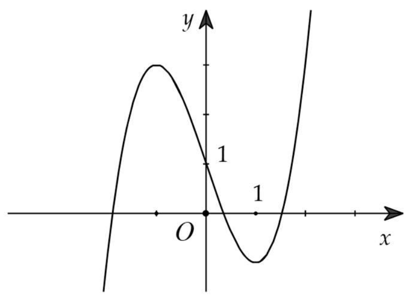
CHỦ ĐỀ 05 : ĐỌC VÀ BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

LÍ THUYẾT

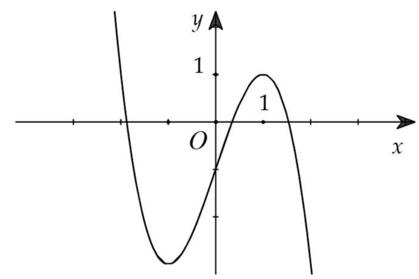
➢ Khảo sát một số hàm đa thức và phân thức

1. Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$

- **Trường hợp 1:** phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

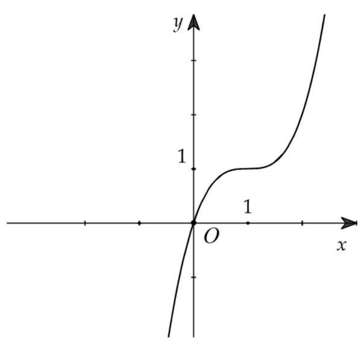


Với $a > 0.$

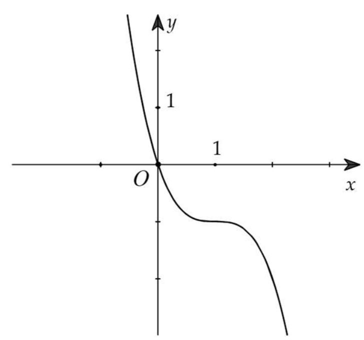


Với $a < 0.$

- **Trường hợp 2:** phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép

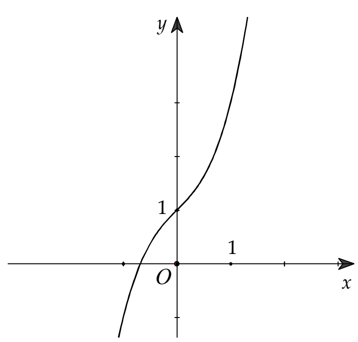


Với $a > 0.$

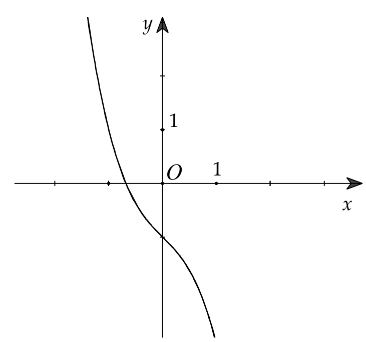


Với $a < 0.$

- **Trường hợp 2:** phương trình $y' = 0$ vô nghiệm



Với $a > 0.$

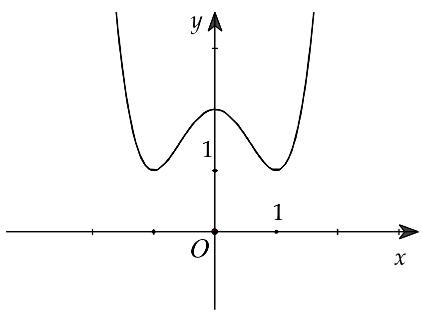


Với $a < 0.$

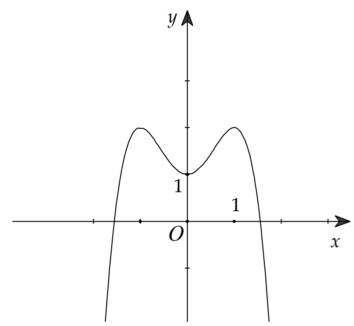
2. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$

- Đạo hàm: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{array}\right.$
- Để hàm số có 3 cực trị: $ab < 0$

- Nếu $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$ hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu
- Nếu $\begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu
- Để hàm số có 1 cực trị $ab \geq 0$
- Nếu $\begin{cases} a>0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại
- Nếu $\begin{cases} a<0 \\ b \leq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và không có cực tiểu
- **Trường hợp 1:** phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $(ab<0)$.

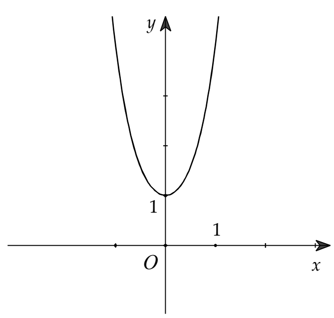


Với $a>0$.

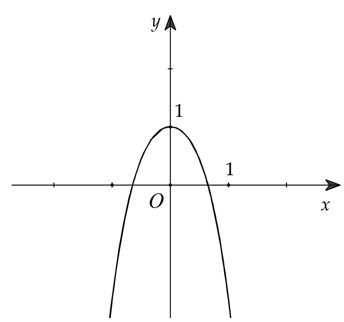


Với $a<0$.

- **Trường hợp 2:** phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm



Với $a>0$.



Với $a<0$.

3. Hàm số bậc nhất $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c \neq 0,\ ad-bc \neq 0\right)$

- Tập xác định: $D = R \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ Đạo hàm: $y = \dfrac{ad-bc}{\left(cx+d\right)^2}$
- Nếu $ad-bc>0$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 2 và 4.
- Nếu $ad-bc<0$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 1 và 3.
- Đồ thị hàm số có: TCĐ: $x = -\dfrac{d}{c}$ và TCN: $y = \dfrac{a}{c}$
- Đồ thị có tâm đối xứng: $I\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$

❖ **Các phép biến đổi đồ thị**

1. Dạng 1: Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

Ta có: $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

và $y = f(|x|)$ là *hàm chẵn* nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

- Cách vẽ (C') từ (C):

Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.

Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C), **lấy đối xứng phần đồ thị** được giữ qua Oy.

2. Dạng 2: Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

Ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$

- **Cách vẽ (C') từ (C):**

Giữ nguyên phần <u>đồ thị phía trên Ox</u> của đồ thị (C): $y = f(x)$.

Bỏ phần đồ thị <u>phía dưới Ox</u> của (C), **lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ** qua Ox.

3. Dạng 3: Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

Ta có: $y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$

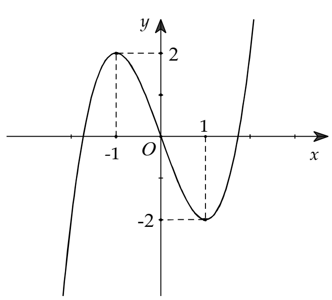
- **Cách vẽ (C') từ (C):**

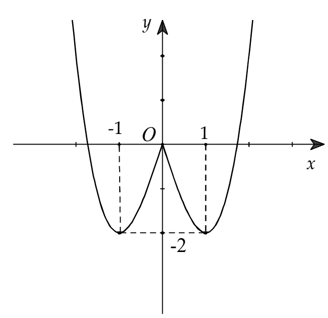
Giữ nguyên phần <u>đồ thị trên miền</u> $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.

Bỏ phần đồ thị <u>trên miền</u> $u(x) < 0$ của (C), **lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ** qua Ox.

VÍ DỤ 1: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$.

- Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy, giữ nguyên (C) bên phải Oy.
- Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy.

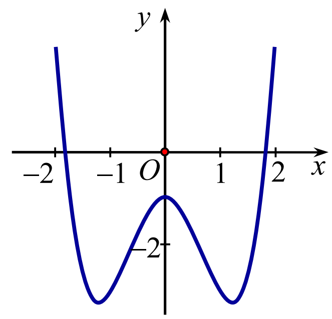




$(C'): y = |x|^3 - 3|x|$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

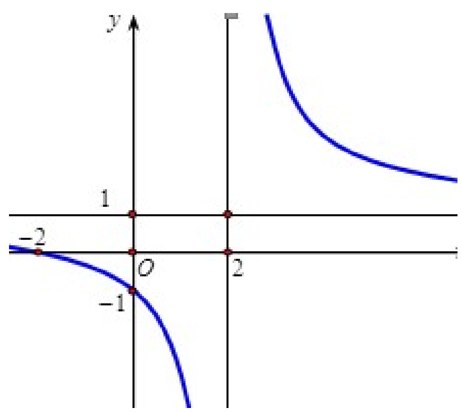
Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

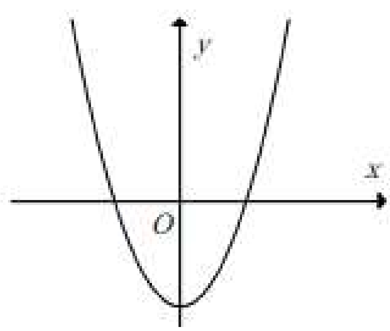
Câu 2: Tìm a, b, c để hàm số $y = \dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $a = 1; b = 1; c = -1$. **B.** $a = 1; b = -2; c = 1$.

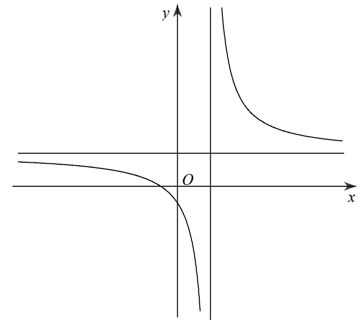
C. $a = 1; b = 2; c = 1$. **D.** $a = 2; b = -2; c = -1$.

Câu 3: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c \leq 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b \geq 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b \geq 0, c < 0$.

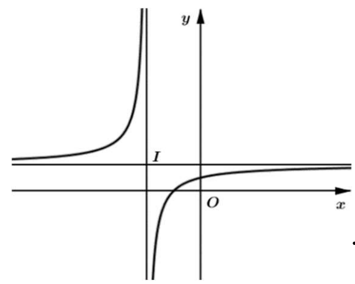
Câu 4: Cho hàm số $y = \dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và a, b, $c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c-ab<0$. **B.** $a<0$, $b>0$, $c-ab<0$. **C.** $a<0$, $b<0$, $c-ab>0$. **D.** $a>0$, $b<0$, $c-ab<0$.

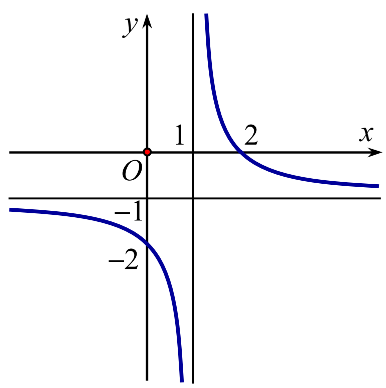
Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0>b$. **B.** $a>b>0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $a<0<b$.

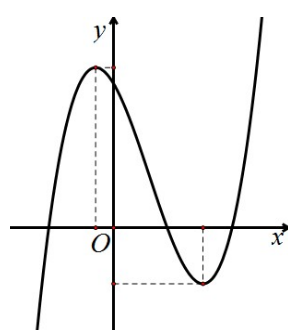
Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

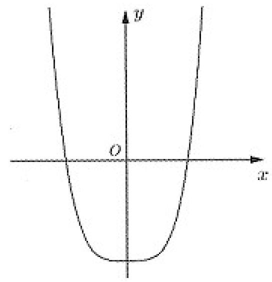


A. $a>0,b<0,c>0,d>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c<0,d>0$.

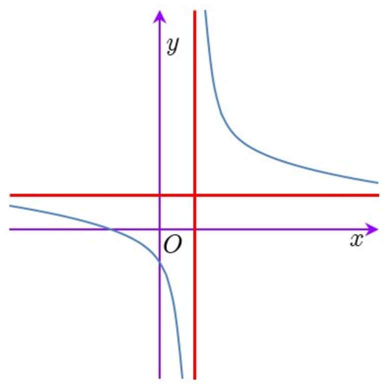
Câu 8: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ (với $ab\neq 0$).

Chọn điều kiện đúng của a, b để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.



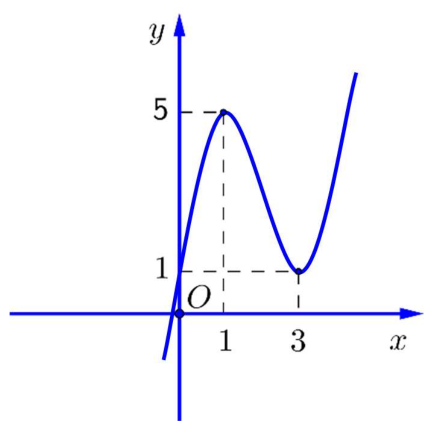
A. $\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab<0$, $cd<0$. **B.** $bc>0$, $ad<0$. **C.** $ac>0$, $bd>0$. **D.** $bd<0$, $ad>0$.

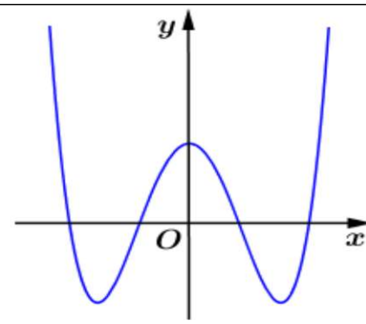
Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c>0$, $d>0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c>0$, $d>0$.

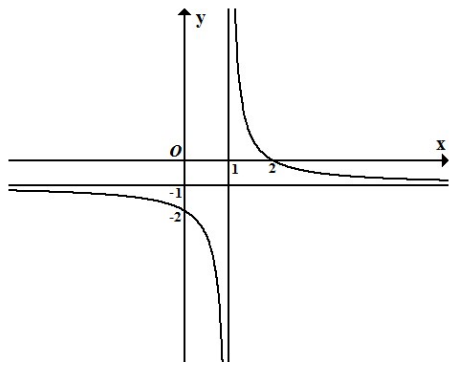
C. $a<0$, $b<0$, $c>0$, $d<0$. **D.** $a>0$, $b>0$, $c<0$, $d>0$.

Câu 11: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$?

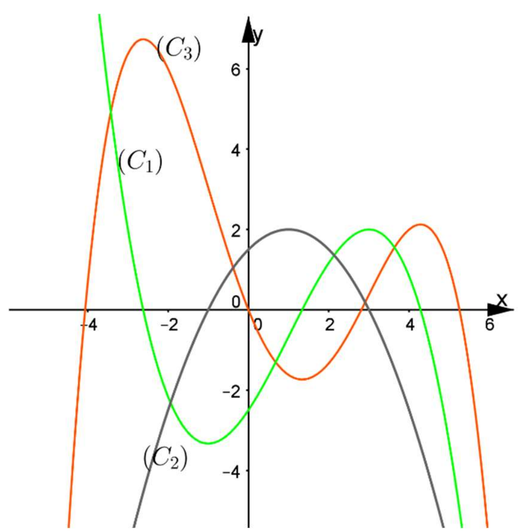


A. $T=-9$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=12$. **D.** $T=10$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H=f(4)-f(2)$?

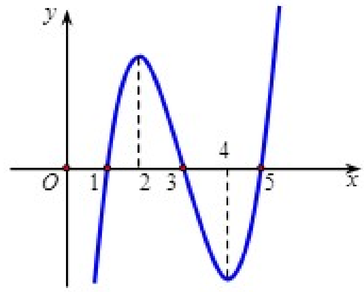
A. $H=64$. **B.** $H=51$. **C.** $H=58$. **D.** $H=45$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y=f(x),y=f'(x),y=f''(x)$ lần lượt là đường cong nào trong hình bên?



A. $(C_3),(C_2),(C_1)$. **B.** $(C_1),(C_3),(C_2)$. **C.** $(C_3),(C_1),(C_2)$. **D.** $(C_1),(C_2),(C_3)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Kết luận nào sau đây là đúng?



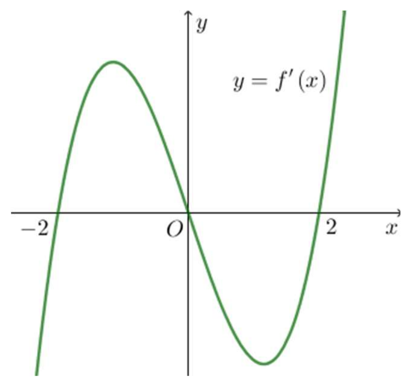
A. Hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.

B. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

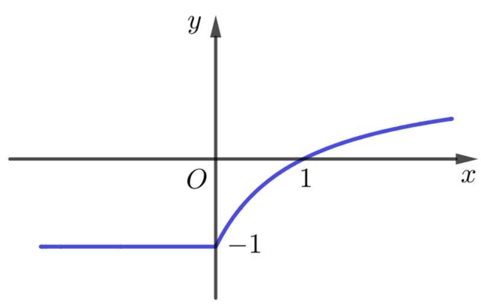
Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây là đúng?

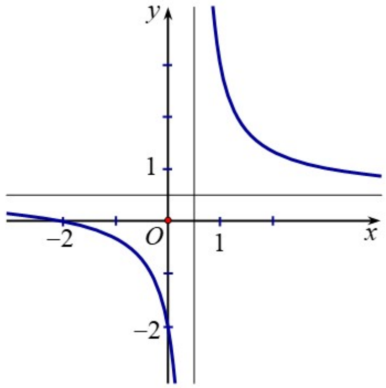
A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.
B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$.
C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=\pm 2$.
D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 17: Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?

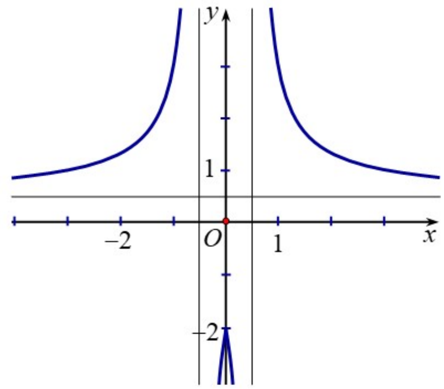


A. $y=\dfrac{-x-1}{|x|+1}$.
B. $y=\dfrac{x-1}{|x|+1}$.
C. $y=\dfrac{x-1}{|x+1|}$.
D. $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



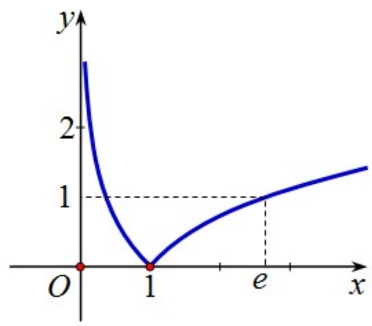
Hình 1



Hình 2

A. $y=\dfrac{x+2}{|2x-1|}$. **B.** $y=\dfrac{|x+2|}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{|x|+2}{2|x|-1}$. **D.** $y=\left|\dfrac{x+2}{2x-1}\right|$.

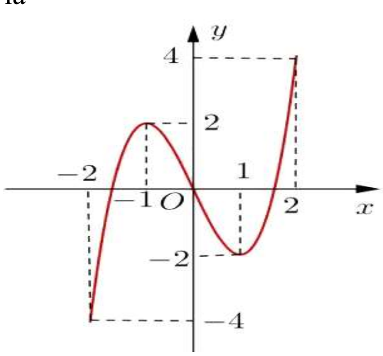
Câu 19: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=|\ln(x+1)|-\ln 2$. **B.** $y=|\ln x|$.

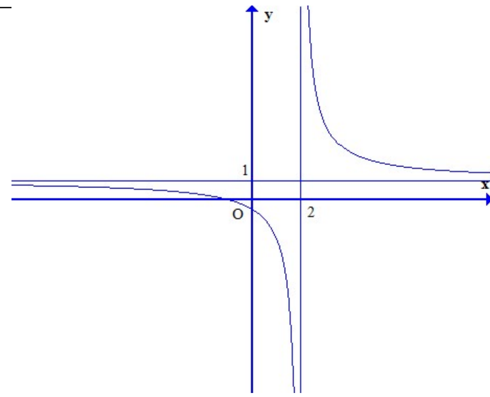
C. $y=\ln|x+1|-\ln 2$. **D.** $y=\ln|x|$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt là



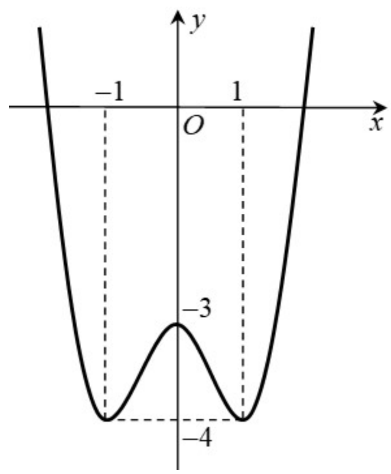
A. $0<m<2$. **B.** $m<0$. **C.** $m>2$. **D.** $0\le m\le 2$.

Câu 21: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.



A. $y' < 0, \forall x \neq 2$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **C.** $y' > 0, \forall x \neq 2$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



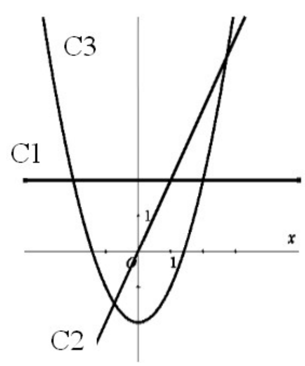
Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $3 < m < 4$. **B.** $0 < m < 3$. **C.** $-4 < m < -3$. **D.** $0 < m < 4$.

Câu 23: Cho đồ thị (C) có phương trình $y = \dfrac{x+2}{x-1}$, biết rằng ĐTHS $y = f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là

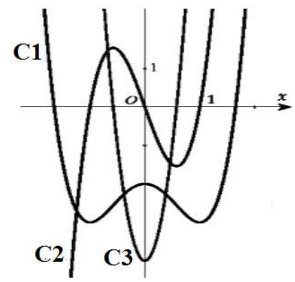
A. $f(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $f(x) = -\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $f(x) = -\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $f(x) = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 24: Cho đồ thị của ba hàm số $y = f\left(x\right)$, $y = f'\left(x\right)$, $y = f''\left(x\right)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây. Hỏi đồ thị các hàm số $y = f\left(x\right)$, $y = f'\left(x\right)$ và $y = f''\left(x\right)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?



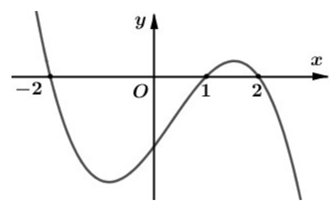
A. $(C_3);(C_2);(C_1)$. **B.** $(C_2);(C_1);(C_3)$. **C.** $(C_2);(C_3);(C_1)$. **D.** $(C_1);(C_3);(C_2)$.

Câu 25: Cho đồ thị của ba hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây. Hỏi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?



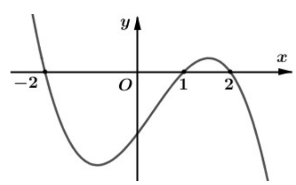
A. $(C_3);(C_2);(C_1)$. **B.** $(C_2);(C_1);(C_3)$. **C.** $(C_2);(C_3);(C_1)$. **D.** $(C_1);(C_2);(C_3)$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đặt $g(x)=f(|x+m|)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị?



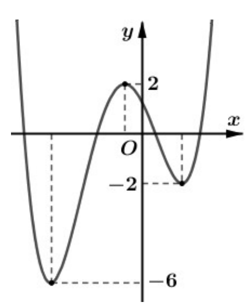
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đặt $g(x)=f(|x|+m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có **đúng** 5 điểm cực trị?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** Vô số.

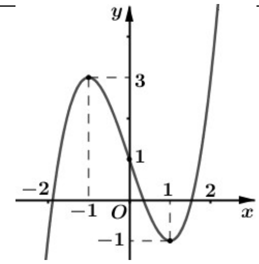
Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x)=\left|f(x+2018)+m^2\right|$ có 5 điểm cực trị khi

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

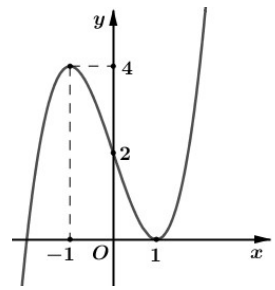
Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Với $m<-1$ thì hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x+m\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

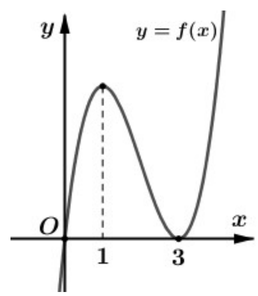
Câu 30: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x\right|+m\right)$ có 5 điểm cực trị.

A. $m<-1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị.

A. $m>\frac{1}{4}$. **B.** $m\geq\frac{1}{4}$. **C.** $m<1$. **D.** $m\leq1$.

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ (với a,b,c là các tham số) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

Xét bốn phát biểu sau: $(1)\ c>1$ $(2)\ a+b<0$ $(3)\ a+b+c=0$ $(4)\ a>0$.

Số phát biểu đúng trong bốn phát biểu đã nêu là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

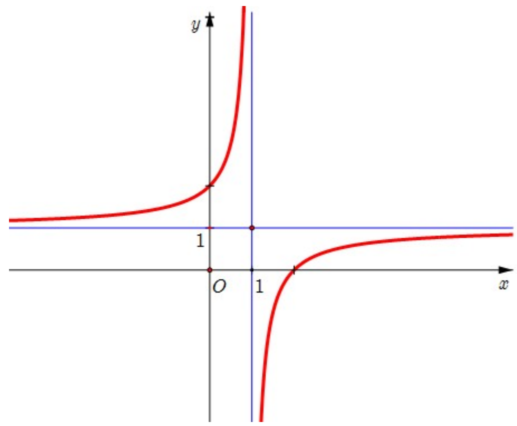
Câu 33: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax-5}{bx+c}$, $\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$ $+\infty$	||	$-\infty$ $\nearrow$	-2

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx-1}(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ:



Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.B**	**3.D**	**4.A**	**5.A**	**6.C**	**7.B**	**8.D**	**9.B**	**10.B**

11.C	**12.A**	**13.C**	**14.C**	**15.D**	**16.A**	**17.B**	**18.C**	**19.B**	**20.A**
21.A	**22.A**	**23.D**	**24.A**	**25.D**	**26.D**	**27.B**	**28.B**	**29.C**	**30.A**
31.B	**32.C**	**33.B**	**34.B**						

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **Chọn A**

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0;c)$ nằm dưới trục Ox nên $c<0$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên $a>0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab<0 \Rightarrow b<0$

Câu 2: **Chọn B**

Để đường tiệm cận đứng là $x=2$ thì $-\dfrac{b}{c}=2 \Leftrightarrow b=-2c$.

Để đường tiệm cận ngang là $y=1$ thì $\dfrac{a}{c}=1 \Leftrightarrow a=c$.

Khi đó $y=\dfrac{cx+2}{cx-2c}$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2\,;0)$ thì $c=1$. Vậy ta có $a=1;b=-2;c=1$.

Câu 3: **Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} a>0 \\ a.b\ge 0 \\ c<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\ge 0 \\ c<0 \end{cases}$.

Câu 4: **Chọn A**

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=b>0$, tiệm cận đứng $x=a>0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c-ab<0$, đáp án **B** đúng.

Câu 5: **Chọn A**

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=b$. Theo như hình vẽ thì $b<0$.

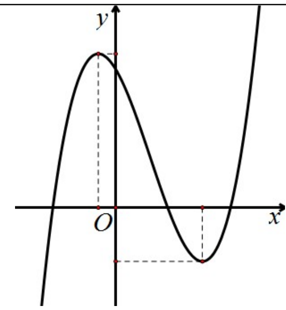
Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=a$. Theo như hình vẽ thì $a>0$.

Do đó ta có $a>0>b$.

Câu 6: **Chọn C**

Nhìn vào đồ thị ta thấy: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a$ và tiệm cận đứng $x=1$.Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\dfrac{b}{a}>1$. Ta có: $\begin{cases} \dfrac{a}{-1}=1 \\ \dfrac{b}{a}>1 \end{cases} \Leftrightarrow b<a=-1<0$.

Câu 7: **Chọn B**



Đồ thị đã cho là hàm bậc 3. Vì khi $x \to +\infty, y \to +\infty \Rightarrow a > 0$.

(hay phía bên phải đồ thị hàm bậc 3 đồ thị đi lên nên $a > 0$).

Xét $y' = 3ax^2 + 2bx + c, y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên suy ra $a.c < 0 \Rightarrow c < 0$.

Loại được đáp án C và D.

Xét $y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-b}{3a}$, dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ của điểm uốn dương.

$\Rightarrow \dfrac{-b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0.$ Suy ra $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 8: Chọn D

Hàm bậc 4 trùng phương có hướng quay lên thì $a > 0$. Đồ thị chỉ có một cực trị nên phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{array}\right.$ chỉ có một nghiệm, do đó $ab > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 9: Chọn B

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad - bc < 0$, với mọi $x \neq -\dfrac{d}{c}$ nên $ad < bc$

Mặt khác $(C) \cap Ox = A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$ và $-\dfrac{b}{a} < 0$ nên $ab > 0$ (1) $\Rightarrow$ **Loại A**

Và $(C) \cap Oy = B\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$ và $\dfrac{b}{d} < 0$ nên $bd < 0$ $(2) \Rightarrow$ **Loại C**

Từ (1) và (2) ta có $ad < 0$ $\Rightarrow$ **Loại D**

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c} > 0$ nên $cd < 0$. Suy ra $bc > 0$.

Câu 10: Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy nhánh cuối cùng bên phải hướng lên trên suy ra $a > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $x = 1 \Rightarrow d = 1 > 0$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1 = 1 > 0$, $x_2 = 3 > 0 \Rightarrow x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow -\dfrac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

$x_1 x_2 > 0 \Rightarrow \dfrac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c > 0$. Vậy $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$, $d > 0$.

Câu 11: Chọn C

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0, b < 0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

Câu 12: Chọn A

Đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng nên $c = -1$.

Đồ thị hàm số có $y=-1$ là tiệm cận ngang nên $a=-1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\dfrac{b}{c}=-2$ do đó $b=2$.

Vậy $T=a-3b+2c\ =-1-3.2+2\left(-1\right)=-9$.

Câu 13: Chọn C

Theo bài ra $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$ do đó $y=f'\left(x\right)$ là hàm bậc hai có dạng $y=f'\left(x\right)=a'x^2+b'x+c'$.

Dựa vào đồ thị ta có: $\begin{cases}c'=1\\ a'-b'+c'=4\\ a'+b'+c'=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a'=3\\ b'=0\\ c'=1\end{cases}\Rightarrow y=f'\left(x\right)=3x^2+1$.

Gọi S là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'\left(x\right)$, trục Ox, $x=4,\ \ x=2$.

Ta có $S=\int\limits_2^4\left(3x^2+1\right)\mathrm{dx}=58$. Lại có: $S=\int\limits_2^4 f'\left(x\right)\mathrm{dx}=f\left(x\right)\Big|_2^4=f\left(4\right)-f\left(2\right)$.

Do đó: $H=f\left(4\right)-f\left(2\right)=58$.

Câu 14: Chọn C

Gọi hàm số của các đồ thị $(C_1);(C_2);(C_3)$ tương ứng là $f_1\left(x\right),f_2\left(x\right),f_3\left(x\right)$.

Ta thấy đồ thị $\left(C_3\right)$ có các điểm cực trị có hoành độ là nghiệm của phương trình $f_1\left(x\right)=0$ nên hàm số $y=f_1\left(x\right)$ là đạo hàm của hàm số $y=f_3\left(x\right)$.

Đồ thị $\left(C_1\right)$ có các điểm cực trị có hoành độ là nghiệm của phương trình $f_2\left(x\right)=0$ nên hàm số $y=f_1\left(x\right)$ là đạo hàm của hàm số $y=f_2\left(x\right)$.

Vậy, đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong $(C_3);(C_1);(C_2)$.

Câu 15: Chọn D

Vì $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số hàm số $y=f\left(x\right)$ có ba điểm cực trị. Do đó loại hai phương án **A** và **D.**

Vì trên $\left(-\infty;2\right)$ thì $f'\left(x\right)$ có thể nhận cả dấu âm và dương nên loại phương án **C.**

Vì trên $\left(1;3\right)$ thì $f'\left(x\right)$ chỉ mang dấu dương nên $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;3\right)$.

Câu 16: Chọn A

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 17: Chọn B

Từ đồ thị, ta có tập xác định hàm số $D=\mathbb{R}$ nên loại phương án **B.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $\left(1;0\right)$ nên loại phương án **C**, **D.**

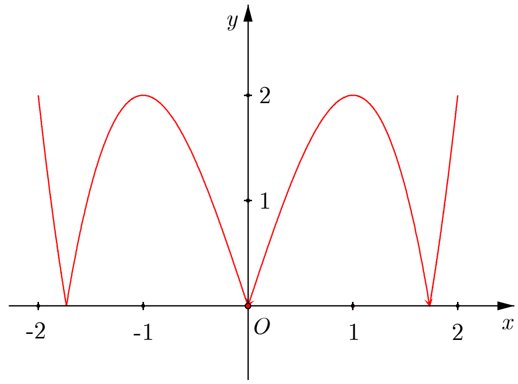
Câu 18: Chọn C

Sử dụng cách suy đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ từ đồ thị $f(x)$.

Câu 19: Chọn B

Ta có $y = |\ln x| = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ -\ln x, & x < 1 \end{cases}$.

Câu 20: Chọn A



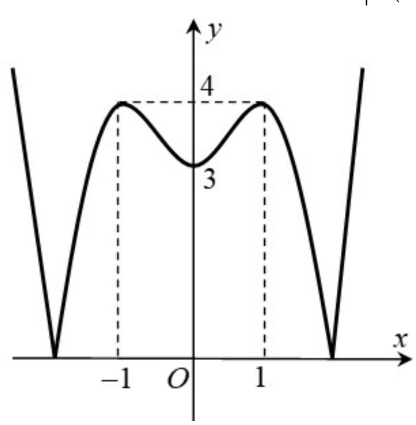
Từ đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ ta có phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 2$.

Câu 21: Chọn A

Hàm số giảm trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên $y' < 0, \forall x \neq 2$.

Câu 22: Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta suy ra được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình bên dưới.



Dựa và đồ thị suy ra để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt thì $3 < m < 4$.

Câu 23: Chọn D

Gọi $M(x;y) \in f(x) \Rightarrow N(-x;y) \in (C)$, ta có $y = \dfrac{-x+2}{-x-1} = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 24: Chọn A

Trong khoảng $(0; +\infty)$ thì (C_2) nằm trên trục hoành và (C_3) "đi lên".

Trong khoảng $(-\infty; 0)$ thì (C_2) nằm dưới trục hoành và (C_3) "đi xuống".

Đồ thị (C_1) nằm hoàn toàn trên trục hoành và (C_2) "đi lên".

Hoặc:

Từ hình vẽ ta thấy: đồ thị $\left(C_2\right)$ cắt trục Ox tại 1 điểm là điểm cực trị của của đồ thị hàm số $\left(C_3\right)$.

Đồ thị $\left(C_2\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ mà đồ thị $\left(C_1\right)$ lại nằm hoàn toàn trên trục hoành.

Câu 25: Chọn D

Từ hình vẽ ta thấy: đồ thị $\left(C_2\right)$ cắt trục Ox tại 3 điểm là 3 điểm cực trị của của đồ thị hàm số $\left(C_1\right)$.

Đồ thị $\left(C_3\right)$ cắt trục Ox tại 2 điểm là 2 điểm cực trị của của đồ thị hàm số $\left(C_2\right)$.

Câu 26: Chọn D

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ dương (và 1 điểm có hoành độ âm)

$\longrightarrow f(x)$ có 2 điểm cực trị dương

$\longrightarrow f(|x|)$ có 5 điểm cực trị

$\longrightarrow f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị với mọi m (vì tịnh tiến sang trái hay sang phải không ảnh hưởng đến số điểm cực trị của hàm số). Chọn D

Chú ý: Đồ thị hàm số $f(|x+m|)$ có được bằng cách lấy đối xứng trước rồi mới tịnh tiến.

Đồ thị hàm số $f(|x|+m)$ có được bằng cách tịnh tiến trước rồi mới lấy đối xứng.

Câu 27: Chọn B

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$. Suy ra bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x+m)$ có 2 điểm cực trị dương (vì khi đó lấy đối xứng qua Oy ta được đồ thị hàm số $f(|x|+m)$ có đúng 5 điểm cực trị).

Từ bảng biến thiên của $f(x)$, suy ra $f(x+m)$ luôn có 2 điểm cực trị dương $\Leftrightarrow$ tịnh tiến $f(x)$ (sang trái hoặc sang phải) phải thỏa mãn

Tịnh tiến sang trái nhỏ hơn 1 đơn vị $\longrightarrow m<1$.

Tịnh tiến sang phải không vượt quá 2 đơn vị $\longrightarrow m \geq -2$.

Suy ra $-2 \leq m<1 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in\{-2;-1;0\}$.

Câu 28: Chọn B

Vì hàm $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị nên $f(x+2018)+m^2$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (do phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị).

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị $f(x+2018)+m^2$ với trục hoành là 2.

Để số giao điểm của đồ thị $f(x+2018)+m^2$ với trục hoành là 2, ta cần

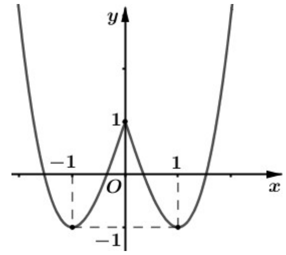
Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ xuống dưới tối thiểu 2 đơn vị $\longrightarrow m^2 \leq -2$: vô lý

Hoặc tịnh tiến đồ thị $f(x)$ lên trên tối thiểu 2 đơn vị nhưng phải nhỏ hơn 6 đơn vị

$\longrightarrow 2 \leq m^2<6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2} \leq m<\sqrt{6} \\ -\sqrt{6}<m \leq -\sqrt{2} \end{array}\right. \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in\{-2;2\}$.

Câu 29: Chọn C

Đồ thị hàm số $f(|x+m|)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $f(x)$ bằng cách lấy đối xứng trước rồi mới tịnh tiến. Lấy đối xứng trước ta được đồ thị hàm số $f(|x|)$ như hình bên dưới



Dựa vào đồ thị hàm số $f(|x|)$ ta thấy có 3 điểm cực trị $\longrightarrow f(|x+m|)$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (vì phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị). **Chọn C**

Câu 30: Chọn A

Nhận xét: Hàm $g(x)=f(|x|+m)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục Oy $\longrightarrow x=0$ là một điểm cực trị của hàm số.

Ta có $g'(x)=\dfrac{x}{|x|}.f'(|x|+m)$ với $x=0$.

$$\longrightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(|x|+m)=0 \xleftrightarrow{\text{theo do thi } f(x)} \left[\begin{array}{l}|x|+m=1\\|x|+m=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|x|=1-m\\|x|=-1-m\end{array}\right.. \ (*)$$

Để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases}1-m>0\\-1-m>0\\1-m\neq -1-m\end{cases} \Leftrightarrow m<-1.$$

Cách 2.

Đồ thị hàm số $f(|x|+m)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $f(x)$ bằng cách tịnh tiến trước rồi mới lấy đối xứng. Để hàm số $f(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x+m)$ có 2 điểm cực trị dương. Do đó ta phải tịnh tiến điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$ qua phía bên phải trục tung nghĩa là tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)$ sang phải lớn hơn 1 đơn vị $\longrightarrow m<-1$.

Câu 31: Chọn B

Xét $g(x)=f^2(x)+f(x)+m \longrightarrow g'(x)=f'(x)[2f(x)+1]$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\2f(x)=-1\end{array}\right. \xleftrightarrow{\text{theo do thi } f(x)} \left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\\x=a\ (a<0)\end{array}\right.. \text{ Ta tính được } \begin{cases}g(1)=f^2(1)+f(1)+m>m\\g(3)=m\\g(a)=m-\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		a		1		3		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	↘		$g(a)$	↗	$g(1)$	↘	m	↗	

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Suy ra đồ thị hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|=\left|\left[f(x)+\frac{1}{2}\right]^2+m-\frac{1}{4}\right|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $g(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục Ox (kể cả tiếp xúc)

$\longrightarrow m\ge\frac{1}{4}$. Chọn B

Câu 32: Chọn C

Đồ thị $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ có tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$. Hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ đồng biến trên các khoảng xác định.

Suy ra $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+} y=-\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=1\\ y'=\dfrac{ac-b}{(bx+c)^2}>0,\ x\ne-\dfrac{b}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b+c=0\\ \dfrac{a}{b}=1\\ ac-b>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ c=-2b\\ -2b^2-b>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ c=-2b\\ -\dfrac{1}{2}<b<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-\dfrac{1}{2}<b<0\Rightarrow 0<-b<\dfrac{1}{2}\\ a=b\Rightarrow a+b<0\\ c=-2b\Rightarrow a+b+c=0\\ c<1\end{cases}\Rightarrow(2),(3)$ đúng.

Câu 33: Chọn B

Theo bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{ax-5}{bx+c}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{a-\frac{5}{x}}{b+\frac{c}{x}}=\frac{a}{b}=-2\Rightarrow a=-2b\ \ (1)$.

Theo bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ nên suy ra $-\frac{c}{b}=-2\Leftrightarrow c=2b$ (2).

Mặt khác hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $y'=\frac{ac+5b}{(bx+c)^2}>0$ hay $ac+5b>0$ (3).

Thay (1), (2) vào (3) ta có: $-4b^2+5b>0\Leftrightarrow 0<b<\frac{5}{4}$. Từ đó ta có $c>0$, $a<0$.

Câu 34: Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx-1}$ có các tính chất:

Đường tiệm cận ngang là $y=\frac{a}{c}\Rightarrow\frac{a}{c}=1\Rightarrow a=c$

Đường tiệm cận đứng là $x=\frac{1}{c}\Rightarrow\frac{1}{c}=1\Rightarrow c=1$

Cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=-b\Rightarrow -b>0\Rightarrow b<0$

Vậy có $a,c>0$ và $b<0$ tức là trong các số a,b,c có hai giá trị dương.