

DẠNG 1**Điểm và vectơ trong hệ trục tọa độ****I. PHẦN ĐỀ BÀI**

- Câu 1.** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;-3)$, $B(1;0;2)$, $C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng
- A. $x+y=1$. B. $x+y=17$. C. $x+y=-\frac{11}{5}$. D. $x+y=\frac{11}{5}$.
- Câu 2.** Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết rằng $\vec{u} + \vec{a} = \vec{0}$ và $\vec{a} = (1; -2; 1)$.
- A. $\vec{u} = (-3; -8; 2)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 8)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; -1)$. D. $\vec{u} = (6; -4; -6)$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;2)$, $B(2;1;-3)$ và $C(1;-1;0)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $D(0;2;-1)$. B. $D(-2;-2;5)$. C. $D(-2;2;5)$. D. $D(2;2;-5)$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) .
- A. $(1;1;0)$. B. $(0;1;1)$. C. $(1;0;1)$. D. $(0;1;0)$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-3;1;2)$, tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là
- A. $(3;-1;-2)$. B. $(3;-1;2)$. C. $(3;1;-2)$. D. $(-3;-1;2)$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$; $B(2;-1;3)$; $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $D(-4;8;-5)$ B. $D(-4;8;-3)$. C. $D(-2;8;-3)$. D. $D(-2;2;5)$.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $M(1;2;-3)$. Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d . Độ dài đoạn thẳng OM_1 bằng
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. 3. D. 2.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;4;1)$ và $B(4;5;2)$. Điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BA}$ có tọa độ là
- A. $(-6;-1;-1)$. B. $(-2;-9;-3)$. C. $(6;1;1)$. D. $(2;9;3)$.
- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;2)$, $B(2;-1;1)$, $C(3;2;-3)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $(4;2;-4)$. B. $(0;-2;6)$. C. $(2;4;-2)$. D. $(4;0;-4)$.
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $M(4; 5; -9)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $M(1; -7; 12)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến ba mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) . Tính $P = a + b^2 + c^3$?

A. $P = 32$. B. $P = 18$. C. $P = 30$. D. $P = 12$.

Câu 12. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $9a^2\pi$. B. $\frac{27\pi a^2}{2}$. C. $\frac{9\pi a^2}{2}$. D. $\frac{13\pi a^2}{6}$.

Câu 13. Trong không gian $(oxyz)$ cho $\overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, điểm $B(3; -4; 1)$ và điểm $C(2; 0; -1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(1; -2; 3)$. B. $(-2; 2; -1)$. C. $(2; -2; 1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy AB, CD thỏa mãn $CD = 2AB$ và diện tích bằng 27, đỉnh $A(-1; -1; 0)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh

CD là $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm D biết $x_B > x_A$.

A. $D(-2; -5; 1)$. B. $D(-3; -5; 1)$. C. $D(2; -5; 1)$. D. $D(3; -5; 1)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, điểm $B(3; -4; 1)$ và điểm $C(2; 0; -1)$. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

A. $(1; -2; 3)$. B. $(-2; 2; -1)$. C. $(2; -2; 1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{AO} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, điểm $B(3; -4; 1)$, $C(2; 0; -1)$ và điểm $D(a; b; c)$ sao cho B là trọng tâm tam giác ACD . Khi đó $P = a + b + c$ bằng

A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ của điểm A' là:

A. $A'(4; 6; -5)$. B. $A'(-3; 4; -1)$. C. $A'(3; 5; -6)$. D. $A'(3; 5; 6)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4; -5; 0)$. B. $M(2; -3; 0)$. C. $M(0; 0; 1)$. D. $M(4; 5; 0)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u}$ vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; 1)$ và $\vec{b} = (1; -1; 3)$; đồng thời $\vec{u}$ tạo với tia Oz một góc tù và độ dài vectơ $\vec{u}$ bằng 3. Tìm vectơ $\vec{u}$.

A. $\left(\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. B. $\left(\sqrt{6}; \frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. C. $\left(-\sqrt{6}; \frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. D. $\left(-\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

Câu 20. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; -1; 1)$, $N(2; 0; -1)$, $P(-1; 2; 1)$. Xét điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là một hình bình hành. Tọa độ Q là

A. $(-2; 1; 3)$ B. $(-2; 1; 3)$ C. $(-2; 1; -3)$ D. $(4; 1; 3)$

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$ và $C(9;2;y)$. Để A, B, C thẳng hàng thì giá trị $x+y$ bằng
- A. 5. B. 6. C. 4. D. 7.
- Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;4), B(8;-5;6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?
- A. $N(3;-1;5)$. B. $M(0;-1;5)$. C. $Q(0;0;5)$. D. $P(3;0;0)$.
- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?
- A. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.
- B. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{29}$.
- C. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(2;5;-4)$.
- D. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2;-5;-4)$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(0;1;-1)$, $C(x+2;y;-2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng
- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.
- Câu 25.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt ở trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó hoành độ điểm A là:
- A. -3. B. -5. C. 3. D. 5
- Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết $|\vec{u}|=2$; $|\vec{v}|=1$ và góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng $\frac{2\pi}{3}$. Tìm k để vector $\vec{p}=k\vec{u}+\vec{v}$ vuông góc với vector $\vec{q}=\vec{u}-\vec{v}$.
- A. $k=\frac{2}{5}$. B. $k=\frac{5}{2}$. C. $k=2$. D. $k=-\frac{2}{5}$.
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(-2;1;3)$, $C(2;3;5)$, $B'(2;4;-1), D'(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm B .
- A. $B(1;-3;3)$. B. $B(-1;3;3)$. C. $C(1;3;-3)$. D. $B(1;3;3)$.
- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;2;0)$, $B(3;1;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(1;2;2)$. Trong đó có ba điểm thẳng hàng là
- A. A, C, D . B. A, B, D . C. B, C, D . D. A, B, C .
- Câu 29.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(5;0;0)$. Gọi (H) là tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. (H) là một đường tròn có bán kính bằng 4.
- B. (H) là một mặt cầu có bán kính bằng 4.
- C. (H) là một đường tròn có bán kính bằng 2.
- D. (H) là một mặt cầu có bán kính bằng 2.

- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.
- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 4; n = -3$. C. $m = 1; n = 0$. D. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -3)$, $B(3; -1; 1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác OAB , vector $\overrightarrow{OG}$ có độ dài bằng:
- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 32.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy AB, CD thỏa mãn $CD = 2AB$ và diện tích bằng 27, đỉnh $A(-1; -1; 0)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm D biết hoành độ điểm B lớn hơn hoành độ điểm A .
- A. $D(-2; -5; 1)$. B. $D(-3; -5; 1)$. C. $D(2; -5; 1)$. D. $D(3; -5; 1)$.
- Câu 33.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 3; 2)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục Oz sao cho E cách đều hai điểm A, B .
- A. $\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(0; 0; \frac{1}{3}\right)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(0; 0; 1)$.
- Câu 34.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; 4)$, $C(3; -2; 1)$. Tìm tọa độ điểm S , biết SA vuông góc với (ABC) , mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{11}}{2}$ và S có cao độ âm.
- A. $S(4; 6; -4)$. B. $S(4; -6; -4)$. C. $S(-4; 6; -4)$. D. $S(-4; -6; -4)$.
- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có các đáy lần lượt là AB, CD . Biết $A(3; 1; -2)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(-6; 3; 6)$ và $D(a; b; c)$ với $a; b; c \in \mathbb{R}$. Tính $T = a + b + c$.
- A. $T = -3$. B. $T = 1$. C. $T = 3$. D. $T = -1$.
- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(3; 4; 1)$, $C(2; 3; -3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài GM ngắn nhất bằng
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.
- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5; 1; 5)$, $B(4; 3; 2)$, $C(-3; -2; 1)$. Điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$?
- A. 1. B. 3. C. 6. D. -9.
- Câu 38.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (1; -2; 4)$, $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vector $\vec{a}$. Biết vector $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. Giá trị của tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng
- A. -3. B. 6. C. -6. D. 3.

- Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(4; -2; 6)$, $B(2; 4; 2)$, $M \in (\alpha): x + 2y - 3z - 7 = 0$ sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất. Tọa độ của M bằng
- A. $\left(\frac{29}{13}; \frac{58}{13}; \frac{5}{13}\right)$. B. $(4; 3; 1)$. C. $(1; 3; 4)$. D. $\left(\frac{37}{3}; -\frac{56}{3}; \frac{68}{3}\right)$.
- Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD ; có tọa độ ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$. Biết hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tìm mệnh đề đúng?
- A. $a + b + c = 6$. B. $a + b + c = 5$. C. $a + b + c = 8$. D. $a + b + c = 7$.
- Câu 41.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (α) và $\vec{u} = (1; a; b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b$.
- A. 0. B. 1. C. -1. D. -2.
- Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA' = 1$ (C không trùng với O). Biết vectơ $\vec{u} = (a; b; 2)$ với $a, b \in \mathbb{R}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $A'C$. Tính $T = a^2 + b^2$.
- A. $T = 5$. B. $T = 16$. C. $T = 4$. D. $T = 9$.
- Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị của $a - b + c$ bằng
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.
- Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(2; 2; -2)$, $C\left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC thuộc nửa khoảng
- A. $\left[0; \frac{1}{2}\right]$. B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. C. $\left[1; \frac{3}{2}\right]$. D. $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$.
- Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; -2)$, $C\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Độ dài đường phân giác trong đỉnh A của tam giác ABC là
- A. $\frac{12\sqrt{2}}{7}$. B. $\frac{12\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{13\sqrt{2}}{7}$. D. $\frac{13\sqrt{3}}{7}$.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; 1)$. Điểm $C(a; b; -2) \in (P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính $a + b$
- A. 0. B. -3. C. 1. D. 2.
- Câu 47.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(5; 6; 0)$ và M là điểm thay đổi trên mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tập hợp các điểm M trên mặt cầu (S) thỏa mãn $3MA^2 + MB^2 = 48$ có bao nhiêu phần tử?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 48. Trong không gian Oxyz, cho $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $B(2;2;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M(0;-2;0)$.

B. $M\left(0;\frac{3}{2};0\right)$.

C. $M(0;-3;0)$.

D. $M(0;-4;0)$.

Câu 49. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó biểu thức $a + 2b + 3c$ bằng

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 3.

Câu 50. Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(0;4\sqrt{2};0)$, $B(0;0;4\sqrt{2})$, điểm $C \in (Oxy)$ và tam giác OAC vuông tại C , hình chiếu vuông góc của O trên BC là điểm H . Khi đó điểm H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $\sqrt{3}$.

D. 2.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn A

Có $\overrightarrow{AB} = 2; -2; 5$, $\overrightarrow{AC} = x+1; y-2; 1$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x+y=1.$$

Câu 2. Chọn C

Ta có $\vec{u} + \vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = -\vec{a} = (-1; 2; -1)$.

Câu 3. Chọn B

Gọi $D(a; b; c)$; $\overrightarrow{AB} = (3; 1; -5)$; $\overrightarrow{AC} = (2; -1; -2)$

Vì $\frac{3}{2} \neq \frac{1}{-1}$ nên $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương $\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ tồn tại hình bình hành $ABCD$.

$$\text{Suy ra } ABCD \text{ là hình bình hành khi } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 1-a \\ 1 = -1-b \\ -5 = -c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \\ c = 5 \end{cases}. \text{ Vậy } D(-2; -2; 5).$$

Câu 4. Chọn C

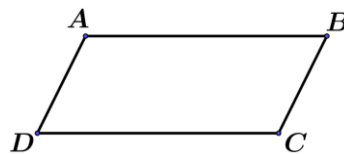
Vì $A(1; 1; 1)$ nên tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) là $(1; 0; 1)$.

Câu 5. Chọn C

Gọi $A(x; y; z)$, $A'(x'; y'; z')$ là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oy .

$$\text{Điểm } A' \text{ đối xứng với điểm } A \text{ qua trục } Oy \text{ nên } \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \\ z' = -z \end{cases}. \text{ Do đó } A' = (3; 1; -2).$$

Câu 6. Chọn B



Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$; $\overrightarrow{AC} = (-4; 3; 2)$ nên $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ không cùng phương hay A, B, C không thẳng hàng. Gọi $D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-3-x; 5-y; 1-z)$.

$$\text{Lúc đó, } ABCD \text{ là hình bình hành khi và chỉ khi } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -3-x \\ -3 = 5-y \\ 4 = 1-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 8 \\ z = -3 \end{cases}.$$

Vậy $D(-4; 8; -3)$.

Câu 7. Chọn B

Cách 1: Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Một vtcp của d là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với đường thẳng d . Khi đó (α) có vtp là $\vec{n} = \vec{u} = (2; 1; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) : $2(x-1) + 1(y-2) + 2(z+3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z + 2 = 0$.

M_1 là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d nên M_1 là giao điểm của d và (α) .

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 3 + 2t & (1) \\ y = -1 + t & (2) \\ z = 1 + 2t & (3) \\ 2x + y + 2z + 2 = 0 & (4) \end{cases}$$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta được: $2(3+2t) - 1 + t + 2(1+2t) + 2 = 0 \Leftrightarrow 9t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M_1(1; -2; -1).$$

Độ dài đoạn thẳng OM_1 là: $OM_1 = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$.

Cách 2: Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Một vtcp của d là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

$M_1 \in d \Rightarrow M_1(3+2t; -1+t; 1+2t) \Rightarrow \overrightarrow{MM_1} = (2+2t; -3+t; 4+2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MM_1} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_1} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4 + 4t - 3 + t + 8 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Suy ra $M_1(1; -2; -1)$

Độ dài đoạn thẳng OM_1 là: $OM_1 = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$.

Câu 8. Chọn A

Gọi $C(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{OC} = (x; y; z)$, $\overrightarrow{BA} = (-6; -1; -1)$.

Khi đó $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$. Vậy $C(-6; -1; -1)$.

Câu 9. Chọn C

Gọi tọa độ điểm $D(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-2)$, $\overrightarrow{BC} = (1; 3; -4)$.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=3 \\ z-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}. \text{ Vậy } D(2; 4; -2).$$

Câu 10. Chọn A

Gọi $M(x; y; z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$

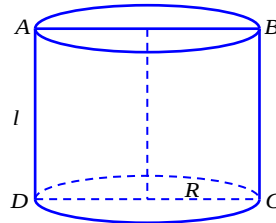
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2(2-x) \\ y-1=2(-3-y) \\ z+2=2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=-\frac{5}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right). \text{ Vậy } M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Câu 11. Chọn C

Với $A(x_o; y_o; z_o) \in (Oxyz)$. Khi đó $d(A, (Oxy)) = z_o$, $d(A, (Oxz)) = y_o$, $d(A, (Oyz)) = x_o$.

Theo bài ra ta có: $a = d(M; (Oxy)) = 2$; $b = d(M; (Oyz)) = 1$, $c = d(M; (Oxz)) = 3$.

$$P = a + b^2 + c^3 = 2 + 1^2 + 3^3 = 30.$$

Câu 12. Chọn B

Do thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $3a$ nên ta có bán kính đáy

$$R = \frac{3a}{2} \text{ và độ dài đường sinh } l = 3a.$$

$$\text{Diện tích toàn phần hình trụ là: } S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl = \frac{27\pi a^2}{2}.$$

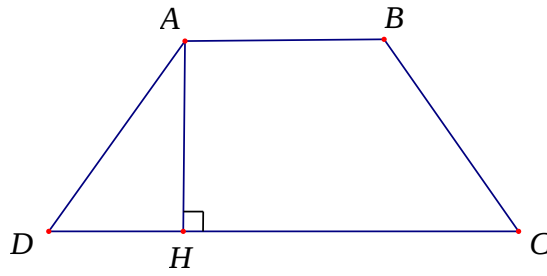
Câu 13. Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow A(1; -2; 3)$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC ta có

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1+3+2}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2-4+0}{3} = -2. \text{ Vậy } G(2; -2; 1). \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3+1-1}{3} = 1 \end{cases}$$

Câu 14. Chọn A



Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng CD .

Khi đó $H(2+2t; -1+2t; 3+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}(3+2t; 2t; 3+t)$.

Đường thẳng CD có vtcp là: $\vec{u}(2; 2; 1)$. Ta có:

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 2(3+2t) + 2.2t + 3+t = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(0; -3; 2) \Rightarrow AH = 3.$$

Đường thẳng AB đi qua A và song song với $CD \Rightarrow$ phương trình AB là: $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

$$B \in AB \Rightarrow B(-1+2a; -1+2a; a) \Rightarrow AB = 3|a| \Rightarrow CD = 6|a|$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot AH \Leftrightarrow \frac{3|a|+6|a|}{2} \cdot 3 = 27 \Leftrightarrow |a| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\text{Với } a = -2 \Rightarrow B(-5; -5; -2).$$

$$\text{Với } a = 2 \Rightarrow B(3; 3; -2)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{DH} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \Rightarrow D(-2; -5; 1)$$

Câu 15. Chọn C

$$\text{Từ } \overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow A(1; -2; 3)$$

$$\text{Tọa độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ trọng tâm $(2; -2; 1)$.

Câu 16. Chọn A

Câu 17. Chọn C

Gọi $A'(a; b; c)$

$$ABCD.A'B'C'D' \text{ là hình hộp } \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 0), \overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = (2; 5; -7)$$

$$\overrightarrow{AA'} = (a-1; b; c-1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=2 \\ b=5 \\ c-1=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=5 \\ c=-6 \end{cases} . \text{ Vậy: } A'(3;5;-6).$$

Câu 18. Chọn A

Ta có $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0); \overrightarrow{AB} = (-2; 3; 1); \overrightarrow{AM} = (x-2; y+2; -1).$

Để A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng phương, khi đó: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases} . \text{ Vậy } M(4; -5; 0).$$

Câu 19. Chọn A

Ta có $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương đồng thời

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{a} \\ \vec{u} \perp \vec{b} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} // [\vec{a}, \vec{b}] = (4; -2; -2) \Rightarrow \vec{u} = (2k; -k; -k).$$

Do $|\vec{u}| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{4k^2 + k^2 + k^2} = 3 \Leftrightarrow k = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$. Mặt khác $\vec{u}$ tạo với tia Oz một góc tù nên

$$\cos(\vec{u}, \vec{k}) < 0 \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{k} < 0 \Leftrightarrow 2k \cdot 0 + (-k) \cdot 1 < 0 \Leftrightarrow (-k) \cdot 1 < 0 \Leftrightarrow k > 0. \text{ Suy ra } k = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \vec{u} = \left(\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2} \right).$$

Câu 20. Chọn A

Gọi $Q(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{MN} = (1; 1; -2), \overrightarrow{QP} = (-1-x; 2-y; 1-z).$

$$\text{Tứ giác } MNPQ \text{ là một hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -1-x \\ 1 = 2-y \\ -2 = 1-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases} . \text{ Vậy,}$$

$$Q(-2; 1; 3).$$

Câu 21. Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2), \overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1).$

$$\text{Ba điểm } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 6k \\ x-5 = -3k \\ 2 = k(y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x+y=5.$$

Câu 22. Chọn B

Vì I là trung điểm của đoạn AB nên $I(3; -1; 5).$

Khi đó hình chiếu của I lên (Oyz) là $M(0; -1; 5).$

Câu 23. Chọn C

+) Ta có khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng $|-5| = 5$ nên **A** đúng.

+) Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$ nên **B** đúng.

+) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (yOz) là $I(0; -5; 4)$.

Suy ra tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(-2; -5; 4)$ nên **C sai**.

+) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy là $J(0; -5; 0)$.

Suy ra tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2; -5; -4)$ nên **D** đúng.

Câu 24. Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (x+2; y-1; -1)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k : \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{AB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=k \\ y-1=0 \\ -1=-3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{3} \\ y=1 \\ k=\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x+y=-\frac{2}{3}.$$

Câu 25. Chọn C

Giả sử $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$. Khi đó mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AH} = (2-a; 1; 1); \overrightarrow{BH} = (2; 1-b; 1) \\ \overrightarrow{BC} = (0; -b; c); \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c) \end{cases}$

Vì H là trọng tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} H \in (ABC) \\ \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ -b + c = 0 \\ -2a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 6 \end{cases}$ Vậy

$A(3; 0; 0)$

Câu 26. Chọn A

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 1 \cdot \cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = 2 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = -1$.

Vector $\vec{p} = k\vec{u} + \vec{v}$ vuông góc với vector $\vec{q} = \vec{u} - \vec{v}$ khi và chỉ khi:

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = (k\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow k\vec{u}^2 + (1-k)\vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{v}^2 = 0 \Leftrightarrow 4k - (1-k) - 1 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}.$$

Câu 27. Chọn D

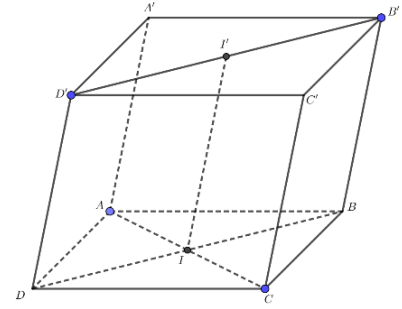
Gọi $B(x; y; z)$ là điểm cần tìm.

Gọi I và I' lần lượt là trung điểm AC và $B'D'$

$$\Rightarrow I(0; 2; 4) \text{ và } I'(1; 3; 0).$$

$$\overrightarrow{I'I} = (-1; -1; 4); \overrightarrow{B'B} = (x-2; y-4; z+1)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{I'I} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -1 \\ y-4 = -1 \\ z+1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } B(1; 3; 3).$$

**Câu 28. Chọn A**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AC} = (1; 0; 1), \overrightarrow{AD} = (2; 0; 2)$$

Mà $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD} = \vec{0}$, nên hai vectơ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng phương, hay ba điểm A, C, D thẳng hàng.

Nhận xét: Có thể vẽ phát họa lên hệ tọa độ Oxyz để nhìn nhận dễ dàng hơn.

Câu 29. Chọn D

+ Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(3; 0; 0)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) = 0$$

$$\Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = 0 \Leftrightarrow MI^2 = IA^2 \Leftrightarrow MI = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot |5-1| = 2.$$

Suy ra tập hợp điểm M trong không gian là mặt cầu tâm I , bán kính bằng 2.

Vậy (H) là một mặt cầu có bán kính bằng 2.

Câu 30. Chọn A

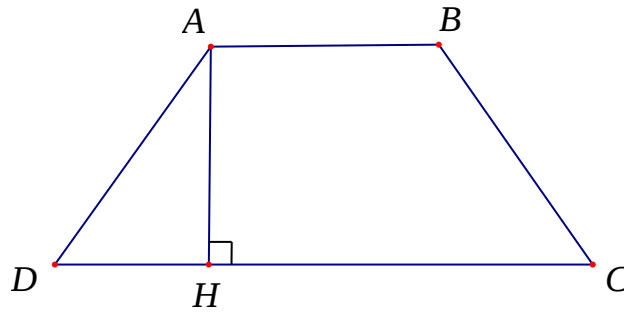
$$\vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } m = 7; n = -\frac{3}{4}$$

Câu 31. Chọn A

G là trọng tâm tam giác OAB nên tọa độ $G\left(\frac{4}{3}; 0; \frac{-2}{3}\right)$.

$$\text{Ta có: } OG = \sqrt{\frac{16}{9} + 0 + \frac{4}{9}} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

Câu 32. Chọn A



Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng CD .

Khi đó $H(2+2t; -1+2t; 3+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}(3+2t; 2t; 3+t)$.

Đường thẳng CD có vtcp là: $\vec{u}(2; 2; 1)$. Ta có:

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 2(3+2t) + 2.2t + 3+t = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(0; -3; 2) \Rightarrow AH = 3.$$

Đường thẳng AB đi qua A và song song với $CD \Rightarrow$ phương trình AB là: $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

$$B \in AB \Rightarrow B(-1+2a; -1+2a; a) \Rightarrow AB = 3|a| \Rightarrow CD = 6|a|$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot AH \Leftrightarrow \frac{3|a|+6|a|}{2} \cdot 3 = 27 \Leftrightarrow |a| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

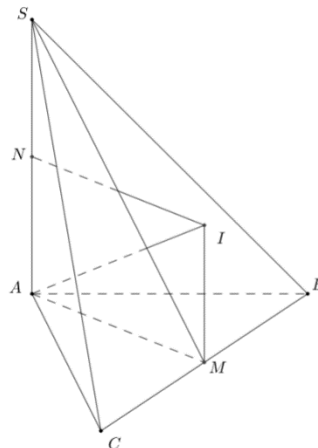
$$\text{Với } a = -2 \Rightarrow B(-5; -5; -2) \text{ . Với } a = 2 \Rightarrow B(3; 3; -2)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{DH} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow D(-2; -5; 1)$$

Câu 33. Chọn D

$$\text{Gọi } E(0; 0; t) \in Oz \text{ . Ta có } AE = BE \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 4t + 17} = \sqrt{t^2 - 8t + 21} \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow E(0; 0; 1).$$

Câu 34. Chọn A.



$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (2; 1; 2), \overrightarrow{AC} = (2; -2; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 6; -6).$$

Do SA vuông góc với nên một VTCP của đường thẳng SA được chọn là $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (3; 6; -6)$.

Đường thẳng SA qua $A(1; 0; 2)$ và có VTCP $\vec{u} = (3; 6; -6)$ nên có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 6t \\ z = 2 - 6t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 - 2 - 2 = 0 \Rightarrow AB \perp AC \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

Gọi M là trung điểm BC , khi đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Gọi d là đường thẳng qua M và song song với SA nên $d \perp (ABC)$, suy ra d là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Trong mặt phẳng (SAM) vẽ đường trung trực của SA cắt d tại I và cắt SA tại N .

Mặt phẳng (ABC) qua A và có một VTPT $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (3; 6; -6)$ nên có phương trình tổng quát là:

$$3(x-1) + 6y - 6(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 3 = 0$$

$$\overrightarrow{BC} = (0; -3; -3) \Rightarrow BC = \sqrt{18} \Rightarrow BC^2 = 18.$$

$$\text{Ta có } R^2 = IA^2 + AM^2 \Leftrightarrow \frac{99}{4} = IM^2 + \frac{1}{4}BC^2 \Rightarrow IM = \frac{9}{2}.$$

Do $S \in SA$ nên $S(1+3t; 6t; 2-6t)$, mà $SA = 2IM \Rightarrow SA = 9$

$$\Leftrightarrow d(S, (ABC)) = 9 \Leftrightarrow \frac{|1+3t+12t-2(2-6t)+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = 9$$

$$\Leftrightarrow |27t| = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow S(4; 6; -4) \\ t = -1 \Rightarrow S(-2; -6; 8) \end{cases}, \text{ mà cao độ của } S \text{ âm nên } S(4; 6; -4) \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 35. Chọn A

Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4); \overrightarrow{CD} = (a+6; b-3; c-6)$

Do $ABCD$ là hình thang cân nên $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB} \ (k \in \mathbb{R})$ hay $\frac{a+6}{-2} = \frac{b-3}{1} = \frac{c-6}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{-a}{2} \\ c = -a \end{cases}. \text{ Vậy } D\left(a; \frac{-a}{2}; -a\right).$$

Lại có

$$AC = BD \Leftrightarrow AC^2 = BD^2 \Leftrightarrow (-9)^2 + 2^2 + 8^2 = (a+1)^2 + \left(\frac{a}{2} + 3\right)^2 + (a+2)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a - 60 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = -10 \end{cases}. \text{ Với } a = -10 \Rightarrow D(-10; 5; 10). \text{ Kiểm tra thấy: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$$

Với $a = 6 \Rightarrow D(6; -3; -6)$. Kiểm tra thấy: $(-3).\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Do đó, $T = a + b + c = 6 - 3 - 6 = -3$.

Cách 2

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4); \overrightarrow{CD} = (a+6; b-3; c-6)$

Do $ABCD$ là hình thang cân nên $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}$ ngược hướng hay $\frac{a+6}{-2} = \frac{b-3}{1} = \frac{c-6}{2} < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-a}{2} \\ c = -a \\ a > -6 \end{cases} \text{ . Vậy } D\left(a; \frac{-a}{2}; -a\right) \text{ với } a > -6 \text{ .}$$

Lại có

$$AC = BD \Leftrightarrow AC^2 = BD^2 \Leftrightarrow (-9)^2 + 2^2 + 8^2 = (a+1)^2 + \left(\frac{a}{2} + 3\right)^2 + (a+2)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a - 60 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = -10(L) \end{cases} \text{ . Với } a = 6 \Rightarrow D(6; -3; -6) \text{ .}$$

Do đó, $T = a + b + c = 6 - 3 - 6 = -3$.

Cách 3

+ Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

+ Gọi mp (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB , suy ra mp (α) đi qua trung điểm $I(1; 2; 0)$ của đoạn thẳng AB và có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 2)$, suy ra phương trình của mp (α) là: $(\alpha): -2x + y + 2z = 0$.

+ Vì C, D đối xứng nhau qua mp (α) nên

$$D(6; -3; -6) \Rightarrow a = 6; b = -3; c = -6 \Rightarrow T = a + b + c = -3$$

Công thức trắc nghiệm: Xác định tọa độ điểm $M'(x_1; y_1; z_1)$ là điểm đối xứng của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ qua mp $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$)

$$\begin{cases} x_1 = x_0 - 2ak \\ y_1 = y_0 - 2bk \\ z_1 = z_0 - 2ck \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}), \quad k = -\frac{ax_0 + by_0 + cz_0 + d}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Câu 36. Chọn B

Do G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(2; 3; 1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxz) , khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxz) , ta có: $GH = d(G, (Oxz)) = 3$

Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) , ta có $GM \geq GH = 3$, do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow M \equiv H$. Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 3.

Câu 37. Chọn B

Cách 1: $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-8; -3; -4)$.

$$\text{Gọi } M, N \text{ lần lượt là trung điểm } AB, AC \Rightarrow \begin{cases} M\left(\frac{9}{2}; 2; \frac{7}{2}\right) \\ N\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right) \end{cases}$$

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-17; 20; 19)$.

$$(ABC): -17x + 20y + 19z - 30 = 0.$$

$$I \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{IN} \perp \overrightarrow{AC} \\ I \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{9}{2} - a\right) \cdot (-1) + (2 - b) \cdot 2 + \left(\frac{7}{2} - c\right) \cdot (-3) = 0 \\ (1 - a) \cdot (-8) + \left(-\frac{1}{2} - b\right) \cdot (-3) + (3 - c) \cdot (-4) = 0 \\ -17a + 20b + 19c - 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b + 3c = 11 \\ 8a + 3b + 4c = \frac{37}{2} \\ -17a + 20b + 19c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + 2b + c = 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 3.$$

Cách 2:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3)$ và $\overrightarrow{BC} = (-7; -5; -1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B .

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC nên I là trung điểm của AC .

$$\text{Vậy } I\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right) \Rightarrow a + 2b + c = 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 3.$$

Câu 38. Chọn A

$$\text{Do } \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương và nên ta có } \vec{b} = k \cdot \vec{a} (k \neq 0) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = k \\ y_0 = -2k \\ z_0 = 4k \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \frac{x_0}{1} = \frac{y_0}{-2} = \frac{z_0}{4} = \frac{x_0 + y_0 + z_0}{3} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{1}{3}(x_0 + y_0 + z_0) \\ y_0 = -\frac{2}{3}(x_0 + y_0 + z_0) \\ z_0 = \frac{4}{3}(x_0 + y_0 + z_0) \end{cases}$$

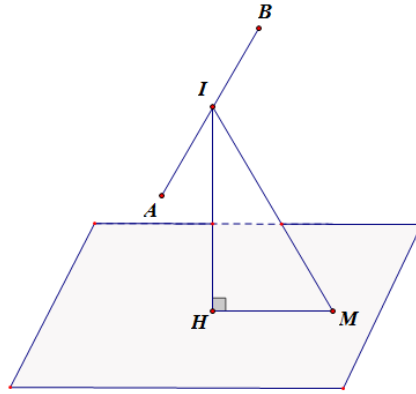
Theo giả thiết vector $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn nên $\vec{b} \cdot \vec{j} > 0$ với $\vec{j} = (0; 1; 0)$, do đó $y_0 > 0$.

Mà $\frac{y_0}{-2} = \frac{x_0 + y_0 + z_0}{3}$ nên $x_0 + y_0 + z_0 < 0$.

Lại có $|\vec{b}| = \sqrt{21}$, suy ra $\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} = \sqrt{\frac{21}{9}(x_0 + y_0 + z_0)^2} = \sqrt{21} \Rightarrow (x_0 + y_0 + z_0)^2 = 9$.

Vậy $x_0 + y_0 + z_0 = -3$.

Câu 39. Chọn B



Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(3; 1; 4)$. Gọi H là hình chiếu của I xuống mặt phẳng (α) .

Ta có $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) - IA^2 = MI^2 - IA^2$.

Do IA không đổi nên $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI = IH \Leftrightarrow M \equiv H$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) . Khi đó Δ nhận

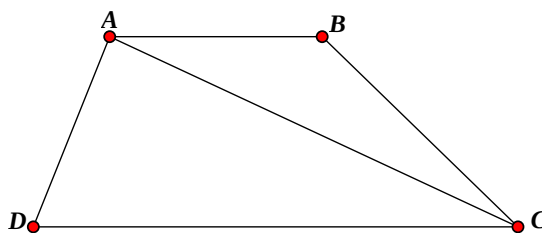
$$\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 2; -3) \text{ làm vector chỉ phương. Do đó } \Delta \text{ có phương trình } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$$

$$H \in \Delta \Leftrightarrow H(3 + t; 1 + 2t; 4 - 3t).$$

$$H \in (\alpha) \Leftrightarrow (3 + t) + 2(1 + 2t) - 3(4 - 3t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow H(4; 3; 1).$$

Vậy $M(4; 3; 1)$.

Câu 40. Chọn C



Cách 1:

$$\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2); \overrightarrow{AC} = (5; -1; -1); \overrightarrow{DC} = (6-a; 1-b; -c).$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] = \frac{9\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ACD} = 6\sqrt{2} - \frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$AB \parallel CD \text{ nên } \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{DC} \text{ cùng phương, cùng chiều} \Leftrightarrow \frac{6-a}{1} = \frac{1-b}{-2} = \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 12 - 2a \\ b = 13 - 2a \\ a < 6 \\ b > 1 \\ c > 0 \end{cases}$$

$$\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} \right] = (0; 9a - 54; 54 - 9a).$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} \right] = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |54 - 9a| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{19}{3} \\ a = \frac{17}{3} \end{cases}.$$

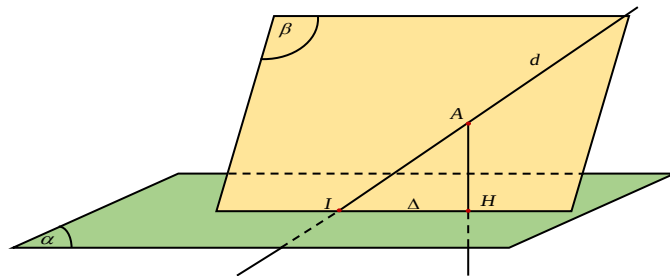
$$\text{So với điều kiện suy ra: } a = \frac{17}{3} \Rightarrow a + b + c = 8.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } AB = 3; h = d(C, AB) = \frac{\sqrt{162}}{3}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{h}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow 6\sqrt{2} = \frac{\sqrt{162}}{6}(3 + CD) \Leftrightarrow CD = 1.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow D\left(\frac{17}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow a + b + c = 8.$$

Câu 41. Chọn C**Cách 1.**

Ta có mặt phẳng (α) nhận vector $\overrightarrow{n_\alpha} = (1; 1; 1)$ là vector pháp tuyến, đường thẳng d đi qua điểm $A = (0; -1; 2)$ và nhận $\overrightarrow{u_d} = (1; 2; -1)$ là vector chỉ phương.

Gọi (β) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (α) .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{n_\beta} = \overrightarrow{n_\alpha} \wedge \overrightarrow{u_d} = (-3; 2; 1).$$

Khi đó đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) . Do đó một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{n_\alpha} \wedge \overrightarrow{n_\beta} = (-1; -4; 5)$.

Mà $\vec{u} = (1; a; b)$ nên $a = 4, b = -5$. Vậy $a + b = -1$.

Cách 2.

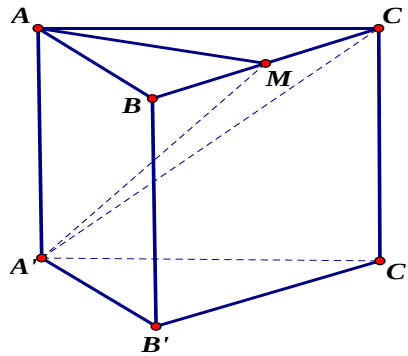
Để dàng tính được tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α) là $I = (1; 1; 1)$. Trên đường thẳng lấy điểm $A = (0; -1; 2)$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng

(α) . Phương trình đường thẳng đi qua A và H có dạng:
$$\begin{cases} x = 0 + t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Tọa độ của H nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 0 + t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } H\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm I và H nhận vector $\overrightarrow{IH} = \left(\frac{-1}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{5}{3}\right)$ là vector chỉ phương nên cũng nhận vector $\overrightarrow{u_\Delta} = (1; 4; -5)$ là vector chỉ phương. Vậy $a + b = -1$.

Câu 42. Chọn B



Gọi M là trung điểm BC .

Khi đó có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M \text{ tại } M \Rightarrow M \text{ là hình chiếu của } A' \text{ trên trục } Oz$

$A'(\sqrt{3}; -1; 1) \Rightarrow M(0; 0; 1)$ và $A'M = 2$.

Ta có: $AM = \sqrt{A'M^2 - AA'^2} = \sqrt{3}$. Mà tam giác ABC đều nên $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = \sqrt{3} \Rightarrow BC = 2$

$\Rightarrow MC = 1$. Vì C thuộc trục Oz và C không trùng với O nên gọi $C(0; 0; c)$, $c \neq 0$.

$\overrightarrow{MC} = (0; 0; c - 1) \Rightarrow MC = |c - 1|$; $MC = 1 \Leftrightarrow |c - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0(L) \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow C(0; 0; 2)$.

$\overrightarrow{A'C} = (-\sqrt{3}; 1; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng $A'C$

$\Rightarrow \vec{u} = (-2\sqrt{3}; 2; 2)$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng $A'C$.

Vậy $a = -2\sqrt{3}; b = 2 \Rightarrow T = a^2 + b^2 = 16$.

Câu 43. Chọn D

Tính được $OA = 3; OB = 4; AB = 5$.

$$\text{Ta có: } OA \cdot \vec{IB} + OB \cdot \vec{IA} + AB \cdot \vec{IO} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\left(\frac{8}{3} - x\right) + 4(1 - x) + 5(-x) = 0 \\ 3\left(\frac{4}{3} - y\right) + 4(2 - y) + 5(-y) = 0 \\ 3\left(\frac{8}{3} - z\right) + 4(-2 - z) + 5(-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}.$$

Vậy, $I(1;1;0)$, suy ra $a - b + c = 0$.

Câu 44. Chọn B

Câu 45. Chọn A

Câu 46. Chọn A

$$C(a; b; -2) \in (P) \Rightarrow a - b + 2 = 0 \Rightarrow b = a + 2 \Rightarrow C(a; a + 2; -2).$$

$$\vec{AB} = (0; -2; -2), \vec{AC} = (a - 1; a; -5) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (10 + 2a; -2a + 2; 2a - 2).$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \|\vec{AB}, \vec{AC}\| = \frac{\sqrt{(2a+10)^2 + 2(2a-2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{12a^2 + 24a + 108}}{2} = \sqrt{3(a^2 + 2a + 9)}$$

$$= \sqrt{3(a+1)^2 + 24} \geq 2\sqrt{6} \text{ với } \forall a.$$

Do đó $\min S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{6}$ khi $a = -1$. Khi đó ta có $C(-1; 1; -2) \Rightarrow a + b = 0$.

Câu 47. Chọn B

Cách 1:

▪ Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = 1$.

▪ Ta tìm điểm $I(x; y; z)$ thỏa mãn $3\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.

$$\text{Có } \vec{IA} = (1 - x; -y; -z), \vec{IB} = (5 - x; 6 - y; -z); 3\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(1 - x) + 5 - x = 0 \\ 3(-y) + 6 - y = 0 \\ 3(-z) - z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 8 = 0 \\ -4y + 6 = 0 \\ -4z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{3}{2} \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow I\left(2; \frac{3}{2}; 0\right). \text{ Suy ra } IA = \frac{\sqrt{13}}{2}, IB = \frac{3\sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{Do đó } 3MA^2 + MB^2 = 48 \Leftrightarrow 3\vec{MA}^2 + \vec{MB}^2 = 48 \Leftrightarrow 3(\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 = 48$$

$$\Leftrightarrow 4MI^2 + 3IA^2 + IB^2 + 2\vec{MI}(3\vec{IA} + \vec{IB}) = 48 \Leftrightarrow 4MI^2 + 3IA^2 + IB^2 = 48 \Leftrightarrow MI = \frac{3}{2}.$$

Ta thấy $OI = \frac{5}{2}$ nên điểm I nằm ngoài mặt cầu (S) . Ta có $OI = R + MI = OM + MI$, suy ra có một điểm M thuộc đoạn OI thỏa mãn đề bài.

Cách 2:

Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt cầu (S) và thỏa mãn $3MA^2 + MB^2 = 48$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 3MA^2 + MB^2 = 48 &\Leftrightarrow 3[(x_0 - 1)^2 + y_0^2 + z_0^2] + [(x_0 - 5)^2 + (y_0 - 6)^2 + z_0^2] = 48 \\ &\Leftrightarrow 4x_0^2 + 4y_0^2 + 4z_0^2 - 16x_0 - 12y_0 + 16 = 0 \Leftrightarrow x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 4x_0 - 3y_0 + 4 = 0. \end{aligned}$$

Suy ra M thuộc mặt cầu (S') tâm $I'\left(2; \frac{3}{2}; 0\right)$, bán kính $R' = \frac{3}{2}$.

Mặt khác M thuộc mặt cầu (S) tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = 1$.

Ta thấy: $OI' = \frac{5}{2} = R + R' \Rightarrow$ mặt cầu (S) và (S') tiếp xúc ngoài nhau tại M

$\Rightarrow$ Có duy nhất một điểm M thỏa mãn đề bài.

Câu 48. Chọn B

Cách 1: Do $M \in Oy$ nên $M(0; y; 0)$. Tính $MA^2 + MB^2 = 2y^2 - 6y + 20 = f(y)$.

Do đó $f(y)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}$. Vậy $M\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$.

Cách 2: Ta có: $A(1; 1; -3)$. Gọi I là trung điểm của AB . Suy ra $I = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -1\right)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } MA^2 + MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 2\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) = 2MI^2 + IA^2 + IB^2 = 2MI^2 + 9. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên trục tung.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với trục tung là

$$0 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) + 1 \cdot \left(y - \frac{3}{2}\right) + 0 \cdot (z + 1) = 0 \text{ hay } (P): y - \frac{3}{2} = 0.$$

$$\text{Phương trình tham số của trục tung là } \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \\ y-\frac{3}{2}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=\frac{3}{2} \\ z=0 \end{cases}. \text{ Vậy } M\left(0; \frac{3}{2}; 0\right).$$

Câu 49. Chọn B

Ta có $AB = \sqrt{44}$ không đổi. Do đó chu vi tam giác MAB nhỏ nhất khi $(MA + MB)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$M \in (d) \Rightarrow M(-1+2t; 1-t; 2t).$$

$$MA = \sqrt{9t^2 + 20} = \sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2}, \quad MB = \sqrt{9t^2 - 36t + 56} = \sqrt{(6-3t)^2 + (2\sqrt{5})^2}.$$

$$\text{Chọn } \vec{u} = (3t; 2\sqrt{5}; 0) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2}.$$

$$\text{Chọn } \vec{v} = (6-3t; 2\sqrt{5}; 0) \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(6-3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} = (6; 4\sqrt{5}; 0) \Rightarrow |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{29}.$$

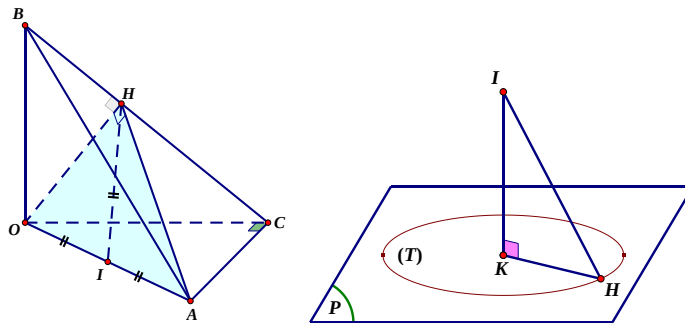
$$\text{Theo tính chất vectơ } |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{29}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}$ cùng hướng với $\vec{v} \Leftrightarrow t = 1$.

$$\text{Suy ra } MA + MB = |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq 2\sqrt{29}.$$

Do đó $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{29}$ khi $t = 1 \Rightarrow M(1; 0; 2)$.

$$\text{Vậy } a + 2b + 3c = 1 + 2.0 + 3.2 = 7.$$

Câu 50. Chọn D

Để thấy $B \in Oz$. Ta có $A \in (Oxy)$ và $C \in (Oxy)$, suy ra $OB \perp (OAC)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp OC \\ AC \perp OB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OBC), \text{ mà } OH \subset (OBC). \text{ Suy ra } AC \perp OH \quad (1).$$

Mặt khác ta có $OH \perp BC \quad (2),$

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp AB$ và $OH \perp HA$.

Với $OH \perp AB$ suy ra H thuộc mặt phẳng (P) với (P) là mặt phẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng AB . Phương trình của (P) là: $y - z = 0$.

Với $OH \perp HA \Rightarrow \triangle OHA$ vuông tại H . Do đó H thuộc mặt cầu (S) có tâm $I(0; 2\sqrt{2}; 0)$ là trung điểm của OA và bán kính $R = \frac{OA}{2} = 2\sqrt{2}$.

Do đó điểm H luôn thuộc đường tròn (T) có định là giao tuyến của mp (P) với mặt cầu (S) .

Giả sử (T) có tâm K và bán kính r thì $IK = d(I, (P)) = 2$ và $r = \sqrt{R^2 - IK^2} = 2$.

Vậy điểm H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng 2.