PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN TIÊN THANH OAI

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (6,0 điểm)

a) Cho $P = \dfrac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})} - \dfrac{y}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)} - \dfrac{xy}{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{y})}$

1. Tìm điều kiện của x,y để biểu thức P xác định và rút gọn P
2. Tìm x,y nguyên thỏa mãn phương trình: P = 2

b) Chứng minh rằng: Với mọi n∈ N thì n + n +1 không chia hết cho 9

Bài 2: (4,0 điểm)

a)Giải phương trình : $\sqrt{17-x^2} = (3-\sqrt{x})^2$

b) Cho các số thực dương a,b thỏa mãn: a + b = a + b = a + b .

Tính giá trị biểu thức: P = a + b

Bài 3: (3,0 điểm)

a/ Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

b/ Cho a,b,c > 0. Chứng minh : $\dfrac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} + \dfrac{(a+b+c)^3}{abc} \geq 28$

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính AB = 2R. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đường tròn tâm O khác A,B.Các tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại A và M cắt nhau tại E. Vẽ MP vuông góc với AB(P∈ AB), vẽ MQ vuông góc với AE (Q∈ AE)

1.Chứng minh rằng: Bốn điểm A,E,M,O cùng thuộc một đường tròn và tứ giác APMQ là hình chữ nhật.

2. Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh O,I,E thẳng hàng

3. Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh ΔEAO đồng dạng với Δ MPB suy ra K là trung điểm của MP

4. Đặt AP = x. Tính MP theo x và R.Tìm vị trí của điểm M trên đường tròn (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.

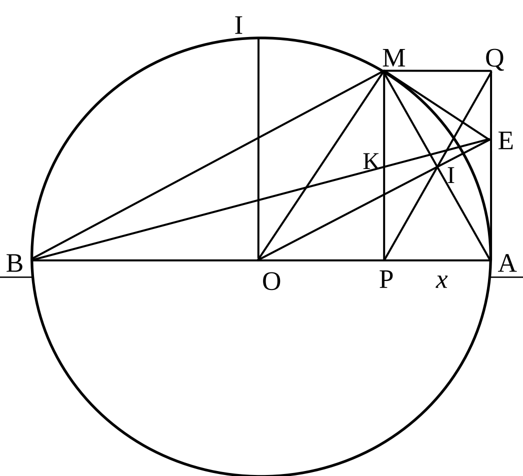
Bài 5: (1,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên ,dương của phương trình: xy+yz+zx= xyz+2

HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9

Môn: Toán

Bài	**Nội dung**	**Điểm**
Bài 1 (6 đ)	a) 1. Tìm đúng điều kiện : x ≥ 0, y≥ 0 ,y ≠ 1, x+y≠0 $P=\dfrac{x\left(\sqrt{x}+1\right)-y\left(1-\sqrt{y}\right)-xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$ $=\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-\sqrt{xy}+y-xy\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$ $=\ldots=\sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}$ 2. P=2 ⇔ $\sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}=2$ ⇔ $\sqrt{x}\left(1+\sqrt{y}\right)-\left(\sqrt{y}+1\right)=1$ ⇔ $\left(1+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-1\right)=1$ Ta có $\left(1+\sqrt{y}\right)\geq 1$ ⇒ $\left(\sqrt{x}-1\right)\leq 1$ ⇒ $\sqrt{x}\leq 2 \Leftrightarrow x\leq 4$ .Kết hợp với điều kiện x ≥ 0. Vậy 0≤x≤4 ⇒ x ∈ {0,1,2,3,4}. Thay vào phương trình P=2 ta có: (x,y)∈ {(4,0); (2,2)} b) giả sử tồn tại số tự nhiên n để $n^2+n+1 \vdots 9$ §Æt $A=n^2+n+1$. V× $A\vdots 9 \Rightarrow 4A\vdots 9$ (1) Ta cã: $4A=4\left(n^2+n+1\right)=\left(2n+1\right)^2+3$ V× $A\vdots 9\Rightarrow 4A\vdots 3\Rightarrow\left(2n+1\right)^2\vdots 3\Rightarrow 2n+1\vdots 3\Rightarrow\left(2n+1\right)^2\vdots 9$ $4A=\left(2n+1\right)^2+3$ kh«ng chia hÕt cho 9 $\Rightarrow 4A$ kh«ng chia hÕt cho 9 (2) Ta thÊy (1) vµ (2) m©u thuÉn. VËy ®iÒu gi¶ sö lµ sai. VËy víi $\forall n\in N$ th× n^2+n+1 kh«ng chia hÕt cho 9.	0,5đ. 0,5đ. 1,0đ. 0,5đ. 0,5đ. 0,5đ 0,5đ 1,0đ. 0,5đ. 0,5đ.
Bài 2 (4đ)	1.(2đ) Tìm đúng điều kiện 0≤ x≤ $\sqrt{17}$ - Đặt $\begin{cases} t=\sqrt{x}\,(t\geq 0)\\ 3-\sqrt{x}=u\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t+u=3-\sqrt{x}+\sqrt{x}=3\\ x^2=t^4\end{cases}$ ⇒ ⇒ ⇒ -Giải ra được đến * Với ut=2⇒ t=1 hoặc t=2 - Với t=1 ⇒ x=1 -Với t=2 ⇒ x=4 * Với ut=6 ⇒ Pt vô nghiệm -Kết luận nghiệm 2. (2đ)	0,25đ 0,5đ 0,5đ. 0,5đ 0,25đ 0,5đ. 0,5đ.

	$a^{102}+b^{102}=\left(a^{101}+b^{101}\right)(a+b)-ab\left(a^{100}+b^{100}\right)$ $\Rightarrow a^{102}+b^{102}=\left(a^{102}+b^{102}\right)(a+b-ab)$ $\Rightarrow (a+b-ab)=1$ Ta có : $(a,b)=(1;1)$ Tính ra P=2	0,5đ 0,5đ.
Bài 3 (3đ)	1. Viết được $\Leftrightarrow 2\left(x^2+2x+1\right)=3\left(7-y^2\right)$ $\Leftrightarrow 2(x+1)^2=3\left(7-y^2\right)$ $\Leftrightarrow 3\left(7-y^2\right)\vdots 2$ $\Leftrightarrow$ y là số nguyên lẻ Mà $2(x+1)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(7-y^2\right) \geq 0 \Leftrightarrow y^2=1$ Thay $y^2=1$ vào tìm được x=2, x=-4 Thử lại :… và trả lời .Có các nghiệm (2,1) ;(2,-1) ;(-4,1) ;(-4,-1) 2. Với x, y, z > 0 . Ta có: +) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$ (1). +) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geq\frac{9}{x+y+z}$ (2) +) $x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx \Leftrightarrow \frac{x^2+y^2+z^2}{xy+yz+zx}\geq 1$ (3) Xảy ra đẳng thức ở (1), (2), (3) $\Leftrightarrow$ x = y = z.Ta có: $P=\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}+(a+b+c)^2.\frac{(a+b+c)}{abc}$ $=\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}+(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca).\frac{(a+b+c)}{abc}$ Áp dụng các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được: $P\geq\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}+(a^2+b^2+c^2).\frac{9}{ab+bc+ca}+2.9$ $=\left(\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}+\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca}\right)+8.\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca}+18$ $\geq 2+8+18=28$ Dấu “ =” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca \\ ab=bc=ca \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c.$	0,25đ. 0,25đ 0,25đ. 0,25đ 0,25đ 0,25đ. 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ
Bài 4 (6đ)	 	0,25đ

	a) Vì AE là tiếp tuyến của đường tròn(0) tại A $\Rightarrow$ AE$\perp$ AO $\Rightarrow \Delta OEA$ vuông ở A $\Rightarrow$O,E,A $\in$ đường tròn đường kính OE(1) Vì ME là tiếp tuyến của đường tròn(0) tại M $\Rightarrow$ ME$\perp$MO $\Rightarrow\Delta MOE$ vuông ở M$\Rightarrow$M,O,E $\in$ đường tròn đường kính OE(2) (1),(2)$\Rightarrow$ A,M,O,E cùng thuộc môt đường tròn *Tứ giác APMQ có 3 góc vuông : $\widehat{EAO}=\widehat{APM}=\widehat{PMQ}=90^o$ => Tứ giác APMQ là hình chữ nhật b) Ta có : I là giao điểm của 2 đường chéo AM và PQ của hình chữ nhật APMQ nên I là trung điểm của AM. Mà E là giao điểm của 2 tiếp tuyến tại M và tại A nên theo định lý ta có : O, I, E thẳng hàng. c) hai tam giác AEO và PMB đồng dạng vì chúng là 2 tam giác vuông có 1 góc bằng nhau là $\widehat{AOE}=\widehat{ABM}$, vì OE // BM => $\frac{AO}{BP}=\frac{AE}{MP}$ (3) Mặt khác, vì KP//AE, nên ta có tỉ số $\frac{KP}{AE}=\frac{BP}{AB}$ (4) Từ (3) và (4) ta có : AO.MP = AE.BP = KP.AB, mà AB = 2.OA => MP = 2.KP Vậy K là trung điểm của MP. d) Ta dễ dàng chứng minh được : abcd $\le\left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^4$ (*) Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = d MP = $\sqrt{MO^2-OP^2}=\sqrt{R^2-(x-R)^2}=\sqrt{2Rx-x^2}$ Ta có: S = S_{APMQ} = $MP.AP=x\sqrt{2Rx-x^2}=\sqrt{(2R-x)x^3}$ S đạt max $\Leftrightarrow$ $(2R-x)x^3$ đạt max $\Leftrightarrow$ x.x.x(2R – x) đạt max $\Leftrightarrow$ $\frac{x}{3}.\frac{x}{3}.\frac{x}{3}(2R-x)$ đạt max Áp dụng (*) với a = b = c = $\frac{x}{3}$ Ta có : $\frac{x}{3}.\frac{x}{3}.\frac{x}{3}(2R-x)\le\frac{1}{4^4}\left(\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+(2R-x)\right)^4=\frac{R^4}{16}$ Do đó S đạt max $\Leftrightarrow$ $\frac{x}{3}=(2R-x)$ $\Leftrightarrow$ $x=\frac{3}{2}R$. Vậy khi MP= $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ thì hình chũ nhật APMQ có diện tích lớn nhất	. 0,75đ. 0,75đ. 1,5đ. 1,5đ. 1,5đ
Bài 5 (1đ)	Tìmnghiệm nguyên ,dương của phương trình: xy+yz+zx=xyz+2(1) Do vai trò của x,y,z bình đẳng, nên không mất tính chất tông quát.	

	Giả sử $x\geq y\geq z\geq 1$,từ đó suy ra $xy+yz+zx\leq xy+xy+xy=3xy$(2) (1),(2)$\Rightarrow 3xyz\geq xyz+2$ Hay $3xy\geq xyz \Rightarrow z<3$ Do z là một số nguyên dương $\Rightarrow z=1,z=2$ +khi $z=1\Rightarrow x+y=2$.do x,y nguyên dương $\Rightarrow x=1,y=1$ +khi $z=2 \Rightarrow (y-2)(x-2)=2$ Do $x\geq y\geq z\geq 1 \Rightarrow$ Trả lời: (x,y,z)=(1,1,1),(4,3,2)	 0,5đ 0,5đ