1 . B. -3 . C. 2 . D. -5 .

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(2;-6;-1), B(-2;-4;3)$. Gọi d là đường thẳng song song và cách Δ một khoảng bằng $\sqrt{5}$, gần đường thẳng AB nhất. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm nào dưới đây?

A. $(2;1;0)$. B. $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{14}{3}; 0\right)$. C. $(3;2;0)$. D. $(0;0;0)$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): ax + by - z - 10 = 0$. Biết rằng d nằm trong (P) , giá trị của $a + b$ bằng
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Chọn điểm $A(1; 3; -1) \in d$ và điểm $B(2; 2; 0) \in d$

Mà đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) suy ra $A(1; 3; -1); B(2; 2; 0) \in (P)$

Thay tọa độ của hai điểm $A; B$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta có:

$$\begin{cases} a + 3b - 11 = 0 \\ 2a + 2b - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 2 + 3 = 5$.

- Câu 2:** Trong không gian, cho các điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(1; 1; 1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M . Độ dài của OM bằng
- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M = AB \cap (Oyz)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $AB: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-1 + 2t; 3 - 2t; 1)$.

Khi đó $M \in (Oyz) \Rightarrow -1 + 2t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow M(0; 2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (0; 2; 1)$.

Vậy $OM = \sqrt{5}$.

- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 2 = 0$. Giá trị $a + b + c$ bằng
- A. 16. B. 10. C. 6. D. 15.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và mặt phẳng (α) thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + t \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ x = 6 \\ y = 7 \\ z = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow I(6; 7; 3) \Rightarrow a = 6; b = 7; c = 3$.

Vậy $a + b + c = 16$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1} \text{ song song với mặt phẳng } (P): 2x + (1-2m)y + m^2z + 1 = 0$$

A. $m \in \{-1; 3\}$.

B. $m = 3$.

C. $m = -1$.

D. Không có giá trị nào của m .

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 1)$, đi qua $M(2; -2; 1)$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2; 1-2m; m^2)$

$$YCDB \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M(2; -2; 1) \notin (P) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot (-2) + (1-2m) \cdot 1 + m^2 \cdot 1 = 0 \\ 2 \cdot 2 + (1-2m) \cdot (-2) + m^2 \cdot 1 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 \\ m^2 + 4m + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \vee m = 3 \\ m \neq -1; m \neq -3 \end{cases}$$

Vậy $m = 3$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-2}$. Hỏi d song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x + y + 2z - 2 = 0$. **B.** $2x + 2y + 3z - 5 = 0$. **C.** $4x - y + z + 2 = 0$. **D.** $5x - y + 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và điểm $M(-1; 0; 2) \in d$

Xét tích vô hướng của VTCP của đường thẳng và VTPT của mặt phẳng, và thay tọa độ điểm M vào từng phương trình mặt phẳng của các phương án:

Phương án A: $\begin{cases} \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 2 = 0 \\ 2(-1) + 0 + 2 \cdot 2 - 2 = 0 \Rightarrow M \in (P) \end{cases}$. Suy ra $d \subset (P)$.

Phương án B: $\begin{cases} \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + (-2) \cdot 3 = 0 \\ 2(-1) + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 2 - 5 = -1 \Rightarrow M \notin (P) \end{cases}$. Suy ra $d // (P)$.

Phương án C: $\begin{cases} \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 1 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) + (-2) \cdot 1 = 0 \\ 4(-1) - 0 + 2 + 2 = 0 \Rightarrow M \in (P) \end{cases}$. Suy ra $d \subset (P)$.

Phương án D: $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + (-2) \cdot 2 = -1$. Suy ra d cắt (P) .

Cách 2:

Lập phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng ở từng đáp án:

Phương án A: Xét phương trình: $2(-1+t) + 2t + 2(2-2t) - 2 = 0 \Leftrightarrow 0t = 0 \Rightarrow t \in \mathbb{R} \Rightarrow d \subset (P)$.

Phương án B: Xét phương trình: $2(-1+t) + 2 \cdot 2t + 3(2-2t) - 5 = 0 \Leftrightarrow 0t = 1 \Rightarrow t \in \emptyset \Rightarrow d // (P)$.

Phương án C: Xét phương trình: $4(-1+t) - 2t + (2-2t) + 2 = 0 \Leftrightarrow 0t = 0 \Rightarrow t \in \mathbb{R} \Rightarrow d \subset (P)$.

Phương án D: Xét phương trình: $5(-1+t) - 2t + 2(2-2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow d$ cắt (P) .

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 6 = 0$ và điểm $A(2; 0; -1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua (P) là

- A. $(3; 1; 1)$. B. $(4; 2; 3)$. C. $(0; -1; 2)$. D. $(3; 0; -1)$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow$ Tọa độ điểm H

$$\text{thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \\ x + y + 2z - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 + t + t + 2(-1 + 2t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra tọa độ điểm $H = (3; 1; 1)$.

Điểm A' đối xứng với A qua (P) suy ra H là trung điểm của đoạn thẳng $AA' \Rightarrow A'(4; 2; 3)$.

Vậy tọa độ của điểm $A' = (4; 2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y-2}{n} = \frac{z-2}{m+1}$ với m và n là hai tham số thực. C. Khi đường thẳng d

vuông góc với mặt phẳng (P) thì giá trị của biểu thức $T = m + 2n$ bằng:

- A. 3. B. -3. C. -1. D. -5.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = 3; 1; -2$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = m; n; m+1$.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi $\vec{u} = m; n; m+1$ cùng phương với $\vec{n} = 3; 1; -2$, tức là:

$$\frac{m}{3} = \frac{n}{1} = \frac{m+1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{3}{5} \\ n = -\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow T = -1.$$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(\alpha): x + my + (m^2 - 1)z - 7 = 0$ với m là tham số thực.

Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

A. $m = 1$.

B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$.

C. $m = -1$.

D. $m = 2$.

Lời giải**Chọn C**Ta có đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;-1)$.Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;m;m^2-1)$.Để đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì

$$\begin{cases} M(2;1;1) \notin (\alpha) \\ \vec{u} \perp \vec{n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m+m^2-1-7 \neq 0 \\ 1.1+1.m-(m^2-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-6 \neq 0 \\ -m^2+m+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 2021 = 0$ bằng

A. $\frac{2012}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{2030}{3}$.

D. $\frac{2021}{3}$.

Lời giải**Chọn C**Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;-2)$ và đi qua điểm $A(-2;1;-3)$.Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;2)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \\ A \notin (P) \end{cases} \Rightarrow d \text{ và } (P) \text{ song song.}$$

$$\text{Khi đó } d(d; (P)) = d(A; (P)) = \frac{|-4+1-6-2021|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{2030}{3}.$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(P): x + y - z = 0$.

B. $(\beta): x + z = 0$.

C. $(Q): x + y + 2z = 0$.

D. $(\alpha): x - y + 1 = 0$.

Lời giải**Chọn C** Δ có 1 VTCP $\vec{u} = (1;1;-1)$ và đi qua điểm $A(0;1;0)$.Mp (Q) có 1 VTPT $\vec{n} = (1;1;2)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = 1.1+1.1+(-1).2 = 0 \\ A \notin (Q) \end{cases} \Rightarrow \Delta // (Q).$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{6}. \text{ Gọi } M(a;b;c) \text{ là giao điểm của mặt phẳng } (\alpha) \text{ và đường thẳng } d, \text{ khi}$$

đó $a+b+c$ là

A. 0.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Ta có M là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường thẳng d nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình.

$$\begin{cases} 4x+3y-2z-5=0 \\ \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1} \\ \frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y-2z-5=0 \\ x-2y=-1 \\ 6y-z=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1).$$

Vậy $a+b+c=3$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-2021=0$ bằng

- A. $\frac{2012}{3}$. B. 3. C. $\frac{2030}{3}$. D. $\frac{2021}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1;-3)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;2;-2)$, mp (P) có VTPT $\vec{n}=(2;1;2)$

Nhận thấy $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ và $M(-2;1;-3) \notin (P)$ nên $d // (P)$

$$\text{Do đó } d(d;(P)) = d(M;(P)) = \frac{|2 \cdot (-2) + 1 + 2 \cdot (-3) - 2021|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{2030}{3}.$$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2-2t \\ y=4 \\ z=-3+6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1, d_2 chéo nhau. B. $d_1 \equiv d_2$. C. $d_1 \perp d_2$. D. $d_1 \nsubseteq d_2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u}_1=(-2;0;6), \vec{u}_2=(-1;2;3)$ nên hai véc tơ chỉ phương không cùng phương.

$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 + 18 = 20$ nên hai đường thẳng không vuông góc.

$$\text{Giải hệ tọa độ giao điểm } \begin{cases} x=2-2t=1-s \\ y=4=2+2s \\ z=-3+6t=3s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=1 \\ s=1 \end{cases} \Rightarrow \text{vô lý.}$$

Kết luận 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 14: Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

$$\text{A. } d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + 5t \end{cases} \quad \text{B. } d_2: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{C. } d_3: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases} \quad \text{D. } d_4: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$$

Lời giải**Chọn D**

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (2; -1; -1)$. Các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 lần lượt có VTCP là $\vec{u}_1 = (-3; -2; 5)$, $\vec{u}_2 = (0; -3; 1)$, $\vec{u}_3 = (3; -1; 5)$ và $\vec{u}_4 = (-3; -1; -5)$. Vì $\vec{u} \cdot \vec{u}_4 = 0$ nên $d \perp d_4$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$,

$d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Cắt nhau.

Lời giải**Chọn C**

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = 2; 1; -2$ và đi qua $A(1; 0; -2)$.

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = -2; -1; 2$ và đi qua $B(-2; 1; 0)$.

Ta thấy $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương và $A \notin d_2$ nên d_1 và d_2 song song với nhau.

Câu 16: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d và d' trùng nhau. B. d và d' song song.

C. d và d' chéo nhau. D. d và d' cắt nhau.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\vec{u}_d = (1; -2; 2)$ và $\vec{u}_{d'} = (2; -4; 4)$ cùng phương do $\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} = \frac{2}{4}$.

$$\text{Gọi } A(3; 1; 2) \in d \text{ thay vào } d' \text{ ta được: } \begin{cases} 3 = -1 + 2t \\ 1 = 2 - 4t \\ 2 = 4 + 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ suy ra } A(3; 1; 2) \notin d'.$$

Vậy d và d' song song.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Hỏi đường thẳng d vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$. C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải**Chọn A**

Vì $3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{1}$ và

$$d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

- A. d vuông góc với d' . B. d và d' cắt nhau.
C. d và d' chéo nhau. D. d song song với d' .

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có: Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (2; 4; 1)$.

♦ Vectơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_{d'} = (3; 1; -2)$.

Ta có $A(1; 3; 7), A \in d, B(6; -2; -1), B \in d'$.

$$\overrightarrow{AB} = (6-1; -2-3; -1-7) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = (5; -5; -8).$$

$$[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

Vậy d và d' cắt nhau.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(P): 9x + 3y - 10z + 26 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $d // (P)$. B. $d \subset (P)$.
C. $d \perp (P)$. D. d chỉ cắt (P) nhưng không vuông góc.

Lời giải

GV phản biện: Thanh Nam – Triết Thiêm - Nguyễn Quang Hoàng

Chọn B

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (9; 3; -10)$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 1; 2)$ và có một vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 4; 3)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = 9 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + (-10) \cdot 3 = 0 \\ 9 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 - 10 \cdot 2 + 26 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M \in (P) \end{cases} \Rightarrow d \subset (P).$$

Câu 20: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$, và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$.

- A. d_1, d_2 song song. B. d_1, d_2 chéo nhau.
C. d_1, d_2 cắt nhau. D. d_1, d_2 trùng nhau.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 qua $M_1(1; 0; 3)$ và có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$.

Đường thẳng d_2 qua $M_2(0; 1; 2)$ và có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; 4; 6)$.

Vì $\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$ nên 2 vec-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ cùng phương.

Lại có $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1; 1; -1)$ không cùng phương với $\vec{u}_1$.

Do đó hai đường thẳng d_1 và d_2 song song.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$$\Delta_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

- A. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. B. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 . D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M_1(-3;1;-1)$ và có vtcp $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M_2(4;-2;4)$ và có vtcp $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$.

Ta có: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 6 - 2 - 4 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Mặt khác: $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-7; 14; 7)$, $\overrightarrow{M_1M_2} = (7; -3; 5) \Rightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = -49 - 42 + 35 = -56 \neq 0$, suy ra Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Vậy Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(1;1;1)$, cắt đường thẳng

$$d_1: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2} \text{ và vuông góc với đường thẳng } d_2: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -5t \\ z = 2 + t \end{cases}.$$

- A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. B. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-1}{1}$. D. $d: \frac{x-1}{9} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{17}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $A(-2+3t; t; 1-2t) = d_1 \cap d$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (3-3t; 1-t; 2t)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Xét đường thẳng d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2} = (2; -5; 1)$.

Theo đề $d \perp d_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Leftrightarrow 2(3-3t) - 5(1-t) + 2t = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = (6; 2; -2)$.

Đường thẳng d qua điểm $M(1;1;1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 1; -1)$ có phương trình

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

Câu 23: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), \Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và $(P): x + y - z + 2 = 0$.

Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a + b.c$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P) \Rightarrow (\alpha): 3x - 2y + z + 4 = 0$.

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với $(P) \Rightarrow (\beta): y + z - 5 = 0$.

$$\text{Gọi } d_1 = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow d_1: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 5 - t \end{cases}$$

Khi đó $M = d' \cap \Delta' \Rightarrow M = d_1 \cap (P) \Rightarrow M(-1; 2; 3)$.

Câu 24: Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}; d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1};$

$d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng đã cho?

A. 0.

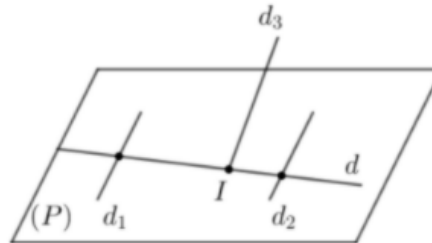
B. 2.

C. 1.

D. Vô số

Lời giải

Chọn D



Cách 1: Sử dụng hình học:

Nhận thấy $d_1 // d_2 \subset (P): x - z - 1 = 0; d_3 \cap (P) = I(3; 0; 2)$. Do đó mọi đường thẳng qua d nằm trong (P) qua điểm I và không song song với hai đường thẳng d_1, d_2 đều cắt cả ba đường thẳng đã cho.

Cách 2: Tham số hóa tọa độ giao điểm

Gọi các giao điểm là $A(-a; 2a+1; -a-1) \in d_1; B(b+2; -2b+3; b+1) \in d_2;$
 $C(2c+1; c-1; c+1) \in d_3$.

Ta có điều kiện thẳng thàng: $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$
 $\Leftrightarrow (b+a+2; -2b-2a+2; b+a+2) = k(2c+a+1; c-2a-2; c+a+2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+a+2=k(2c+a+1) \\ -2b-2a+2=k(c-2a-2) \\ b+a+2=k(c+a+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (k-1)a+k+2kc=b+2 \\ 2(k-1)a+2k-kc=2b-2 \\ (k-1)a+2k+kc=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (k-1)a=\frac{5b-8}{5} \\ k=\frac{6}{5} \\ kc=\frac{6}{5} \end{cases}$$

Hệ này có vô số nghiệm nên có vô số đường thẳng thỏa mãn.

Câu 25: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$, $\Delta: \frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$

. Gọi d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

♦ Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0;2)$ và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(0;1;2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(3;1;4)$ và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(1;-1;1)$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$.

♦ Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và $(Q) \perp (P)$. Khi đó (Q) đi qua $A(-2;0;2)$ và có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=[\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}]=(-3;2;-1) \Rightarrow (Q): 3x-2y+z+4=0$.

♦ Gọi (R) là mặt phẳng chứa Δ và $(R) \perp (P)$. Khi đó (R) đi qua $B(3;1;4)$ và có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(R)}=[\vec{u}_\Delta, \vec{n}_{(P)}]=(0;2;2) \Rightarrow (R): y+z-5=0$.

♦ Vì d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P)

$\Rightarrow d'=(P) \cap (Q), \Delta'=(P) \cap (R)$.

Ta có $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' nên M phải là điểm chung của

ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$. Suy ra tọa độ của thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x+y-z+2=0 \\ y+z-5=0 \\ 3x-2y+z+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

Khi đó ta có $M(-1;2;3)$. Vậy $a+b+c=4$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình

$x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N lần lượt là các tiếp điểm, $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN . Khi đó tích abc bằng

A. $\frac{8}{27}$.

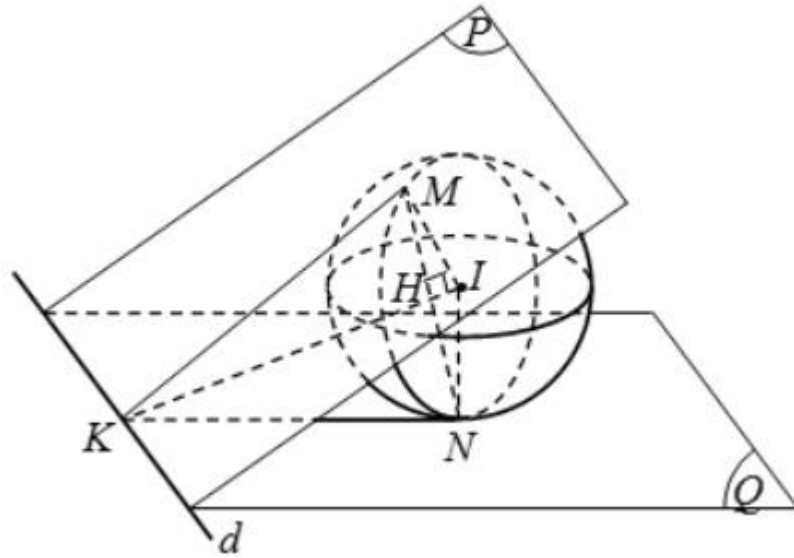
B. $\frac{16}{27}$.

C. $\frac{32}{27}$.

D. $\frac{64}{27}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$.

Có tâm $I(1; 2; 1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

Gọi $K = d \cap (INM)$.

Khi đó K là hình chiếu vuông góc của I lên d .

Từ đó ta xác định được tọa độ điểm $K(2; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (1; -2; -1) \Rightarrow IK = \sqrt{6}$.

$$\frac{IH}{IK} = \frac{IH \cdot IK}{IK \cdot IK} = \frac{R^2}{IK^2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{IK} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

$$\text{Vậy } abc = \frac{32}{27}.$$

Câu 27: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; -2; 3)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + z + 4 = 0$. Đường thẳng Δ qua A cắt d và (P) lần lượt tại M, N sao cho $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AM}$.

A. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Do } M \in (d) \Rightarrow M(1 + 3m; -1 + m; 2 - 2m)$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{AM} = (3m; m + 1; -2m - 1)$$

$$\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AM} \Rightarrow N(6m + 1; 2m; -4m + 1)$$

$$\text{Mặt khác: } N \in (P) \Rightarrow (6m + 1) + 2(2m) + (-4m + 1) + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3; 0; 1).$$

$$\text{Vậy } (\Delta): \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d có

phương trình là

A. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{1}$..

D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A = d \cap (P)$

Khi đó tọa độ của A thỏa mãn hệ phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 2 + t \\ 2x - y - 2z + 1 = 0 \end{cases}.$$

$\Rightarrow A(2; -1; 3).$

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 1)$

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; -2)$

Khi đó đường thẳng Δ có một vector chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{u}] = (3; 4; 1).$

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}$.

Mà điểm $B(5; 3; 4) \in \Delta \Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{1}$..

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có tọa độ các điểm là $A(2; 0; 1), B(3; 2; 3), D(-2; 3; 1)$. Biết hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu (S') và $CB = CD$.

Đường thẳng AC cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $E(a; b; 0)$. Giá trị của $a + 3b$ bằng

A. -1.

B. -3.

C. 2.

D. -5.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng $(ABD): 6x + 8y - 11z - 1 = 0$.

Gọi M là trung điểm của BD suy ra $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn

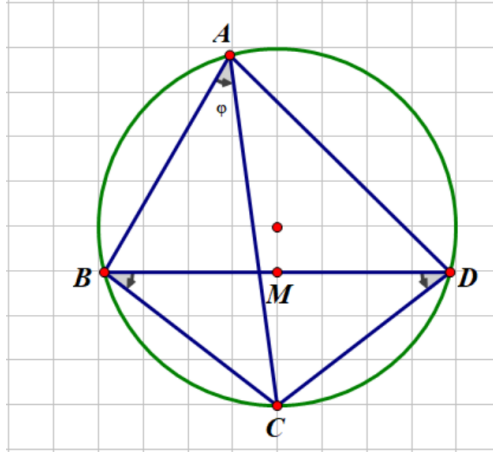
thẳng BD là $(\alpha): -5x + y - 2z + 4 = 0$.

Vì $CB = CD \Rightarrow C \in (\alpha)$ mà $C \in (ABD)$ nên $C \in d$ là giao tuyến của hai mp (ABD) và (α) .

Ta có $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(ABD)}; \vec{n}_{(\alpha)}] = (-5; 67; 46)$ và d đi qua điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$ suy ra $d : \begin{cases} x = \frac{1}{2} - 5t \\ y = \frac{5}{2} + 67t \\ z = 2 + 46t \end{cases}$.

Vì $C \in d \Rightarrow C\left(\frac{1}{2} - 5t; \frac{5}{2} + 67t; 2 + 46t\right)$.

Hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu thì tứ giác $ABCD$ là tứ giác nội tiếp một đường tròn.



Lại có $\cos BAD = \cos(\vec{AB}; \vec{AD}) = \frac{2}{15}$.

Mà $BCD = 180^\circ - BAD = 180^\circ - 2CDB \Rightarrow BAD = 2CDB = 2ABC = 2\varphi$.

Suy ra $\cos 2\varphi = \frac{2}{15} \Rightarrow 2\cos^2 \varphi - 1 = \frac{2}{15} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{510}}{30}$ (do $\cos \varphi > 0$).

Hay $\cos(\vec{AB}; \vec{AC}) = \frac{\sqrt{510}}{30}$ (1).

Mặt khác $\vec{AB} = (1; 2; 2); \vec{AC} = \left(-\frac{3}{2} - 5t; \frac{5}{2} + 67t; 1 + 46t\right)$.

Suy ra (1) $\Leftrightarrow \frac{1\left(-\frac{3}{2} - 5t\right) + 2\left(\frac{5}{2} + 67t\right) + 2(1 + 46t)}{3\sqrt{\left(-\frac{3}{2} - 5t\right)^2 + \left(\frac{5}{2} + 67t\right)^2 + (1 + 46t)^2}} = \frac{\sqrt{510}}{30}$

$\Leftrightarrow \frac{\frac{11}{2} + 221t}{\sqrt{6630t^2 + 442t + \frac{19}{2}}} = \frac{\sqrt{510}}{10} \Leftrightarrow 55 + 2210t = \sqrt{510} \cdot \sqrt{6630t^2 + 442t + \frac{19}{2}}$

$\Leftrightarrow (55 + 2210t)^2 = 510 \cdot \left(6630t^2 + 442t + \frac{19}{2}\right) \left(t > -\frac{11}{442}\right)$

$\Leftrightarrow 75140t^2 + 884t - 91 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{34} (TM) \\ t = -\frac{7}{170} (L) \end{cases}$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AC} = \left(-\frac{28}{17}; \frac{76}{17}; \frac{40}{17} \right) \Rightarrow \overrightarrow{u_{AC}} = (-7; 19; 10) \Rightarrow AC: \begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = 19t \\ z = 1 + 10t \end{cases}.$$

$$\text{Điểm } E \in AC \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 7t \\ b = 19t \\ 0 = 1 + 10t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{10} \\ a = \frac{27}{10} \\ b = -\frac{19}{10} \end{cases} \Rightarrow a + 3b = -3.$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(2; -6; -1)$,

$B(-2; -4; 3)$. Gọi d là đường thẳng song song và cách Δ một khoảng bằng $\sqrt{5}$, gần đường thẳng AB nhất. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm nào dưới đây?

- A. $(2; 1; 0)$. B. $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{14}{3}; 0\right)$. C. $(3; 2; 0)$. D. $(0; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B và song song với Δ .

Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4)$;

$[\vec{u}, \overrightarrow{AB}] = (-6; -12; 0) = -6(1; 2; 0)$ nên (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x + 2y + 10 = 0$.

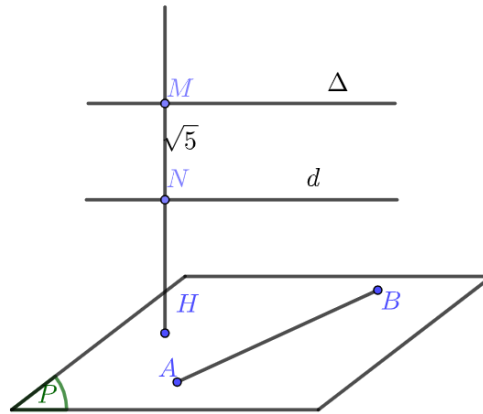
Vì d luôn song song và cách Δ một khoảng $\sqrt{5}$ nên d là đường sinh của mặt trụ có trục là Δ và bán kính bằng $\sqrt{5}$, khi đó d song song hoặc nằm trên (P) .

Gọi $M(1; 2; 0)$ là điểm thuộc Δ , khi đó $d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|1 + 4 + 10|}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$.

Vì $d(\Delta, (P)) = 3\sqrt{5}$, $d(d, \Delta) = \sqrt{5}$ nên $d(d, AB) = d(d, (P)) \geq 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi Δ và d nằm trong mặt phẳng qua Δ và vuông góc với (P) .

Khi đó, đường thẳng d đi qua điểm N thuộc đoạn thẳng MH sao cho $MN = \sqrt{5}$ (với H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P)).



Đường thẳng MH đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Toạ độ điểm H là hình chiếu của M trên (P) là $H(-2; -4; 0)$.

Ta có $NH = 2\sqrt{5}$, suy ra $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{MH} \Rightarrow N(0; 0; 0)$.

Vậy đường thẳng d cần tìm đi qua gốc toạ độ $(0; 0; 0)$ và song song với Δ , cho nên d cắt mặt phẳng (Oxy) tại $(0; 0; 0)$.