

Sê GIỎ ĐÔC Vμ §μO T¹O THANH HO,
Trên THPT BA §×NH - HUYÖN NGA S¥N

-----□□□□-----

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**RÈN LUYỆN CHO HỌC SINH KỸ NĂNG SỬ DỤNG KHOẢNG
CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG ĐỂ GIẢI
QUYẾT MỘT SỐ DẠNG TOÁN HÌNH TỌA ĐỘ PHẪNG.**

Người thực hiện: Mai Thị Hiền

Chức vụ: Giáo viên

Đơn vị công tác: Tổ Toán - Tin

SKKN thuộc môn: Toán

THANH HÓA NĂM 2016

MỤC LỤC

Nội dung	Trang
I. MỞ ĐẦU.	1
1. Lý do chọn đề tài.	1
2. Mục đích nghiên cứu.	1
3. Đối tượng nghiên cứu.	1
4. Phương pháp nghiên cứu.	1
II. NỘI DUNG ĐỀ TÀI.	1
1. Cơ sở lý luận.	1
2. Thực trạng.	2
3. Giải pháp và tổ chức thực hiện.	2
Dạng 1. Sử dụng khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng trong một số bài toán hình tọa độ phẳng khi bài toán cho điểm đã có tọa độ và thỏa mãn tính chất nào đó.	2
Dạng 2. Sử dụng khoảng cách từ một điểm đến một đường trong một số bài toán liên quan đến diện tích.	6
Dạng 3. Sử dụng khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường trong một số bài toán viết phương trình tiếp tuyến đường tròn.	11
Dạng 4. Sử dụng khoảng cách trong các bài toán tìm tập hợp điểm cách đều đường thẳng cho trước.	14
4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm.	17
III. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ.	17
1. Kết luận.	17
2. Kiến nghị.	18

I. MỞ ĐẦU.

1. Lý do chọn đề tài.

Phần hình tọa độ phẳng thường được dùng để ra đề thi THPT quốc gia và thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Để giải được phần hình học phẳng, học sinh phải nắm chắc các tính chất hình phẳng đã được học ở cấp 2 và biết vận dụng những kiến thức đó để giải quyết từng dạng toán. Trong chương trình toán THPT phần hình phẳng được trình bày trong sách giáo khoa 10 nhưng chủ yếu là những dạng toán đơn giản và chưa thành hệ thống. Tuy nhiên những bài toán hình phẳng trong các đề thi THPT quốc gia và thi học sinh giỏi thường rất khó. Chính vì vậy tạo cho học sinh vận dụng kiến thức để giải quyết từng dạng bài tập là rất cần thiết.

Xuất phát từ những lý do trên tôi mạnh dạn đề xuất một mảng toán nhỏ trong phần hình tọa độ phẳng. Đó là : “Rèn luyện cho học sinh kỹ năng sử dụng khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng để giải quyết một số dạng toán hình tọa độ phẳng”.

2. Mục đích nghiên cứu.

Nghiên cứu đề tài nhằm mục đích phục vụ cho việc dạy học hình học tọa độ phẳng trong chương trình THPT.

3. Đối tượng nghiên cứu.

Một số dạng toán liên quan đến khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy

4. Phương pháp nghiên cứu.

Đề tài sử dụng phương pháp phân tích, tổng hợp, khái quát hóa, quy lạ về quen.

II. NỘI DUNG ĐỀ TÀI.

1. Cơ sở lý luận.

- Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong sách giáo khoa 10: Cho đường thẳng d có phương trình $ax + by + c = 0$ và $M(x_0; y_0)$.

$$d(M; d) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Khoảng cách từ M đến d bằng

- Các công thức tính diện tích hình vuông, chữ nhật, hình thang, đặc biệt là

công thức $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC).BC$.

- Điều kiện để một đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn (C) có tâm I , bán kính R là $d(I; d) = R$

2. Thực trạng.

Hình học tọa độ phẳng là một mảng kiến thức khó đối với học sinh THPT. Để giải quyết được một bài toán hình phẳng học sinh phải vận dụng các tính chất hình phẳng ở cấp 2. Rất nhiều học sinh xác định đây là phần khó và không học phần này. Học sinh chưa liên hệ từ lý thuyết đến bài tập. Để phát huy được sự tìm tòi sáng tạo và năng lực tư duy của học sinh, giáo viên cần hệ thống bài tập và giải quyết theo từng mảng kiến thức. Trong toàn bộ phần hình tọa độ phẳng thì có thể phân thành nhiều mảng kiến thức. Hiện tại tôi thấy rất ít tài liệu viết về dạng toán sử dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến 1 đường thẳng trong sách giáo khoa 10. Trong phạm vi bài viết của mình tôi xin trình bày 4 dạng toán liên quan đến khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng trong hình tọa độ phẳng.

3. Giải pháp và tổ chức thực hiện.

Dạng 1. Sử dụng khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng trong một số bài toán hình tọa độ phẳng khi bài toán cho điểm đã có tọa độ và thỏa mãn tính chất nào đó.

Trong một số bài toán về đa giác phẳng cho 1 điểm có tọa độ ở các vị trí như đỉnh đa giác, tâm, trọng tâm, trung điểm, điểm chia đoạn thẳng ... thì có thể nghĩ đến tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng đã cho phương trình hoặc lập được phương trình để khai thác tiếp bài toán.

Ví dụ 1:(Đề tuyển sinh đại học khối A năm 2012).

Cho hình vuông ABCD, M là trung điểm BC; N thuộc cạnh CD sao cho $NC = 2ND$; $M(\frac{11}{2}, \frac{1}{2})$. Đường thẳng AN có phương trình: $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ A.

Định hướng:

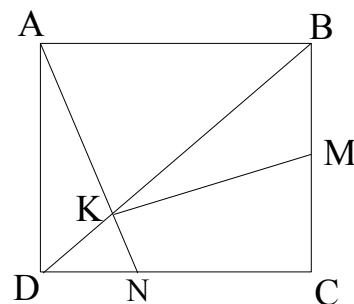
Ta đã tham số hóa tọa độ A, mà M có tọa độ nên nghĩ đến việc tính độ dài AM thì sẽ tìm được A. Nhận thấy và chứng minh được $MK \perp AN$ nên sử dụng $d(M; AN)$ để tính AM.

Giải:

Gọi cạnh hình vuông là a.

Ta có $\frac{DK}{KB} = \frac{DN}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

$$AK^2 = \frac{5a^2}{8}; \quad KM^2 = \frac{5a^2}{8}; \quad AM^2 = \frac{5a^2}{4}$$



$$AM^2 = AK^2 + KM^2 \Leftrightarrow \Delta AKM \text{ vuông cân tại K.}$$

$$\Rightarrow MK = d(M; AN) = \frac{\left| 11 - \frac{1}{2} - 3 \right|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{15}{2\sqrt{5}} \Rightarrow AM = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$\in AN \text{ nên } A(x; 2x - 5) \Rightarrow AM = \sqrt{\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(2x - 3 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

Mà A

Từ đó suy ra A(1; -1) hoặc A(4; 5)

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông

ABCD, gọi M, N là trung điểm của AB, CD. Biết $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$; đường thẳng BN có phương trình: $2x + 9y - 24 = 0$. Tìm tọa độ A, B biết $x_B < 0$.

Định hướng: $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ có vị trí đặc biệt là trung điểm đoạn thẳng AB và đường thẳng BN đã cho phương trình nên ta đi tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng BN để khai thác tiếp.

Giải:

$$MH = d(M; BN) = \frac{\sqrt{85}}{5}$$

Gọi cạnh hình vuông là a, ta có:

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2}$$

$$\Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{85}}{5} \Rightarrow a = \sqrt{17}$$

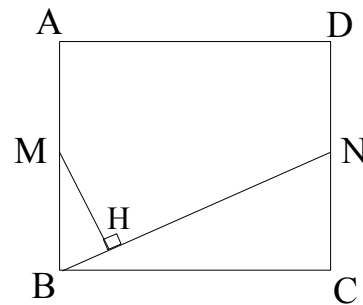
$$\Rightarrow MB = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

Gọi $B\left(b; \frac{34 - 2b}{9}\right)$ với $b < 0$.

$$\Rightarrow MB = \sqrt{\left(b + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{34 - 2b}{9} - 2\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2} \Rightarrow b = -1 \Rightarrow B(-1; 4)$$

Do M là trung điểm AB nên A(0; 0).

Vậy A(0; 0); B(-1; 4).



Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy , Cho hình vuông $ABCD$ có $A(1; 1)$; M thuộc cạnh CD sao cho $MD = 2MC$; biết phương trình đường thẳng BM là $x + 3y - 19 = 0$. Tìm tọa độ C , biết C thuộc đường thẳng $d: x - y = 0$.

Định hướng: Cho tọa độ A là một trong các đỉnh của hình vuông và biết phương trình đường thẳng MB nên ta tính $d(A; BM)$, mặt khác đã tham số hóa tọa độ C nên hướng đến việc tính độ dài AC tức là tính độ dài cạnh hình vuông.

Giải:

$$AH = d(A; BM) = \frac{15}{\sqrt{10}}$$

Gọi cạnh hình vuông là a .

$$\Rightarrow S_{\triangle ABM} = \frac{a^2}{2}$$

$$BM = \frac{a\sqrt{10}}{3}$$

$$\text{Mà } S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AH \cdot BM = \frac{1}{2} AH \cdot BM = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{3} \cdot \frac{15}{\sqrt{10}} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow a = 5. \Rightarrow AC = 5\sqrt{2}$$

$$\text{Do } C \in d \text{ nên } C(c; c) \Rightarrow AC = \sqrt{(c-1)^2 + (c-1)^2} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow C(-4; -4) \text{ hoặc } C(6; 6)$$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 15, đường thẳng AB có phương trình: $x - 2y = 0$, trọng

tâm $\triangle BCD$ là $G(\frac{16}{3}; \frac{13}{3})$. Tìm tọa độ A, B, C, D biết $y_B > 3$.

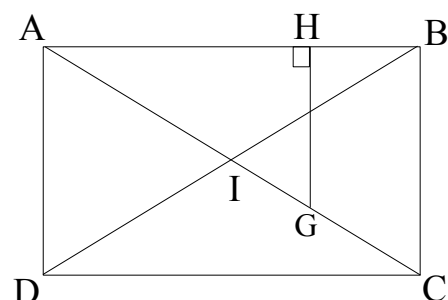
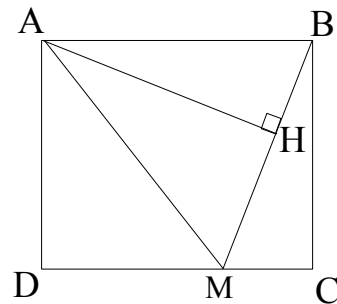
Định hướng.

Bài toán cho tọa độ G có vị trí đặc biệt là trọng tâm $\triangle BCD$ và cho phương trình đường thẳng AB nên có thể tính $d(G; AB)$. Vì cho diện tích hình chữ nhật nên sẽ liên quan đến độ dài các cạnh, từ khoảng cách vừa tính sẽ suy ra độ dài các cạnh.

Giải:

$$BC = AD = \frac{3}{2} d(G; AB) = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AB = 3\sqrt{5}$$



Gọi B(2b; b)

Đường thẳng GH có phương trình: $2x + y - 15 = 0$

$\Rightarrow H(6; 3)$

Mà $HB = \frac{1}{3} AB = \sqrt{5}$ nên $\sqrt{(2b - 6)^2 + (b - 3)^2} = \sqrt{5}$

$\Rightarrow b = 4 \Rightarrow B(8; 4)$

$\vec{BA} = 3\vec{BH} \Rightarrow A(2; 1)$

$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AC} \Rightarrow C(7; 6)$

$\vec{BA} = \vec{DC} \Rightarrow D(1; 3)$

Vậy A(2; 1); B(8; 4); C(7; 6); D(1; 3)

Một số bài toán tương tự:

1. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có M là trung điểm BC; đường thẳng DM có phương trình $x - y - 2 = 0$ và C(3; -3). Biết A $\in d: 3x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ A, B, D.

2. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho I(1; -1) là tâm của một hình vuông, một trong các cạnh của nó có phương trình: $x - 2y + 12 = 0$. Viết phương trình các cạnh còn lại.

3. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có A(-1; 2). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD; DC; K = BN $\cap$ CM. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp Δ BMK biết BN có phương trình: $2x + y - 8 = 0$ và $x_B > 2$.

4. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có phương trình AD: $3x - 4y - 7 = 0$. E là điểm bên trong hình vuông sao cho Δ EBC cân và $\angle BEC = 150^\circ$. Viết phương trình đường thẳng AB biết E(2; -4).

5. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có tâm I($\frac{1}{2}$; 0); đường thẳng AB có phương trình: $x - 2y + 2 = 0$ và $AB = 2AD$. Tìm tọa độ A, B, C, D biết A có hoành độ âm.

6. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có C thuộc d: $x - 2y - 1 = 0$, đường thẳng BD có phương trình: $7x - y - 9 = 0$. E(-1; 2) thuộc cạnh AB sao cho $EB = 3EA$. Tìm tọa độ A, B, C, D biết B, C có tung độ dương.

7. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có D(3; 4); gọi M là trung điểm AD; đường thẳng CM có phương trình: $2x - y + 1 = 0$. Biết $B \in d: 3x + y + 3 = 0$ và $x_B < 0$; $y_C \in \mathbb{Z}$. Tìm tọa độ A, B, C, D.

8. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho (C): $x^2 + y^2 - x - 9y + 18 = 0$; A(4; 1); B(3; -1). Gọi C; D thuộc (C) sao cho ABCD là hình bình hành. Viết phương trình đường thẳng CD.

9. Hình thang ABCD vuông tại A; D có $AB = AD < CD$; B(1; 2); BD: $y = 2$; đường thẳng d: $7x - y - 25 = 0$ cắt các đoạn AD; CD tại M, N sao cho $BM \perp BC$; BN là phân giác $\angle MBC$. Tìm D biết $x_D > 0$.

Dạng 2: Sử dụng khoảng cách từ một điểm đến một đường trong một số bài toán liên quan đến diện tích.

Một số bài toán cho diện tích của tam giác, tứ giác đặc biệt hoặc yêu cầu tính diện tích thì có thể tính khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường và coi

khoảng cách đó là độ dài 1 cạnh, đặc biệt

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC) \cdot BC$$

Ví dụ 1: (Đề tuyển sinh đại học khối B năm 2009). Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho ΔABC cân tại A(-1; 4); đỉnh B, C thuộc đường thẳng $x - y - 4 = 0$. Xác định tọa độ B, C biết $S_{\Delta ABC} = 18$ biết $x_B < 2$.

Định hướng: Điểm A biết tọa độ và BC biết phương trình nên tính $d(A; BC)$; vấn đề còn lại là tính BC theo một tham số nào đó. Để ý giả thiết ΔABC cân tại A nên chân đường cao H hạ từ A xuống BC cũng là trung điểm BC, mà H tìm được tọa độ từ đó có được $BC = 2BH$ và sử dụng công thức diện tích.

Giải:

$$d(A; BC) = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

Ta có

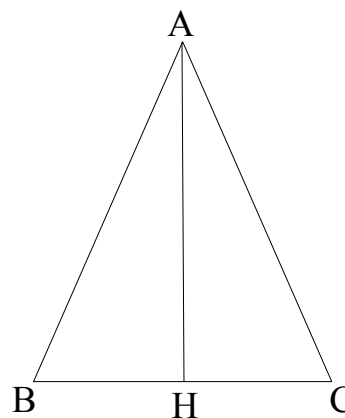
Đường cao AH có phương trình: $x + y - 3 = 0$

$$\Rightarrow H = AH \cap BC = \left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

Vì $B \in BC$ nên B $(t; t - 4)$ với $t < 2$

$$\Rightarrow BH^2 = \left(t - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(t - 4 + \frac{1}{2}\right)^2 = 2\left(t - \frac{7}{2}\right)^2$$

$$\text{Lại có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot d(A; BC)$$



$$\Leftrightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{81}{2} = 18^2$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right) \Rightarrow C\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{Vậy } B\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right); C\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A; B có diện tích bằng 50; đỉnh C (2; -5); AD = 3 BC, đường thẳng AB qua M $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$; AD qua N (-3; 5). Viết phương trình đường thẳng AB biết AB không song song với các trục tọa độ.

Định hướng: Vì AB không song song với các trục tọa độ nên có thể giả sử $\vec{n}(1; b)$ là pháp tuyến của AB tức là phương trình đường thẳng AB chỉ phụ thuộc tham số B và đường thẳng AD cũng viết theo B. Đỉnh C đã cho tọa độ vậy nên quy diện tích theo d(C; AB) rồi đưa diện tích hình thang theo tham số b.

Giải:

Do AB không song song các trục tọa độ nên giả sử $\vec{n}(1; b)$ là pháp tuyến của AB suy ra đường thẳng AB có phương trình:

$$x + by + \frac{1}{2} = 0$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng AD có phương trình: $b(x + 3) - (y - 5) = 0$

$$\text{Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} [d(C; AB) + 3d(C; AD)] \cdot d(C; AD)$$

$$\Rightarrow \frac{\left|\frac{5}{2} - 5b\right|}{\sqrt{1^2 + b^2}} \cdot \frac{|5b + 10|}{\sqrt{1^2 + b^2}} = 25$$

$$\Leftrightarrow b = -\frac{3}{4} \text{ hoặc } b = \frac{4}{3}$$

Vậy phương trình đường thẳng AB là $4x - 3y + 2 = 0$ hoặc $6x + 8y + 3 = 0$.

Ví dụ 3: (Đề thi thử THPT QG năm học 2014-2015 trường THPT Ba Đình). Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD

có diện tích bằng 16 và các đường thẳng AB, BC, CD, DA lần lượt đi qua các điểm M (4; 5) ; N (6; 5) ; P (5; 2) ; Q (2; 1). Tìm tọa độ A, B, C, D biết x_B nguyên.

Định hướng: Do 4 đường thẳng chứa 4 cạnh của hình chữ nhật đã biết đi qua 4 điểm cho trước nên khi viết được phương trình 1 cạnh thì suy ra các cạnh còn lại; độ dài 1 cạnh của hình chữ nhật có thể coi là khoảng cách từ 1 điểm thuộc 1 cạnh đến cạnh đối diện, do đó ta xét đến khoảng cách đó và khai thác diện tích hình chữ nhật

Giải:

Đường thẳng AB có phương trình : $a(x - 4) + b(y - 5) = 0$ với $a^2 + b^2 > 0$

Suy ra BC có phương trình: $b(x - 6) - a(y - 5) = 0$

$$S_{ABCD} = d(Q; BC) \cdot d(P; AB) = \frac{4|a - b| \cdot |a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ b = -3a \end{cases}$$

Với $b = -a$, chọn $a = 1, b = -1$

$\Rightarrow AB: x - y + 1 = 0; BC: x + y - 11 = 0$

$CD: x - y - 3 = 0; DA: x + y - 3 = 0$

$\Rightarrow A(1; 2); B(5; 6); C(7; 4); D(3; 0)$

Với $b = -3a$; chọn $a = 1, b = -3$

$\Rightarrow AB: x - 3y + 11 = 0; BC: x + y - 11 = 0$

$\Rightarrow B\left(\frac{29}{5}; \frac{28}{5}\right)$
(Loại)

Vậy $A(1; 2); B(5; 6); C(7; 4); D(3; 0)$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho ΔABC có trọng tâm $G(2; 2)$. Các điểm $E(1; 4); F(5; -3)$ lần lượt đối xứng với tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC qua các đường thẳng BC; CA. Tính diện tích ΔABC biết AB qua $K(3; 0)$.

Định hướng:

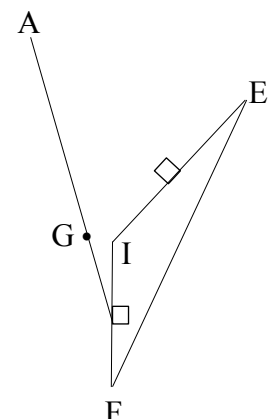
Sau khi vẽ hình nhìn thấy ngay $AB = 2MN = EF$.

Mặt khác đề bài cho đường thẳng AB qua K và

$AB \parallel EF$ nên ta hướng đến $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB)$
mà $d(C; AB) = 3d(G; AB)$ nên tính được $S_{\Delta ABC}$.

Giải:

Ta có $AB = 2MN = EF = \sqrt{65}; \vec{EF}(4; -7)$



Mà $AB \parallel EF$

Nên AB có phương trình $7x + 4y - 21 = 0$

Lại có $d(C; AB) = 3d(G; AB) = \frac{3}{\sqrt{65}}$

Do đó $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) = \frac{3}{2}$ (đvdt)

Các bài tương tự

1. Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC: $x + y + 1 = 0$. G(1; 4) là trọng tâm.

ΔABC ; E(0; -3) thuộc đường cao kẻ từ D của ΔACD . Tìm tọa độ các đỉnh hình bình hành biết $S_{AGC} = 6$; $y_A > 0$

2. Cho P(-2; 1); d: $4x - 3y + 7 = 0$. Viết phương trình đường tròn qua P và cắt d theo đường kính MN sao cho $S_{\Delta PMN} = \frac{4}{5}$.

3. Cho hình thang ABCD có 2 đường thẳng AB, CD biết B(3; 3), C(5; -3); $AC \cap BD = I$; I thuộc đường thẳng $2x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AD biết $CI = 2BI$; $S_{\Delta ABC} = 12$; $x_I > 0$; $x_A < 0$.

4. Cho ΔABC có A(-3; 4), đường phân giác trong AD có phương trình: $x + y - 1 = 0$ và tâm đường tròn ngoại tiếp I(1; 7). Lập phương trình đường thẳng BC biết $S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta IBC}$.

5. Cho hình chữ nhật ABCD có AB, AD tiếp xúc với (C): $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$; AC cắt (C) tại $M(-\frac{16}{5}; \frac{23}{5})$ và $N \in Oy$; biết $x_A < 0$, $x_D > 0$, $S_{\Delta AND} = 10$. Xác định tọa độ A, B, C, D.

6. Cho ΔABC có phương trình BC là $x - 2y + 3 = 0$, $S_{\Delta ABC} = 15$. Trọng tâm G(4; 1), điểm E(3; -2) thuộc đường cao hạ từ A của ΔABC . Tìm tọa độ A, B, C.

7. Cho ΔABC có A(3; 4); B(1; 2), $C \in d: x + 2y + 1 = 0$. $S_{\Delta GAB} = 3$ với G là trọng tâm ΔABC . Tìm C.

8. Cho ΔABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$; A(2; -3); B(3; -2); trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x - y - 8 = 0$. Tìm C.

9. Cho hình thang ABCD có đáy lớn $CD = 3AB$, C(-3; -3), trung điểm AD là M(3; 1), $AB = \sqrt{10}$; $S_{ABCD} = 18$; x_D nguyên dương. Tìm tọa độ B.

10. Cho hình thang cân ABCD có diện tích bằng 18, đáy lớn CD thuộc đường thẳng $x - y + 2 = 0$; $AC \perp BD$ và $AC \cap BD = I(3; 1)$. Viết phương trình đường thẳng BC biết $x_C < 0$.

11. Cho ΔABC có $A(1; 0)$ và 2 đường cao kẻ từ B, C có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$; $3x + y + 1 = 0$. Tính $S_{\Delta ABC}$.

12. Cho ΔABC biết $H(5; 5)$; $I(5; 4)$ lần lượt là trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC , đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình $x + y - 8 = 0$. Tính diện tích ΔABC .

13. Cho ΔABC có trực tâm $H(5; 5)$; phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x + y - 8 = 0$. Biết đường tròn ngoại tiếp ΔABC đi qua 2 điểm $M(7; 3)$; $N(4; 2)$. Tính diện tích ΔABC .

14. Cho hình chữ nhật ABCD; $M(-2; 0)$; $N(6; -2)$; $P(-1; -1)$; $Q(0; -6)$ lần lượt thuộc các đường thẳng AB; BC; CD; DA. Tính diện tích hình chữ nhật đó biết $AB = 2BC$ và diện tích đó lớn hơn $\frac{1}{3}$.

15. Cho $A(1; 0)$; $B(-2; 4)$; $C(-1; 4)$; $D(3; 5)$, đường thẳng d: $3x - y - 5 = 0$. Tìm $M \in d$ sao cho ΔMAB và ΔMCD có diện tích bằng nhau.

16. Cho ΔABC có trọng tâm $G(1; \frac{1}{3})$; đường thẳng AB, AC lần lượt có phương trình: $4x - 3y + 5 = 0$; $2x + y - 5 = 0$. Tính diện tích ΔABC .

17. Cho ΔABC có $B(4; -5)$; phương trình đường cao kẻ từ A và trung tuyến kẻ từ B là $x - 3y - 7 = 0$; $x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ A, C biết $S_{ABC} = 16$.

18. Cho hình thang ABCD vuông tại A và D có $AB = 2AD$; $CD = 3AD$; Đường thẳng BD có phương trình $x - 2y + 1 = 0$. Đường thẳng AC đi qua $M(4; 2)$. Tìm tọa độ A biết diện tích hình thang ABCD bằng 10 và A có hoành độ nhỏ hơn 2.

19. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 2; phương trình đường thẳng AB là $x - y = 0$. $M(2; 1)$ là trung điểm BC. Tìm tọa độ N.

20. Cho Δ : $x + y + 2 = 0$ và (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc Δ . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến (C). Tìm M biết $S_{MAIB} = 10$.

Ví dụ 4: Cho ΔABC có trọng tâm $G(2; 2)$. Các điểm $E(1; 4)$; $F(5; -3)$ lần lượt đối xứng với tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC qua các đường thẳng BC; CA. Tính diện tích ΔABC biết AB qua $K(3; 0)$.

Định hướng:

Sau khi vẽ hình nhìn thấy ngay $AB = 2MN = EF$.

Mặt khác đề bài cho đường thẳng AB qua K và $AB \parallel EF$ nên ta hướng đến

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) \text{ mà } d(C; AB) = 3d(G; AB) \text{ nên tính được } S_{\triangle ABC}.$$

Giải:

$$\text{Lại có } d(C; AB) = 3d(G; AB) = \frac{3}{\sqrt{65}}$$

$$\text{Do đó } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) = \frac{3}{2} \text{ (đvdt)}$$

Dạng 3: Sử dụng khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường trong một số bài toán viết phương trình tiếp tuyến đường tròn.

Kiến thức sử dụng: Đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn (C) tâm I bán kính R khi và chỉ khi $d(I; d) = R$.

Ví dụ 1: Cho $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và $M(1; 3)$. Viết phương trình các tiếp tuyến $ME; MF$ đến (C) với E, F là tiếp điểm.

Định hướng:

Vì các tiếp tuyến đi qua M nên vấn đề chỉ cần tìm vector pháp tuyến của đường thẳng. Điều kiện cần và đủ để một đường thẳng là tiếp tuyến giúp ta giải quyết vấn đề đó.

Giải:

(C) có tâm $I(3; -1)$; bán kính $R = 2$. Gọi d là 1 tiếp tuyến kẻ từ M của (C)

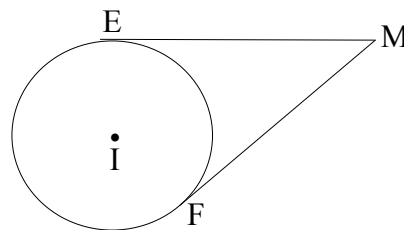
Phương trình đường thẳng d là $a(x - 1) + b(y - 3) = 0$,

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi $d(I; d) = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow 4ab - 3b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \\ b = 0 \end{cases}$$



Nếu $b = 0$, chọn $a = 1 \Rightarrow$ Phương trình của $d: x - 1 = 0$

Nếu $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, chọn $a = 3, b = 4 \Rightarrow$ Phương trình của $d: 3x + 4y - 15 = 0$

Vậy phương trình các tiếp tuyến $ME; MF$ là $x - 1 = 0; 3x + 4y - 15 = 0$

Ví dụ 2: Cho (T): $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$; A(0; -4); B(4; 0). Tìm C; D sao cho ABCD là hình thang (AB//CD) và đường tròn (T) nội tiếp hình thang đó.

Định hướng:

Vì đường thẳng AB viết được phương trình nên phương trình đường thẳng CD chỉ phụ thuộc 1 tham số. Hơn nữa các cạnh hình thang tiếp xúc với (T) nên khoảng cách từ tâm đường tròn đến các cạnh đó bằng bán kính. Từ đó giúp ta viết được phương trình các cạnh hình thang và giải quyết yêu cầu bài toán.

Giải:

(T) có tâm I(1; -1); bán kính $R = \sqrt{2}$

Đường thẳng AB có phương trình: $x - y - 4 = 0$

$\Rightarrow$ Đường thẳng CD có phương trình:

$$x - y - c = 0 \quad (c \neq -4)$$

CD tiếp xúc (T) $\Leftrightarrow d(I; CD) = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{|1+1+c|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad \Leftrightarrow c = 0.$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng CD có phương trình: $x - y = 0$.

Đường thẳng AB có phương trình: $ax + b(y+4) = 0$ với $a^2 + b^2 > 0$

AD tiếp xúc với (T) $\Leftrightarrow d(I; AD) =$

$$\Leftrightarrow \frac{|a - b + 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6ab - 7b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 7b \\ a = -b \end{cases}$$

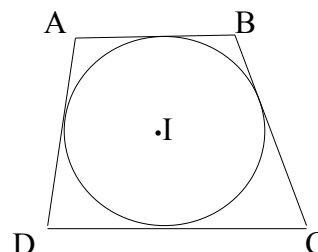
$\Rightarrow$ Phương trình AD là $7x + y + 4 = 0$

$$\Rightarrow AD \cap CD = D\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Vậy } C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); D\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Ví dụ 3(Đề tuyển sinh đại học khối B năm 2012).

Cho $(C_1): x^2 + y^2 = 4$; $(C_2): x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng d: $x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc (C_2) , tiếp xúc với d và cắt (C_2) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB \perp d$.



Định hướng:

Để ý rằng, bán kính của (C) là $R = d(I; d)$.

Do vậy chỉ cần tìm I mà I thuộc (C_2) nên ta chỉ cần tìm thêm 1 phương trình nữa. Lại có $AB \perp OI$ nên $IO \parallel d$. Suy ra phương trình OI.

Giải:

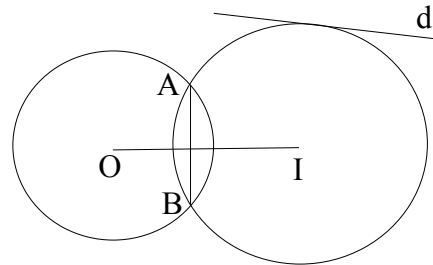
$O(0; 0)$ là tâm (C_1) .

Gọi I là tâm của (C).

Ta có $AB \perp OI$. Mà $AB \perp d$.

$\Rightarrow d \parallel OI$

$\Rightarrow$ Phương trình OI là: $y = x$



$\Rightarrow$ Tọa độ I là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} y = x \\ x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(3; 3)$$

$$R = d(I; d) = \frac{|3 - 3 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$$

Vì (C) tiếp xúc d nên

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 8$.

Ví dụ 4: lập phương trình đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ với $A(-2; 3)$; $B(\frac{1}{4}; 0)$; $C(2; 0)$.

Định hướng:

Ta nhận thấy các đường thẳng AB, AC, BC đều lập được phương trình, do đó để lập phương trình đường tròn chỉ cần tìm tâm I thì sẽ tìm được bán kính. Mà $d(I; AB) = d(I; BC) = d(I; AC)$ nên tìm được I.

Giải:

Phương trình AB: $4x + 3y - 1 = 0$; BC: $y = 0$; AC: $3x + 4y - 6 = 0$.

Gọi $I(a; b)$. Ta có $d(I; AB) = d(I; BC) = d(I; AC)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|4a + 3b - 1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = |b| \\ \frac{|3a + 4b - 6|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = |b| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow (C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Một số bài tập tương tự

1. Cho (C): $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết:

a) Tiếp tuyến đi qua $A(3; 6)$.

b) Tiếp tuyến song song với đường thẳng $3x - 4y - 2016 = 0$

2. Cho (C): $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và $M(2; 4)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết hệ số góc $K = -1$.

3. Cho (C): $x^2 + y^2 + 2mx - 2(m - 1)y + 1 = 0$. Tìm m để (C) tiếp xúc với $\Delta: x + y + 1 + 2\sqrt{2} = 0$

4. Cho (C): $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến cắt các tia $Ox; Oy$ tại A, B sao cho $S_{\Delta OAB} = 4$

5. Cho $M(1; 2); N(3; -4)$; đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn qua 2 điểm M, N và tiếp xúc với d.

6. Cho ΔABC vuông cân tại A $(1; 2)$. Viết phương trình đường tròn (T) ngoại tiếp ΔABC biết $d: x - y - 1 = 0$ tiếp xúc với (T) tại B.

7. Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với $d_1: 4x - 3y - 12 = 0$;
 $d_2: 4x + 3y - 12 = 0$ và Oy .

8. Lập phương trình đường tròn (C) biết tâm I thuộc $\Delta: x + y + 5 = 0$ và tiếp xúc với $d: x + 2y + 1 = 0$ tại A $(3; -2)$.

9. Cho $\Delta: x - y = 0$ và đường tròn (C) có bán kính $R = \sqrt{10}$ cắt Δ tại A, B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$. Tiếp tuyến của (C) tại A, B cắt nhau tại M thuộc tia Oy . Tìm M.

10. Cho (C) có phương trình $x^2 + (y - 1)^2 = 1$. Chứng minh mỗi điểm M $(m; 3)$ trên đường thẳng $y = 3$ luôn tìm được 2 điểm T_1, T_2 là tiếp tuyến của (C).

11. Cho (C) có phương trình: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất 1 điểm P mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là tiếp điểm) sao cho $PA \perp PB$.

12. Cho (C): $(x - 2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1: x - y = 0; \Delta_2: x - 7y = 0$. Viết phương trình đường tròn (C_1) có tâm thuộc (C) và tiếp xúc với $\Delta_1; \Delta_2$.

Dạng 4. Sử dụng khoảng cách trong các bài toán tìm tập hợp điểm cách đều đường thẳng cho trước.

a) *Tìm tập hợp điểm cách đều 2 đường thẳng song song $d: ax + by + c = 0$ và $d': ax + by + c' = 0$ ($c' \neq c$).*

Phương pháp:

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc tập hợp.

Ta có $d(M; d) = d(M; d')$

$$\Leftrightarrow \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|ax + by + c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow ax + by + \frac{c + c'}{2} = 0$$

b) Tìm tập hợp điểm cách đều 2 đường thẳng cắt nhau $d: ax + by + c = 0$; $d': a'x + b'y + c' = 0$.

Phương pháp:

Tập hợp điểm cách đều 2 đường thẳng cắt nhau là đường phân giác của góc tạo bởi 2 đường thẳng đó. Gọi $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của góc tạo bởi $d; d'$.

Ta có $d(M; d) = d(M; d')$

$$\Leftrightarrow \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a'x + b'y + c'|}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$$

Ví dụ 1: Cho $d: 3x + 4y - 1 = 0$; $d_1: 4x + 3y - 5 = 0$; $d_2: -4x - 3y + 2 = 0$

a) Tìm tập hợp các điểm cách đều $d_1; d_2$.

b) Viết phương trình đường phân giác tạo bởi d và d_1 .

Giải:

a) Gọi $M(x; y)$ cách đều d_1 và d_2 .

$\Rightarrow d(M; d_1) = d(M; d_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|4x + 3y - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-4x - 3y + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\Leftrightarrow 8x + 6y - 7 = 0$$

Vậy tập hợp các điểm cách đều $d_1; d_2$ là đường thẳng: $8x + 6y - 7 = 0$.

b) Gọi $M(x; y)$ thuộc phân giác góc tạo bởi $d; d_1$.

Ta có $d(M; d) = d(M; d_1)$

$$\Leftrightarrow \frac{|3x + 4y - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|4x + 3y - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ 7x + 7y - 4 = 0 \end{cases}$$

Vậy có 2 đường phân giác cần tìm là $x - y - 4 = 0$ và $7x + 7y - 4 = 0$.

Ví dụ 2: (Bài 17 trang 90, SGK hình học 10 nâng cao). Viết phương trình đường thẳng song song và cách đường thẳng $ax + by + c = 0$ một khoảng h cho trước.

Giải:

Gọi $M(x; y)$ thuộc đường thẳng cần tìm.

$$D(M; \Delta) = h \Leftrightarrow \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = h$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ax + by + c + h\sqrt{a^2 + b^2} = 0 & (1) \\ ax + by + c - h\sqrt{a^2 + b^2} = 0 & (2) \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm M là 2 đường thẳng có phương trình (1) và (2).

Ví dụ 3:Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d: $x - 2y + 2 = 0$ qua M(1; 1).

Giải:

d'//d nên d' có phương trình dạng: $x - 2y + c = 0$ ($c \neq 2$)

Ta có $d(M; d) = d(M; d')$

$$\Leftrightarrow \frac{|1 - 2 + c|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|1 - 2 + 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Leftrightarrow c = 0$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $x - 2y = 0$.

Bài tập tương tự.

1. (Bài 27, sách bài tập hình học 10 nâng cao, trang 105).

Viết phương trình đường phân giác góc A của ΔABC biết A(2; 0); B(4; 1); C(1; 2).

2. Cho A(1; 1); B(2; 0); C(3; 4). Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều 2 đường thẳng cho trước.

3. Viết phương trình đường d' đối xứng với d: $6x - 3y + 4 = 0$ qua $d_1: 4x - 2y + 3 = 0$

4. (Bài 34, sách bài tập hình học 10 nâng cao, trang 105).

a) Cho A(1; 1); B(3; 6). Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cách B một khoảng bằng 2.

b) Cho d: $8x - 6y - 5 = 0$. Viết phương trình đường $d_1//d$ và cách d một khoảng bằng 5.

5. (Bài 37, sách bài tập hình học 10 nâng cao, trang 105).

Cho $\Delta_1: ax + by + c = 0$; $\Delta_2: ax + by + d = 0$. Chứng minh:

$$a) \quad d(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{|c - d|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

b) Viết phương trình đường $\Delta_1; \Delta_2$ có dạng $ax + by + \frac{c+d}{2} = 0$

6. (Bài 35, sách bài tập hình học 10 nâng cao, trang 105).

Cho $A(1; 1)$; $B(2; 0)$; $C(3; 4)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều 2 điểm B; C.

7. Cho $A(0; 2)$ và d là đường thẳng qua O. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d. Cho $A(1; 1)$; $B(2; 0)$; $C(3; 4)$. Viết phương trình đường thẳng d biết khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH.

4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm.

Qua đề tài, tôi thu được một số bài học sau:

- Rèn luyện cho học sinh phân tích bài toán để tìm lời giải tối ưu nhất.
- Rèn luyện cho học sinh cách trình bày chặt chẽ, cô đọng.
- Phải tạo sự liên kết kiến thức qua các dạng toán.
- Phân bài tập theo các dạng bài tập tạo sự hứng thú cho học sinh.

Tôi đã ứng dụng sáng kiến này cho một số buổi dạy bồi dưỡng ở các lớp 10K, 10H trường THPT Ba Đình đã cho kết quả tốt, các em học sinh tỏ ra hứng thú khi tiếp nhận kiến thức cũng như tư duy để giải quyết bài tập.

Các thầy cô giáo trong trường có thể sử dụng sáng kiến này trong chương trình bồi dưỡng toán 10, ôn thi THPT quốc gia và một số bài nâng cao có thể dùng bồi dưỡng đội tuyển học sinh giỏi tỉnh.

III. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ.

1. Kết luận.

Thực tế trong quá trình giảng dạy phân hình học tọa độ phẳng lớp 10 và ôn thi THPT quốc gia tôi thấy việc định hướng cho học sinh biết phân các bài tập theo dạng toán để có thể tư duy nhanh khi gặp các bài tương tự. Các em tỏ ra hứng thú tích cực học tập. Điều này được kiểm nghiệm qua những lớp tôi dạy: lớp 10K, 10H năm học 2015-2016. Đặc biệt kiểm nghiệm trên hai nhóm học sinh có trình độ tương đương nhau của lớp 10K năm học 2015-2016 bằng việc giải bài toán: “Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình chữ

nhật ABCD có tâm $I(\frac{1}{2}; 0)$; đường thẳng AB có phương trình: $x - 2y + 2 = 0$ và $AB = 2AD$. Tìm tọa độ A, B, C, D biết A có hoành độ âm”.

Kết quả thu được thể hiện ở bảng sau:

Nhóm	Số học sinh	Số HS có lời giải		Số HS có lời giải đúng	
		Số lượng	Tỉ lệ %	Số lượng	Tỉ lệ %
I	20	19	95%	15	75%
II	20	15	75%	10	50%

2. Kiến nghị.

Do thời gian có hạn nên trong phạm vi bài viết, tôi cũng chỉ mới giải quyết một số dạng toán. Mong các bạn đồng nghiệp đóng góp ý kiến để có một cách khác thác tốt cho các bài toán thuộc thể loại này. Tôi xin chân thành cảm ơn!

XÁC NHẬN CỦA
THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ:

Thanh Hóa ngày 28/5/2016

Tôi xin cam đoan đây là bài viết của
mình không copy của người khác.

Người viết:

Mai Thị Hiền