

Trắc nghiệm 4 đáp án

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- *A. $S = \int_0^2 3^x dx$ B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$ C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$ D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$

Lời giải

Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ có diện tích là

$$S = \int_0^2 |3^x| dx = \int_0^2 3^x dx$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên I , diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính theo công thức

- A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ *B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ C. $S = \int_a^b f(x) dx$ D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, các đường thẳng $x = a, x = b$ và trục Ox là

- A. $-\int_a^b f(x) dx$ *B. $\int_a^b f(x) dx$ C. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ D. $\pi \int_a^b f(x) dx$

Lời giải**Tổng quát**

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên D ($[a; b] \subset D$).

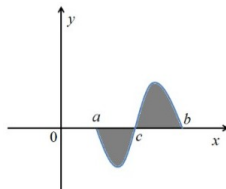
Diện tích giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Phương trình trục Ox là $y = 0$. Do đó áp dụng cho bài toán trên ta có diện tích cần tìm là:

$$S = \int_a^b |f(x) - 0| dx = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^b f(x) dx$$

Câu 4. Ký hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường $x = a, x = b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $S = \int_a^b f(x) dx$ B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ *C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ D. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$

Lời giải

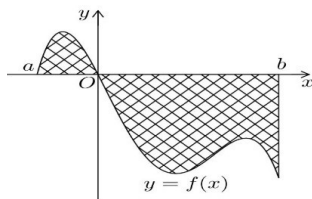
Ta có diện tích hình phẳng được tính

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx$$

Do $f(x) < 0, \forall x \in (a; c)$; $f(x) > 0, \forall x \in (c; b)$ nên ta có:

$$S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và thỏa mãn $\int_a^0 f(x)dx = m$, $\int_0^b f(x)dx = n$. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ bên bằng

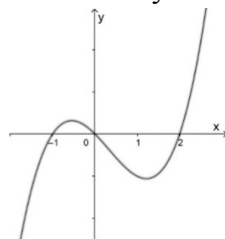


- A. $m.n$. *B. $m-n$. C. $m+n$. D. $n-m$.

Lời giải

Ta có: $S = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx = m - n$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



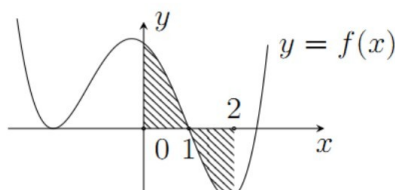
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox là

- A. $S = \int_0^2 f(x)dx - \int_{-1}^0 f(x)dx$. B. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$. C. $S = \int_{-1}^2 -f(x)dx$.
*D. $S = \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^2 f(x)dx$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có: $S = \int_{-1}^0 |f(x)|dx + \int_0^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^2 f(x)dx$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ là

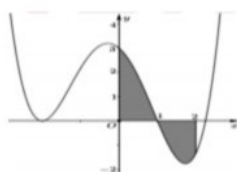
- *A. $\int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$. B. $\left| \int_0^2 f(x)dx \right|$. C. $-\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$. D. $\int_0^2 f(x)dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ là

$$S = \int_0^2 |f(x)|dx = \int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=2$ là



- A. $S = -\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$. *B. $S = \int_0^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$. C. $S = \left| \int_0^2 f(x)dx \right|$. D. $S = \int_0^2 f(x)dx$.

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng cần tìm là: $S = \int_0^2 |f(x)| dx$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = 0, x \in [0; 2]$ có nghiệm duy nhất là $x = 1$.

Do đó $S = \int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) \geq 0, \forall x \in [0; 1]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 2]$.

Vậy $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 8$ và trục hoành được xác định theo công thức nào dưới đây

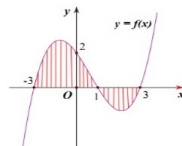
- A. $S = \int_{-4}^2 (x^2 - 2x - 8) dx$ B. $S = \int_{-2}^4 (x^2 - 2x - 8) dx$ C. $S = \int_{-4}^2 (-x^2 + 2x + 8) dx$ *D. $S = \int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

Lời giải

Ta có: $x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$. Do đó: $S = \int_{-2}^4 |x^2 - 2x - 8| dx$.

Mặt khác, vì $x^2 - 2x - 8 \leq 0, \forall x \in [-2; 4]$ nên $S = \int_{-2}^4 (-x^2 + 2x + 8) dx = \int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$.

Câu 10. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox được tính bởi công thức

- A. $S = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|$ B. $S = \int_{-3}^3 f(x) dx$ *C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$ D. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$

Lời giải

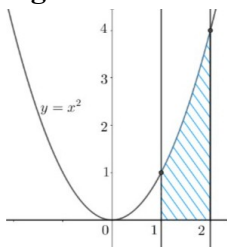
Từ đồ thị hàm số ta thấy $f(x) \geq 0$ với $x \in [-3; 1]$, $f(x) \leq 0$ với $x \in [1; 3]$.

Do đó $S = \int_{-3}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2; y = 0; x = 1; x = 2$ bằng

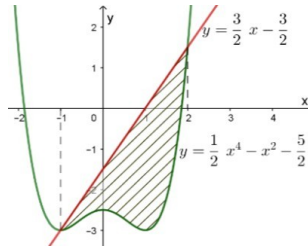
- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. 1

Lời giải



Ta có $S = \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^2 = \frac{7}{3}$.

Câu 12. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào sau đây?



A. $\int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x^4 - x^2 - \frac{3}{2}x - 4 \right) dx$

*B. $\int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{3}{2}x + 1 \right) dx$

C.

$\int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2}x^4 - x^2 - \frac{3}{2}x - 1 \right) dx$

D. $\int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{3}{2}x + 4 \right) dx$

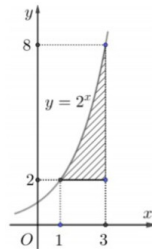
Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy phần diện tích hình phẳng cần tính là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số:
 $y = f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$; $y = g(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - \frac{5}{2}$ và hai đường thẳng $x = -1; x = 2$.

Ngoài ra ta thấy đường $y = f(x)$ nằm trên đường $y = g(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ nên ta có diện tích phần gạch chéo trên hình vẽ là:

$$S = \int_{-1}^2 \left[\left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \right) - \left(\frac{1}{2}x^4 - x^2 - \frac{5}{2} \right) \right] dx = \int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{3}{2}x + 1 \right) dx$$

Câu 13. Diện tích hình mặt phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng



A. $\int_1^3 2^x dx$

B. $\int_1^3 (2 - 2^x) dx$

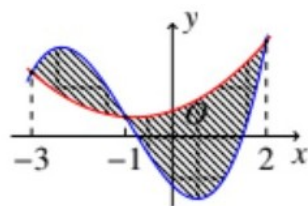
*C. $\int_1^3 (2^x - 2) dx$

D. $\int_1^3 (2^x + 2) dx$

Lời giải

Ta thấy diện tích phần gạch sọc giới hạn bởi các đường $y = 2^x, y = 2, x = 1, x = 3$ và trên $[1; 3]$ đồ thị hàm số $y = 2^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = 2$ nên diện tích phần gạch sọc bằng $\int_1^3 (2^x - 2) dx$

Câu 14. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ và hàm số bậc ba $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bằng công thức nào sau đây?



A. $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$

B. $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|$

*C. $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$

D. $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$

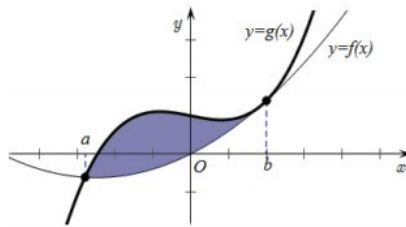
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ giao điểm của 2 đồ thị là: $x = -3; x = -1; x = 2$.

Mặt khác, trên khoảng $(-3; -1)$, đồ thị hàm $y = g(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = f(x)$; trên khoảng $(-1; 2)$, đồ thị hàm $y = f(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = g(x)$ nên diện tích cần tìm là:

$$S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ a và b . Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số này.



Diện tích của (H) được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ *B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$ C. $S = \int_a^b [f(x) + g(x)] dx$ D. $S = -\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$

Lời giải

Áp dụng công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. Quan sát hình vẽ ta thấy $g(x) \geq f(x)$ trên $[a, b]$ nên
 $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$

Câu 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$?

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{8}{3}$ *C. $\frac{9}{2}$ D. 9

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$-x^2 + 4 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4$ và $y = -x + 2$ là:

$$S = \int_{-1}^2 |(-x^2 + 4) - (-x + 2)| dx = \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

Câu 17. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ và đường thẳng $y = x + 3$.

- *A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{13}{3}$ C. $\frac{11}{3}$ D. $\frac{7}{2}$

Lời giải

Xét phương trình: $x^2 + 1 = x + 3 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng là: $S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx = \frac{9}{2}$

Câu 18. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - x$; $y = 2x$ và các đường $x = 1$; $x = -1$ được xác định bởi công thức:

- *A. $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$ B. $S = \int_{-1}^0 (3x - x^3) dx + \int_0^1 (x^3 - 3x) dx$
C. $S = \left| \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx \right|$ D. $S = \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx$

Lời giải

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - x$; $y = 2x$ và các đường $x = 1$; $x = -1$ là

$$S = \int_{-1}^1 |(x^3 - x) - (2x)| dx = \int_{-1}^1 |x^3 - 3x| dx$$

Bảng xét dấu $x^3 - 3x$

x	-1	0	1
$x^3 - 3x$	+	0	-

Do đó dựa vào bảng ta có: $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$

Câu 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$ bằng

*A. $\frac{9}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{11}{2}$

D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

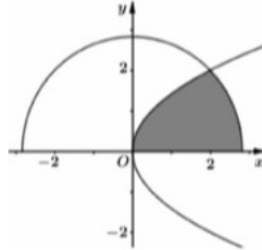
Lời giải

Ta có $-x^2 = -x - 2 \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy diện tích hình phẳng là

$$S = \int_{-1}^2 |-x^2 + x + 2| dx = \left| \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx \right| = \left| \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \right|_{-1}^2 = \left| \frac{9}{2} \right| = \frac{9}{2}$$

Câu 20. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{2x}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{8-x^2}$ và trục hoành. Tính diện tích (H) tính bởi công thức nào



A. $\int_0^2 |\sqrt{2x} - \sqrt{8-x^2}| dx$

*B. $\int_0^2 \sqrt{2x} dx + \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} dx$

C. $\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{2x} - \sqrt{8-x^2}) dx$

D. $\int_0^2 (\sqrt{2x} - \sqrt{8-x^2}) dx$

Lời giải

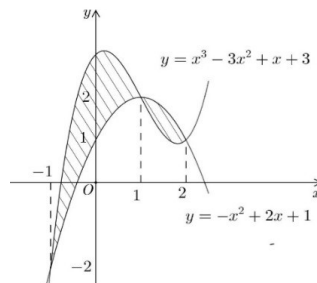
Gọi S là diện tích hình (H) cần tìm.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = \sqrt{2x}$ và cung tròn $y = \sqrt{8-x^2}$

$$\sqrt{2x} = \sqrt{8-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2\sqrt{2} \\ -x^2 - 2x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2\sqrt{2} \\ x = 2 \\ x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

Khi đó: $S = \int_0^2 \sqrt{2x} dx + \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} dx$

Câu 21. Cho đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 3$ và $y = -x^2 + 2x + 1$ như hình sau



Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc tính theo công thức nào dưới đây?

*A. $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx$

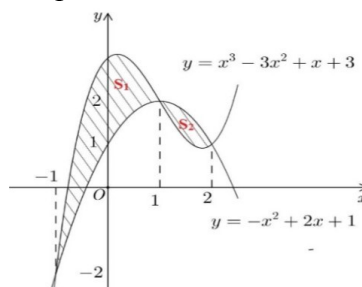
B. $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$

C. $\int_{-1}^1 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx + \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$

D. $\int_{-1}^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx$

Lời giải

Chia phần diện tích S cần tính thành 2 phần S_1 và S_2 như hình vẽ sau



+ Phần S_1 : phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 3$, $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ và các đường thẳng $x = -1$, $x = 1$.

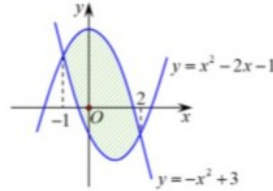
Dựa vào đồ thị ta có $S_1 = \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$

+ Phần S_2 : phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 3$, $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$.

Dựa vào đồ thị ta có $S_2 = \int_1^2 [g(x) - f(x)] dx = \int_1^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx$

Vậy $S = S_1 + S_2 = \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx$

Câu 22. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$ B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$ C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$ *D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

Lời giải

Gọi S là diện tích cần tìm

$$\Rightarrow S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$$

Câu 23. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = 6 - x^2$ bằng

- A. $\int_{-2}^2 \left(\frac{3x^2}{2} - 6\right) dx$ B. $\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left(\frac{x^2}{2} - 6\right) dx$ *C. $-\int_{-2}^2 \left(\frac{3x^2}{2} - 6\right) dx$ D. $-\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left(\frac{x^2}{2} - 6\right) dx$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = 6 - x^2$ là:

$$\frac{1}{2}x^2 = 6 - x^2 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{2} - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

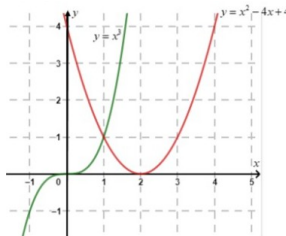
Lại có $\frac{3x^2}{2} - 6 < 0, \forall x \in (-2; 2)$

Suy ra diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_{-2}^2 \left| \frac{1}{2}x^2 - (6 - x^2) \right| dx = \int_{-2}^2 \left| \frac{3x^2}{2} - 6 \right| dx = -\int_{-2}^2 \left(\frac{3x^2}{2} - 6 \right) dx$$

Lời giải

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = x^2 - 4x + 4$ và trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_0^2 |x^3 - (x^2 - 4x + 4)| dx$ B. $-\int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$ C. $\int_0^1 x^3 dx - \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$ *D. $\int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$

Lời giải

Do đó diện tích cần tính là $S = \int_0^1 |x^3| dx + \int_1^2 |x^2 - 4x + 4| dx = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có

hoành độ x , ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ với $y = S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của thể tích đó được tính theo công thức

A. $V = \int_a^b S^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. *D. $V = \int_a^b S(x) dx$

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa ta có: $V = \int_a^b S(x) dx$

Câu 26. Cho phần vật thể $(\mathfrak{V})$ giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể $(\mathfrak{V})$ bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể $(\mathfrak{V})$.

A. $V = \frac{4}{3}$. *B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $V = 4\sqrt{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích thiết diện: $S_{\Delta} = \frac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4}$

$$V_{\mathfrak{V}} = \int_0^2 \frac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 x^2(2-x) dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 (2x^2 - x^3) dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right) \Big|_0^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 27. Cho vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$, biết rằng thiết diện của vật thể với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) là một đường tròn có bán kính $R = \sqrt{\cos x}$. Thể tích của vật thể đó là

A. 2π . B. π^2 . *C. π . D. 1.

Lời giải

Diện tích của đường tròn là $S(x) = \pi r^2 = \pi \cos x$

Vậy thể tích của vật thể là $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \pi$

Câu 28. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$

A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$ B. $V = \frac{124\pi}{3}$ *C. $V = \frac{124}{3}$ D. $V = (32 + 2\sqrt{15})$

Lời giải

$$V = \int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2} dx = \frac{1}{3} \left[(3x^2-2)^{\frac{3}{2}} \right]_1^3 = \frac{124}{3}$$

Câu 29. Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1; x=1$ và thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình tròn có diện tích bằng 3π . Thể tích của vật thể là

A. $3\pi^2$. *B. 6π . C. 6. D. 2π .

Lời giải

Có $V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 3\pi dx = 6\pi.$

Câu 30. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{496\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{15}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. *D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và trục hoành $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$.
Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 31. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{160\pi}{3}$. *B. $\frac{320\pi}{3}$. C. $\frac{160}{3}$. D. $\frac{320}{3}$.

Lời giải

Elip cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ $(-5;0)$ và $(5;0)$.

Do đó: $V = \pi \int_{-5}^5 \left(16 - \frac{16x^2}{25} \right) dx = \frac{320\pi}{3}$.

Câu 32. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1; x=3$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

- *A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{16}{15}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

* Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_1^3 [x^2 - 4x + 3]^2 dx = \pi \int_1^3 [x^4 - 5x^3 + 19x^2 - 12x + 9] dx = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 33. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$. Quay (H) xung quanh trục hoành ta được khối nón tròn xoay có thể tích là:

- A. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$. B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$. C. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx$. *D. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay khi hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} y = -x^3 + 3x - 2 \\ y = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ là $V = \pi \int_1^2 (-x^2 + 3x - 2)^2 dx =$
 $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx \Rightarrow$ Chọn đáp án D

Câu 34. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=1$, $y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức?

- A. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$. *B. $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$. C. $V = \int_0^1 (2x+1) dx$. D. $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có
$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{2x+1})^2 dx = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$$

Câu 35. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $\frac{\pi}{3}$

*B. $\frac{\pi}{2}$

C. π

D. $\sqrt{\pi}$

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay là
$$V = \pi \int_0^1 x dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị như hình bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox . Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức

O x y 1 3 3

*A. $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

B. $V = \frac{1}{3} \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

C. $V = \pi^2 \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

D. $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x = 1$, $x = 3$ nên thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox được tính theo công thức
$$V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$$

Câu 37. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$

B. $V = \pi \int_0^1 x e^x dx$

*C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$

D. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$

Lời giải**Chọn C**

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ xác định bởi:
$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Vậy,
$$V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$$

Câu 38. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_0^\pi |\sin x| dx$

*B. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$

C. $V = \pi \left| \int_0^\pi (-\sin x) dx \right|$

D. $V = \int_0^\pi \sin^2 x dx$

Lời giải**Chọn B**

Ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là
$$V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$$

Lời giải

Câu 39. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quanh trục hoành.

*A. $\frac{81\pi}{10}$

B. $\frac{85\pi}{10}$

C. $\frac{41\pi}{7}$

D. $\frac{8\pi}{7}$

Lời giải**Chọn A**

Ta có
$$3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3x^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 = \frac{81\pi}{10}$$

Câu 40. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \pi - 1$ B. $V = \pi + 1$ C. $V = \pi(\pi - 1)$ *D. $V = \pi(\pi + 1)$

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh trục hoành có thể tích là:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} y^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1)$$

Câu 41. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = a$, ($a > 1$). Tìm a để $V = 2$.

*A. $a = \frac{\pi}{\pi - 2}$ B. $a = \frac{\pi}{\pi + 2}$ C. $a = \frac{\pi + 2}{\pi}$ D. $a = \frac{2}{\pi}$

Lời giải

$$V = \pi \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \pi \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^a = -\frac{\pi}{a} + \pi = 2 \Rightarrow a = \frac{\pi}{\pi - 2}$$

Câu 42. Kí hiệu là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$. Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình xung quanh trục Ox là.

A. $V = \pi$ B. $V = 2\pi$ *C. $V = \pi\sqrt{3}$ D. $V = \pi\sqrt{2}$

Lời giải

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos x} - 0 \right)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = \pi (\tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3}\pi$$

Câu 43. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = 1 - x^2$, $y = 0$ quanh trục Ox là $V = \frac{a\pi}{b}$ với a , b là số nguyên. Khi đó $a + b$ bằng

A. 11 B. 17 *C. 31 D. 25

Lời giải

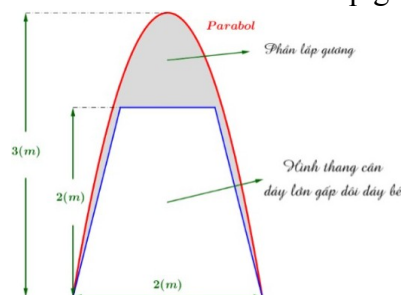
Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Ta có $V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15} \Rightarrow a = 16, b = 15$

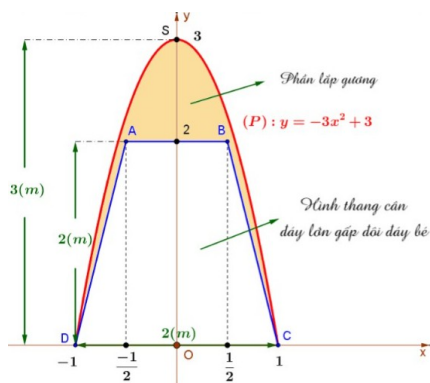
Vậy $a + b = 31$

Câu 44. Một tòa nhà có 8 cửa sổ vòm cần lắp một phần gương như hình minh họa ở bên. Biết kinh phí để lắp gương là 750.000đồng/ $1m^2$. Hỏi chủ nhà cần bao nhiêu tiền để lắp gương cho các phần của 8 cửa sổ?



*A. 6.000.000 đồng. B. 2.250.000 đồng. C. 750.000 đồng. D. 3.000.000đồng.

Lời giải



- Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ; $S(0;3), C(1;0), D(-1;0) \Rightarrow (P): y = -3x^2 + 3$.

- Diện tích phần lắp kính:
$$S = \int_{-1}^1 (-3x^2 + 3) dx - S_{ABCD} = 4 - \frac{1}{2}(2+1)2 = 1(m^2).$$

- Vậy số tiền lắp gương cho các phần của 8 cửa sổ bằng: $8.1.750000 = 6000000$.
---HẾT---