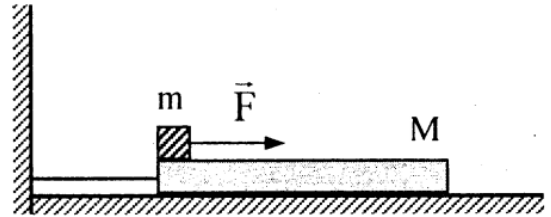


2. BÀI TẬP LUYỆN TẬP TỔNG HỢP

Chuyên đề 6 – 7: CÁC ĐỊNH LUẬT NIU-TƠN VÀ CÁC LỰC CƠ HỌC

1. Một tấm ván có khối lượng $M = 10\text{kg}$ nằm trên mặt phẳng nằm ngang, nhẵn và được giữ bằng một sợi dây không dẫn. Vật nhỏ có khối lượng $m = 1\text{kg}$ trượt đều với tốc độ $v = 2\text{m/s}$ từ mép tấm ván dưới tác dụng của một lực không đổi $\vec{F}$ nằm ngang có độ lớn $F = 10\text{N}$ như hình vẽ. Khi vật đi được đoạn đường dài $l = 1\text{m}$ trên tấm ván thì dây bị đứt.

- Tính gia tốc của vật và ván ngay sau khi dây đứt.
- Mô tả chuyển động của vật và ván sau khi dây đứt trong một thời gian đủ dài. Tính vận tốc, gia tốc của vật và ván trong từng giai đoạn. Coi ván đủ dài.
- Hãy xác định chiều dài tối thiểu của tấm ván để m không trượt khỏi ván.



Bài giải

- Gia tốc của vật và ván ngay sau khi dây đứt

Chọn chiều (+) là chiều chuyển động của vật m.

- Xét chuyển động của vật m:

+ Trước khi dây bị đứt, m trượt đều nên: $F_{hl} = F - F_{ms} = 0 \Rightarrow F_{ms} = F$.

+ Ngay sau khi dây đứt: $F_{hl} = 0 \Rightarrow a_m = 0$: vật m vẫn trượt đều với tốc độ v.

- Xét chuyển động của ván M:

+ Trước khi dây bị đứt: Ván đứng yên.

+ Ngay sau khi dây đứt: Ván M chuyển động thẳng nhanh dần đều không vận tốc đầu với gia tốc:

$$a_M = \frac{F_{ms}}{M} = \frac{F}{M} = \frac{10}{10} = 1(\text{m/s}^2)$$

Vậy: Trước khi dây đứt: vật m: $a_m = 0$ (trượt đều), ván M: $a_M = 0$ (đứng yên); ngay sau khi dây đứt: vật m:

$a_m = 0$ (trượt đều), ván M: $a_M = 1(\text{m/s}^2)$ (chuyển động nhanh dần đều theo chiều vật m với vận tốc ban đầu bằng 0).

- Mô tả chuyển động của vật và ván sau khi dây đứt; tính vận tốc, gia tốc của vật và ván trong từng giai đoạn.

- Giai đoạn 1: $0 \leq t \leq t_0$ (từ lúc dây đứt đến lúc vận tốc của hai vật bằng nhau)

+ Vật m chuyển động thẳng đều với tốc độ v, gia tốc $a_m = 0$.

+ Ván M chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc $a_M = 1(\text{m/s}^2)$ và đạt tốc độ v tại thời điểm:

$$t_0 = \frac{v}{a_M} = \frac{2}{2} = 2s$$

- Giai đoạn 2: $t \geq t_0$ (kể từ thời điểm mà hai vật cùng vận tốc)

Vật m và ván M cùng chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ ban đầu $v_0 = 2(m/s)$ và gia tốc:

$$a = \frac{F}{M + m} = \frac{10}{10 + 1} \approx 0,9(m/s^2)$$

Vậy: Chuyển động của vật và ván sau khi dây đứt trong một thời gian đủ dài bao gồm hai giai đoạn được mô tả như trên.

c) Chiều dài tối thiểu của tấm ván để m không trượt khỏi tấm ván

- Quãng đường vật m đi được trên ván M kể từ khi dây đứt đến thời điểm $t = t_0$ là:

$$\Delta s = \frac{1}{2} a_{m/M} t_0^2 + v t_0 = \frac{1}{2} (0 - a_M) t_0^2 + v t_0 = \frac{M v^2}{2F} (*)$$

- Chiều dài tối thiểu của ván là: $l_{\min} = l + \Delta s = l + \frac{M v^2}{2F} = 1 + \frac{10 \cdot 2^2}{2 \cdot 10} = 3m$

Vậy: Chiều dài tối thiểu của tấm ván để m không trượt khỏi ván là $l_{\min} = 3m$

* **Chú ý:** Hệ thức (*) được suy ra từ định lý động năng:

$$\Delta W_n = A \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = A_{ms} = - F_{ms} s.$$

2. Cho hệ gồm N lò xo nhẹ và (N-1) vật nhỏ ghép nối tiếp như hình vẽ ($N \geq 2$). Các lò xo có cùng chiều dài tự nhiên l_0 và độ cứng k; các vật nhỏ đều có khối lượng m. Biết rằng các vật đứng cân bằng và các lò xo thẳng đứng; A, B cố định; khoảng cách $AB = N l_0$.

a) Tìm độ biến dạng của lò xo thứ n nào đó.

b) Tìm điều kiện để lò xo thứ n không biến dạng.

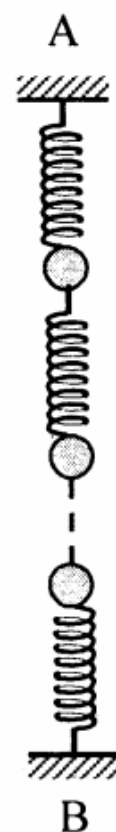
Bài giải

a) Độ biến dạng của lò xo thứ n

Gọi Δl_n là độ biến dạng của lò xo thứ n, với quy ước $\Delta l_n > 0$ khi lò xo đó giãn và $\Delta l_n < 0$ khi lò xo đó nén.

- Chọn trục Ox trùng với AB, chiều dương từ B đến A.

- Xét điều kiện cân bằng của (N - 1) vật, ta có hệ phương trình:



$$\begin{cases} k\Delta l_1 - k\Delta l_2 - P = 0 \\ k\Delta l_2 - k\Delta l_3 - P = 0 \\ \dots\dots\dots \\ k\Delta l_n - k\Delta l_{n+1} - P = 0 \\ \dots\dots\dots \\ k\Delta l_{N-1} - k\Delta l_N - P = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- Mặt khác: $\Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots + \Delta l_N = AB - Nl_0 = 0 \quad (2)$

- Biến đổi hệ (1) thành:

$$\begin{cases} k\Delta l_2 = k\Delta l_1 - P \\ k\Delta l_3 = k\Delta l_2 - P = k\Delta l_1 - 2P \\ \dots\dots\dots \\ k\Delta l_n = k\Delta l_{n-1} - P = k\Delta l_1 - (n-1)P \\ \dots\dots\dots \\ k\Delta l_N = k\Delta l_{N-1} - P = k\Delta l_1 - (N-1)P \end{cases} \quad (3)$$

- Cộng từng vế các phương trình của hệ (3), ta được:

$$k(\Delta l_2 + \dots + \Delta l_N) = (N-1)k\Delta l_1 - [1+2+\dots+(N-1)]P$$

$$\Rightarrow k(\Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots + \Delta l_N) = Nk\Delta l_1 - \frac{N(N-1)P}{2}$$

- Kết hợp với điều kiện (2), ta được:

$$Nk\Delta l_1 - \frac{N(N-1)P}{2} = 0 \text{ hay } \Delta l_1 = \frac{(N-1)P}{2k} \quad (4)$$

- Thay (4) vào (3), ta được: $\Delta l_n = \frac{(N-2n+1)P}{2k} = \frac{(N-2n+1)mg}{2k}$

Vậy: Độ biến dạng của lò xo thứ n là $\Delta l_n = \frac{(N-2n+1)mg}{2k}$

b) Điều kiện để lò xo thứ n không biến dạng

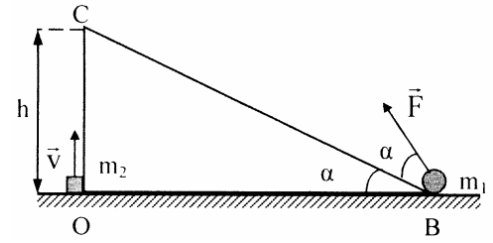
- Để lò xo thứ n không biến dạng thì $\Delta l_n = 0 \Leftrightarrow \frac{(N-2n+1)mg}{2k} = 0$

$$\Rightarrow n = \frac{N+1}{2} \text{ với } n \text{ là số tự nhiên}$$

- Từ đó, N phải là số lẻ lớn hơn 1 ($N=3,5,\dots$), khi đó, lò xo chính giữa không biến dạng.

Vậy: Điều kiện để lò xo thứ n không biến dạng là $n = \frac{N+1}{2}$, N là số lẻ lớn hơn 1.

3. Cho hai chất điểm khối lượng bằng nhau ($m_1 = m_2 = m$). Ở thời điểm ban đầu chúng có vị trí như hình vẽ. Vật m_1 được truyền lực $F = P\sqrt{3}$ hợp với phương BC góc α . Cho $OC = h$, $\angle OBC = \alpha$, với $\frac{\pi}{4} > \alpha > \frac{\pi}{6}$. Vật m_2 được truyền vận tốc ban đầu chuyển động thẳng đứng theo phương OC.



- a) Xác định thời gian để hai vật gặp nhau.
b) Vị trí gặp nhau. Cho gia tốc trọng trường là g .

Bài giải

a) Thời gian để hai vật gặp nhau: Xét vật 1:

- Ta có: $\frac{\pi}{4} > \alpha > \frac{\pi}{6} \Rightarrow \tan \alpha > \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{P}{F} \Leftrightarrow F \sin \alpha > P \cos \alpha \Rightarrow F_y > P_y$: vật không trượt trên mặt nêm.

- Do các lực tác dụng lên vật không đổi nên gia tốc a không đổi, vật chuyển động theo phương BA (A là điểm gặp nhau):

$$F_{hl}^2 = F^2 + P^2 - 2FP \cos(90^\circ - 2\alpha) = F^2 + P^2 - 2FP \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow F_{hl} = \sqrt{F^2 + P^2 - 2FP \sin 2\alpha}$$

$$= \sqrt{3P^2 + P^2 - 2P\sqrt{3}P \sin 2\alpha} = P\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}$$

- Gia tốc của vật: $a = \frac{F_{hl}}{m} = g\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}$

- Áp dụng định lý hàm sin cho tam giác có các cạnh F , F_{hl} :

$$\frac{F}{\sin \theta} = \frac{F_{hl}}{\sin(90^\circ - 2\alpha)} = \frac{F_{hl}}{\cos 2\alpha}$$

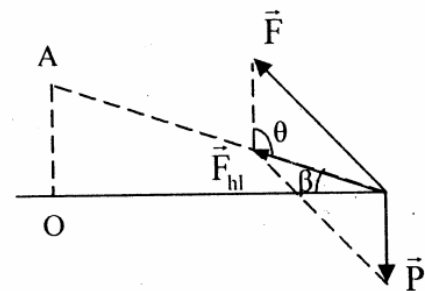
$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{F \cos 2\alpha}{F_{hl}}$$

$$= \frac{P\sqrt{3} \cos 2\alpha}{P\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}} = \frac{\sqrt{3} \cos 2\alpha}{\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}$$

- Mặt khác: $\theta = \beta + 90^\circ \Rightarrow \cos \beta = \sin \theta = \frac{\sqrt{3} \cos 2\alpha}{\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}$

Với: $\beta > \alpha \Rightarrow \cos \beta < \cos \alpha$; $OB = \frac{h}{\tan \alpha}$; $AB = \frac{h}{\tan \alpha} \cdot \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}{\sqrt{3} \cos 2\alpha}$

- Thời gian để hai vật gặp nhau: Ta có: $AB = \frac{1}{2}at^2$



$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2AB}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{h}{\tan \alpha} \cdot \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}{\sqrt{3} \cos 2\alpha}}{g \sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}} = \sqrt{\frac{2h}{g \cdot \tan \alpha \sqrt{3} \cos 2\alpha}}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3} \cos 2\alpha}{\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}} \right)^2} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha - 3(1 - \sin^2 2\alpha)}{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \beta = \sqrt{\frac{3 \sin^2 2\alpha - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha + 1}{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}$$

Vậy: Thời gian để hai vật gặp nhau là $t = \sqrt{\frac{2h}{g \tan \alpha \sqrt{3} \cos 2\alpha}}$

b) Vị trí gặp nhau

Ta có: $OA = AB \sin \beta = \frac{h}{\tan \alpha} \cdot \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}{\sqrt{3} \cos 2\alpha} \cdot \sqrt{\frac{3 \sin^2 2\alpha - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha + 1}{4 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha}}$

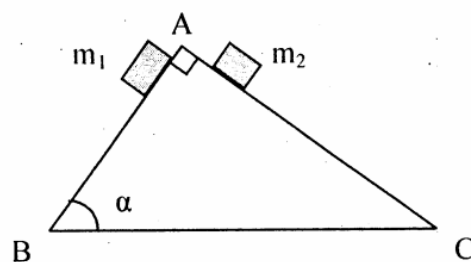
$$\Leftrightarrow OA = \frac{h \sqrt{3 \sin^2 2\alpha - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha + 1}}{\sqrt{3} \tan \alpha \cos 2\alpha}$$

Vậy: Vị trí hai vật gặp nhau cách vị trí ném vật 2 theo phương thẳng đứng một đoạn:

$$OA = \frac{h \sqrt{3 \sin^2 2\alpha - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha + 1}}{\sqrt{3} \tan \alpha \cos 2\alpha}$$

4. Hai vật nhỏ có khối lượng $m_2 = 3m_1$ cùng bắt đầu dịch chuyển từ đỉnh một cái nêm có dạng hình tam giác vuông ABC vuông tại A, (hình vẽ) dọc theo hai mặt sườn AB và AC. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) Giữ nêm cố định, thả đồng thời hai vật thì thời gian trượt đến chân các mặt sườn của chúng lần lượt là t_1 và t_2 với $t_2 = 2t_1$. Tính α .



b) Để $t_2 = t_1$ cần phải cho nêm chuyển động theo phương ngang với gia tốc không đổi a_0 như thế nào?

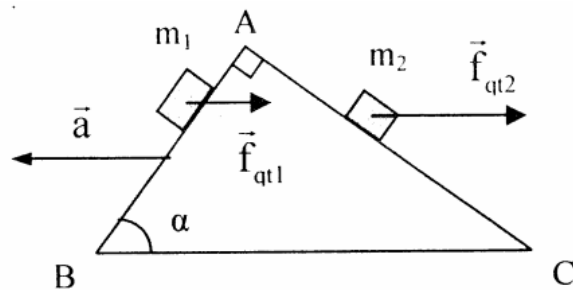
Bài giải

a) Khi nêm cố định

- Gia tốc chuyển động của các vật trên mặt phẳng nghiêng không ma sát là:

$$a_1 = g \sin \alpha; a_2 = g \cos \alpha$$

- Thời gian các vật trượt tới chân các mặt sườn là:



$$AB = \frac{1}{2} g \sin \alpha . t_1^2 \text{ và } AC = \frac{1}{2} g \cos \alpha . t_2^2$$

- Theo đề bài, ta có:

$$t_2 = 2t_1 \Leftrightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{4}{\tan \alpha} \quad (1)$$

$$\text{- Mặt khác: } \frac{AC}{AB} = \tan \alpha \quad (2)$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 2; \alpha = 63,4^\circ$$

Vậy: Khi ném được giữ cố định, $\alpha = 63,4^\circ$.

b) Khi ném chuyển động.

- Để có $t_2 = t_1$ thì ném M phải chuyển động về phía bên trái nhanh dần đều với gia tốc a_0 .

- Trong hệ quy chiếu gắn với ném, các vật m_1 và m_2 chịu tác dụng thêm lực quán tính $\vec{f}_{qt1}$ và $\vec{f}_{qt2}$ nên gia tốc của các vật lúc này là:

$$a_1 = g \sin \alpha - a_0 \cos \alpha; a_2 = g \cos \alpha + a_0 \sin \alpha$$

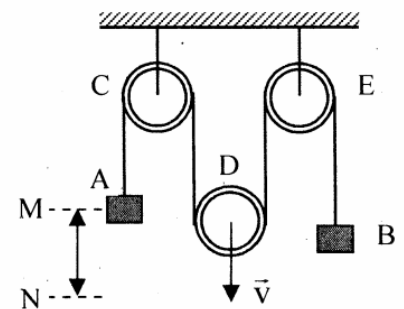
$$\text{- Vì } t_2 = t_1 \text{ nên } \frac{AC}{AB} = \frac{a_2}{a_1}; \tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{g \cos \alpha + a_0 \sin \alpha}{g \sin \alpha - a_0 \cos \alpha} = \frac{g + a_0 \tan \alpha}{g \tan \alpha - a_0}$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{3g}{4} = \frac{3 \cdot 10}{4} = 7,5 m/s^2$$

Vậy: Để $t_2 = t_1$ cần phải cho ném chuyển động theo phương ngang với gia tốc không đổi $a_0 = 7,5 m/s^2$

5. Cho hệ như hình vẽ, D là ròng rọc động luôn được kéo xuống thẳng đứng với tốc độ không đổi $2m/s$. C và E là hai ròng rọc cố định. Lúc $t=0$, vật A bắt đầu đi xuống từ vị trí M ($v_0=0$) với gia tốc không đổi. Khi tới N ($MN=4m$), A có tốc độ $8m/s$. Coi ròng rọc nhỏ, dây không giãn.

Tìm sự thay đổi độ cao của B, vận tốc và gia tốc của B.



(Trích đề thi Olympic 30/4, 2010)

Bài giải

Chọn chiều (+) hướng xuống.

$$\text{- Xét vật A: } v_A^2 = 2a_A \cdot MN \Rightarrow a_A = \frac{v_A^2}{2MN} = \frac{8^2}{2 \cdot 4} = 8 m/s^2$$

$$\text{Và } v_A = a_A t \Rightarrow t = \frac{v_A}{a_A} = \frac{8}{8} = 1s$$

- Xét ròng rọc D (chuyển động thẳng đều): $s_D = v_D t = 2.1 = 2m$ (1)

- Xét vật B: Do dây không giãn, nên ta có: $x_A = 2x_D + x_B = \text{const}$

- Sau khoảng thời gian Δt : $\Delta x_A + 2\Delta x_D + \Delta x_B = 0$ (2)

Với $\Delta x_A = 4m$ (đề bài); $\Delta x_D = 2m$ (theo (1)).

Suy ra: $\Delta x_B = -8m$; nghĩa là: từ vị trí đầu B đi lên 8m.

- Từ (2) ta được:

$$v_A + 2v_D + v_B = 0 \quad (3)$$

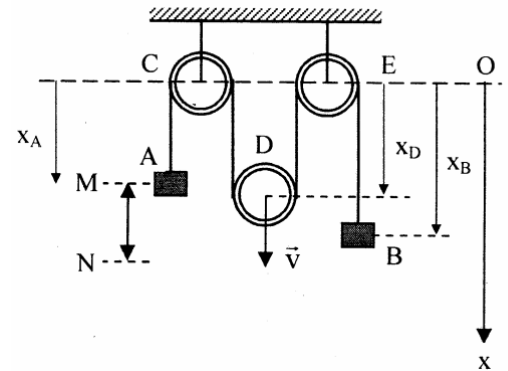
$$\text{Và: } a_A + 2a_D + a_B = 0 \quad (4)$$

- Thay $v_A = 8m/s$ và $v_D = 2m/s$ vào (3) ta được: $v_B = -2m/s$

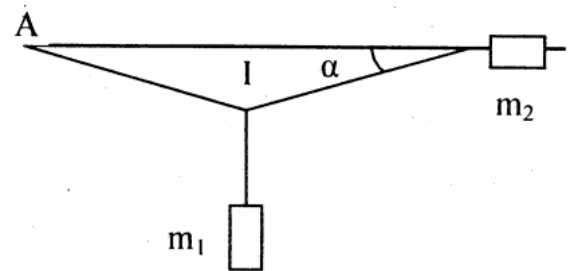
(B đi lên).

- Thay $a_A = 8m/s^2$ và $a_D = 0$ (D chuyển động thẳng đều) vào (4) ta được: $a_B = -8m/s^2$ (B chuyển động nhanh dần đều đi lên).

Vậy: B đi lên một đoạn 8m với gia tốc $a_B = -8m/s^2$ và vận tốc điểm cuối là $v_B = -12m/s$.



6. Cho một hệ cơ học như hình vẽ, sợi dây dài $2L$ (không giãn, không khối lượng). Một đầu buộc chặt vào A, đầu kia nối với vật có khối lượng m_2 , vật m_2 có thể di chuyển không ma sát dọc theo thanh ngang. Tại trung điểm I của dây có gắn chặt một vật có khối lượng m_1 . Ban đầu giữ vật m_2 đứng yên, dây hợp với phương ngang một góc α . Xác định gia tốc của vật có khối lượng m_2 và lực căng của sợi dây ngay sau khi thả vật m_2 ?



Bài giải

- Ngay sau khi thả m_2 , m_2 chịu tác dụng của các lực $\vec{Q}_2, \vec{T}_2', \vec{P}_2$, còn m_1 chịu tác dụng của các lực $\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{P}_1$ (hình vẽ). Khi đó m_2 chuyển động sang trái, chỉ có thành phần gia tốc theo phương ngang là $\vec{a}_2$; còn m_1 chuyển động quay quanh A. Ngay sau khi thả m_2 , vận tốc của m_1 bằng 0 nên thành phần gia tốc của m_1 theo phương hướng tâm bằng 0. Do đó m_1 chỉ có thành phần gia tốc theo phương tiếp tuyến là $\vec{a}_1$.

- Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

- Do dây không giãn, không khối lượng nên: $T_1 = T_1'; T_2 = T_2'$

- Theo phương dây treo, ta có:

$$a_2 \cos \alpha = a_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) = a_1 \sin 2\alpha = 2a_1 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow a_2 = 2a_1 \sin \alpha \quad (1)$$

- Áp dụng định luật II Niu – tơn cho các vật, ta được:

$$+ \text{ Với vật } m_1: \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P}_1 = m_1 \vec{a}_1 \quad (2)$$

$$+ \text{ Với vật } m_2: \vec{T}_2' + \vec{P}_2 + \vec{Q}_2 = m_2 \vec{a}_2 \quad (3)$$

- Chiếu (2) lên trục Ox và Oy, ta được:

$$(T_1 - T_2) \cos \alpha = m_1 a_{1x} = m_1 a_1 \sin \alpha \quad (4)$$

$$- (T_1 + T_2) \sin \alpha + P_1 = m_1 a_{1y} = m_1 a_1 \cos \alpha \quad (5)$$

$$- \text{ Chiếu (3) lên trục Ox, ta được: } T_2' \cos \alpha = m_2 a_2 \quad (6)$$

$$- \text{ Thay (1) vào (6), ta được: } T_2 = T_2' = 2m_2 a_1 \tan \alpha \quad (7)$$

- Từ các phương trình trên, ta được:

$$+ \text{ Vật } m_1: a_1 = \frac{m_1 g \cos \alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha}$$

$$+ \text{ Vật } m_2: a_2 = 2a_1 \sin \alpha = \frac{2m_1 g \cos \alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha} \cdot \sin \alpha = \frac{m_1 g \cos 2\alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha}$$

$$- \text{ Lực căng các đoạn dây: } T_2 = T_2' = 2m_2 a_1 \tan \alpha = \frac{2m_1 m_2 g \sin \alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha}$$

$$\text{Và } T_1 = T_1' = \frac{(m_1 + 2m_2) m_1 g \sin \alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha}$$

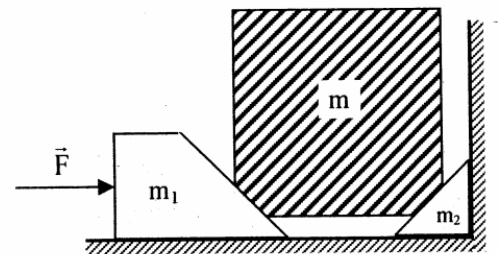
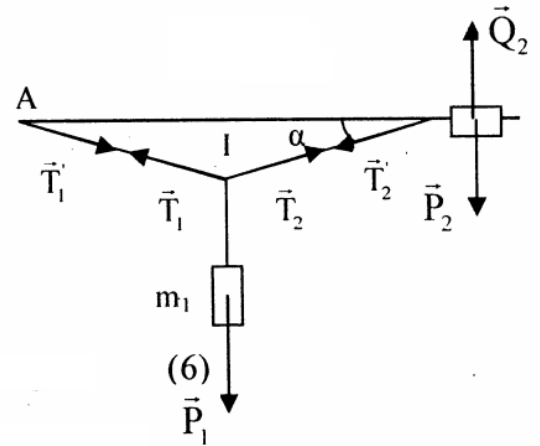
Vậy: Gia tốc của vật có khối lượng m_2 và lực căng của sợi dây ngay sau khi thả vật m_2 là

$$a_2 = \frac{m_1 g \sin \alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha} \text{ và } T_1 = \frac{(m_1 + 2m_2) g \sin \alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha}, T_2 = \frac{2m_1 m_2 g \sin \alpha}{m_1 + 4m_2 \sin^2 \alpha}$$

7. Trên một mặt phẳng nằm ngang có hai cái nêm với mặt nghiêng 45° và khối lượng m_1, m_2 . Nêm m_2 dựa vào tường cố định, nêm m_1 chịu tác dụng bởi lực $\vec{F}$ nằm ngang. Một vật có khối lượng m có hai mặt nghiêng 45° đặt lên hai nêm (hình vẽ).

a) Xác định gia tốc (hướng và độ lớn) của nêm m_1 và vật m .

b) Tính áp lực của m lên m_2 .



Bài giải

a) Gia tốc (hướng và độ lớn) của nêm m_1 và vật m

- Xét nêm m_1 :

+ Các lực tác dụng lên nêm m_1 : trọng lực $\vec{P}_1$; phản lực $\vec{Q}$; áp lực $\vec{N}_1$; lực $\vec{F}$.

+ Phương trình chuyển động của nêm m_1 :

$$\vec{P}_1 + \vec{Q} + \vec{N}_1 + \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 \quad (1)$$

+ Chiếu (1) lên phương nằm ngang, ta được:

$$F - N_1 \cos 45^\circ = m_1 a_1$$

$$\Leftrightarrow F - \frac{\sqrt{2}}{2} N_1 = m_1 a_1 \quad (2)$$

- Xét vật m :

+ Các lực tác dụng lên vật m : trọng lực $\vec{P}$; các phản lực $\vec{Q}_1$; $\vec{Q}_2$

+ Phương trình chuyển động của vật m : $\vec{P} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = m \vec{a}$ (3)

+ Chiếu (3) lên phương mặt nêm m_2 , ta được:

$$Q_1 - P \cos 45^\circ = ma \Leftrightarrow N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} mg = ma$$

$$\text{Với } a = \frac{a_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} mg = m \frac{a_1}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

- Từ (2) và (4), suy ra: $a_1 = \frac{2F - mg}{2m_1 + m}$; $N_1 = \frac{m(a_1 + g)}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(F + m_1 g)m}{2m_1 + m}$

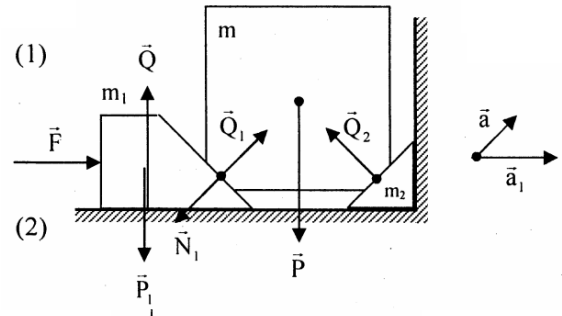
Vậy: Gia tốc của nêm m_1 có hướng từ trái sang phải, có độ lớn $a_1 = \frac{2F - mg}{2m_1 + m}$; gia tốc của vật m có hướng

lên dọc theo mặt nghiêng của nêm m_2 , có độ lớn $a = \frac{2F - mg}{\sqrt{2}(2m_1 + m)}$

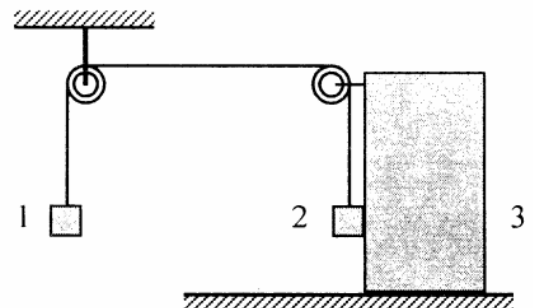
b) Áp lực của m lên m_2

$$\text{Ta có: } N_2 = P \cos 45^\circ = mg \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{mg}{\sqrt{2}}$$

Vậy: Áp lực của vật m lên nêm m_2 là $N_2 = \frac{mg}{\sqrt{2}}$



8. Cho hệ như hình vẽ. Khối lượng ba vật bằng nhau và bằng m . Sợi chỉ nối vật 1 và vật 2 nhẹ, không dẫn. Đoạn giữa hai ròng



rọc nằm ngang, hai đoạn còn lại thẳng đứng. Các ròng rọc nhẹ và không ma sát. Vật 3 chuyển động trên mặt phẳng ngang và không lật.

Tìm gia tốc của vật. Biết gia tốc trọng trường là g .

Bài giải

Gọi T là lực căng dây; a_1, a_2, a_3 là gia tốc của ba vật: vật 1 chuyển động theo phương thẳng đứng, vật 3 chuyển động theo phương nằm ngang, vật 2 vừa chuyển động theo phương thẳng đứng với gia tốc a_{2y} vừa chuyển động theo phương ngang với gia tốc $a_{2x} = a_3(a_{2x} + a_{2y})$

- Chọn hệ toạ độ Oxy (hình vẽ). Phương trình định luật II Niu – ton cho các vật:

+ Vật 1: Theo trục Oy, ta có: $P_1 - T = m_1 a_1 \Leftrightarrow mg - T = m a_1$ (1)

+ Vật 2:

• Theo trục Oy: $P_2 - T = m_2 a_{2y} \Leftrightarrow mg - T = m a_{2y}$ (2)

• Theo trục Ox: $-m_3 a_3 - T = m_2 a_{2x} \Rightarrow -T = 2m a_{2x}$ (3)

- Dây không giãn: $y_1 + y_2 + x_2 = \text{const}$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta y_1}{\Delta t} + \frac{\Delta y_2}{\Delta t} + \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = 0 \Leftrightarrow v_1 + v_{2y} + v_{2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta v_1}{\Delta t} + \frac{\Delta v_{2y}}{\Delta t} + \frac{\Delta v_{2x}}{\Delta t} = 0 \Leftrightarrow a_1 + a_{2y} + a_{2x} = 0 \quad (4)$$

- Từ (1) và (2), ta có:

$$a_1 = a_{2y} = g - \frac{T}{m}$$

- Từ (3), ta có:

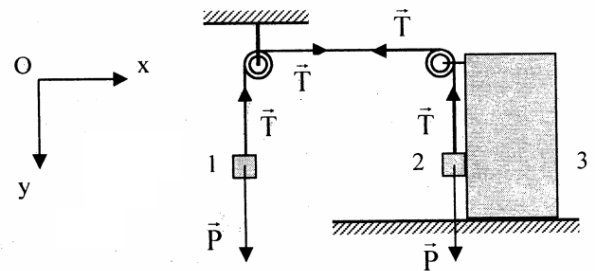
$$a_{2x} = -\frac{T}{2m}$$

- Thay các giá trị a_{2x} và a_{2y} vào (4), ta được: $2\left(g - \frac{T}{m}\right) - \frac{T}{2m} = 0$

$$\Rightarrow T = \frac{4mg}{5}$$

- Từ đó: $a_1 = a_{2y} = g - \frac{4mg}{5m} = g - \frac{4g}{5} = \frac{g}{5}$; $a_{2x} = a_3 = -\frac{T}{2m} = -\frac{\frac{4mg}{5}}{2m} = -\frac{2g}{5}$

$$\Rightarrow a_2 = \sqrt{a_{2x}^2 + a_{2y}^2} = \sqrt{\left(\frac{-2g}{5}\right)^2 + \left(\frac{g}{5}\right)^2} = \frac{g}{\sqrt{5}}$$

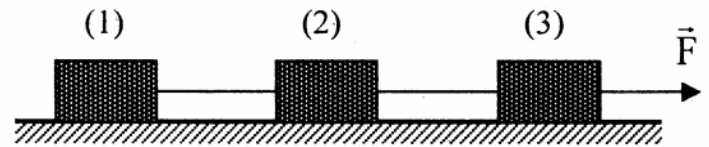


Vậy: Gia tốc của mỗi vật là: $a_1 = \frac{g}{5}$; $a_2 = \frac{g}{\sqrt{5}}$; $a_3 = -\frac{2g}{5}$ (a_3 ngược chiều Ox).

Về hướng thì a_1 hướng thẳng đứng xuống dưới; a_3 hướng ngang sang trái; a_2 hợp với phương ngang một góc φ , với $\tan \varphi = \tan \left(\frac{a_{2y}}{a_{2x}} \right) = \tan \left(\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \varphi = 26^\circ 33'$.

9. Ba vật có khối lượng như nhau $m = 5\text{kg}$ được nối với nhau bằng các sợi dây không dẫn, khối lượng không đáng kể trên mặt bàn nằm ngang. Biết rằng dây sẽ đứt khi lực căng là $T_0 = 20\text{N}$. Hệ số ma sát giữa mặt bàn và các vật tương ứng là $\mu_1 = 0,3$; $\mu_2 = 0,2$; $\mu_3 = 0,1$.

Người ta kéo vật với một lực $\vec{F}$ nằm ngang và tăng dần độ lớn của lực này.



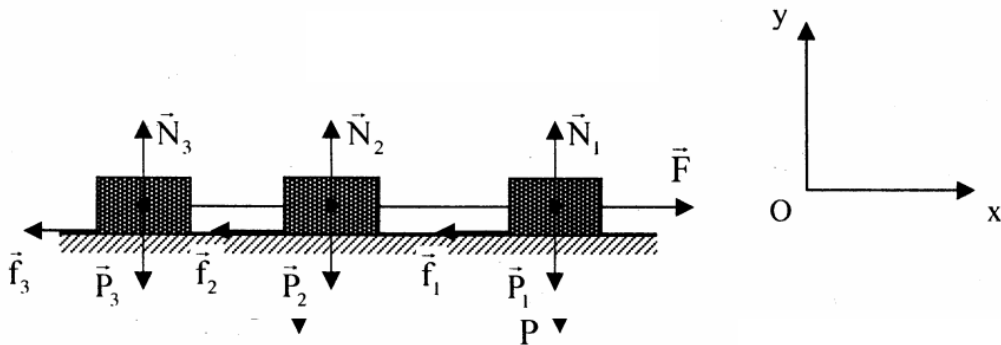
a) Hỏi sợi dây nào sẽ đứt và điều này sẽ xảy ra khi lực F nhỏ nhất là bao nhiêu?

b) Kết quả trên sẽ thay đổi như thế nào nếu lực $\vec{F}$ tác dụng lên vật (3)?

(Trích đề thi Olympic 30/4, 1995)

Bài giải

a) Sợi dây nào sẽ đứt?



- Các lực tác dụng lên vật (1): Lực kéo $\vec{F}$; lực căng $\vec{T}_1$; lực ma sát $\vec{f}_1$; trọng lực $\vec{P}_1$; phản lực $\vec{N}_1$.

- Áp dụng định luật II Niu – ton cho vật (1), ta được:

$$\vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{f}_1 + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 = m\vec{a}_1 \quad (1)$$

- Chiếu (1) xuống hai trục Ox và Oy, ta được:

$$F - T_1 - f_1 = m_1 a_1 = ma \quad \text{và} \quad N_1 = mg$$

$$\Rightarrow f_1 = \mu_1 N_1 = \mu_1 mg$$

$$\text{Và } F - T_1 - \mu_1 mg = ma \quad (2)$$

$$\text{- Tương tự: Với vật (2): } T_1 - T_2 - \mu_2 mg = ma \quad (3)$$

- Với vật (3): $T_2 - \mu_3 mg = ma$ (4)

$(a_1 = a_2 = a_3 = a)$

- Từ (2), (3) và (4) ta được: $a = \frac{F}{3m} - \frac{1}{3}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)g$

- Theo đề: $\mu_1 = 3\mu_3$ và $\mu_2 = 2\mu_3 \Rightarrow a = \frac{F}{3m} - 2\mu_3 g$

- Các lực căng dây:

$$T_1 = F - \mu_1 mg - ma = F - 3\mu_3 mg - \frac{F}{3} + 2\mu_3 mg = \frac{2F}{3} - \mu_3 mg$$

$$T_2 = ma + \mu_3 mg = \frac{F}{3} - 2\mu_3 mg + \mu_3 mg = \frac{F}{3} - \mu_3 mg$$

- Ta thấy $T_1 > T_2$ do đó khi lực kéo tăng lên thì dây nối giữa các vật (1) và (2) sẽ bị đứt trước. Theo giả thiết

dây nối (1) và (2) sẽ bị đứt khi: $T_1 = \frac{2F}{3} - \mu_3 mg \geq T_0$

$$\Rightarrow F \geq \frac{3}{2}(T_0 + \mu_3 mg) = \frac{3}{2}(20 + 0,1.5.10) = 37,5N$$

Vậy: Dây nối hai vật (1) và (2) sẽ bị đứt và lực kéo F nhỏ nhất để cho dây nối bị đứt là: $F = 37,5N$

b) Trường hợp lực kéo $\overset{u}{F}$ tác dụng vào vật (3)

- Tương tự, ta được: $a = \frac{F}{3m} - 2\mu_3 g$

- Lực căng của dây nối giữa (3) và (2) là:

$$T_2 = F - \mu_3 mg - ma = F - \mu_3 mg - \frac{F}{3} + 2\mu_3 mg = \frac{2F}{3} + \mu_3 mg$$

- Lực căng của dây nối giữa (2) và (1) là:

$$T_1 = ma + \mu_1 mg = \frac{F}{3} - 2\mu_3 mg + 3\mu_3 mg = \frac{F}{3} + \mu_3 mg = \frac{F}{3} + \mu_3 mg$$

- Vì $T_2 > T_1$ nên dây nối (2) và (3) sẽ đứt trước khi: $T_2 = \frac{2F}{3} + \mu_3 mg \geq T_0$

$$\Rightarrow F \geq \frac{3}{2}(T_0 - \mu_3 mg) = \frac{3}{2}(20 - 0,1.5.10) = 22,5N$$

Vậy: Dây nối hai vật (2) và (3) sẽ bị đứt và lực kéo F nhỏ nhất để cho dây nối bị đứt là: $F = 22,5N$

10. Trong một bình đựng ba chất lỏng không trộn lẫn vào nhau có khối lượng riêng lần lượt là ρ_1, ρ_2, ρ_3 và độ cao tương ứng là h_1, h_2, h_3 . Từ bề mặt chất lỏng trên cùng ta thả quả cầu nhỏ với vận tốc ban đầu v_0 thẳng đứng xuống dưới. Biết rằng khi chạm đáy bình, vận tốc quả cầu bằng v , tính khối lượng riêng quả cầu. Suy

rộng kết quả khi trong bình đựng n chất lỏng có khối lượng riêng $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ và độ cao $h_1, h_2, \dots, h_n$ (Bỏ qua ma sát).

(Trích đề thi Olympic 30/4, 1995)

Bài giải

Gọi ρ là khối lượng riêng, m là khối lượng và V là thể tích của quả cầu. Trong mỗi chất lỏng, quả cầu chịu lực đẩy Ac-si-mét $\vec{F}_A$ của các chất lỏng này.

- Trong chất lỏng thứ nhất; Gọi a_1 là gia tốc của quả cầu, ta có:

$$\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}_1 \Leftrightarrow m\vec{g} + \vec{F}_A = m\vec{a}_1$$

Với $m = V\rho$ và $F_A = V\rho_1 g$

- Chọn chiều dương đi xuống, ta có:

$$V\rho g - V\rho_1 g = V\rho a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho} g = \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) g$$

- Gọi v_1 là vận tốc quả cầu khi tới mặt chất lỏng thứ hai, ta có:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \cdot h_1 = 2 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) gh_1 \quad (1)$$

- Tương tự, với chất lỏng thứ hai và thứ ba, ta được:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \cdot h_2 = 2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) gh_2 \quad (2)$$

$$v_3^2 - v_2^2 = 2a_3 \cdot h_3 = 2 \left(1 - \frac{\rho_3}{\rho}\right) gh_3 \quad (3)$$

Với $v_3 = v$ vận tốc quả cầu khi chạm đáy bình.

- Cộng (1) + (2) + (3) ta được:

$$v_3^2 - v_0^2 = 2g \left[\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) h_1 + \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) h_2 + \left(1 - \frac{\rho_3}{\rho}\right) h_3 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{v_3^2 - v_0^2}{2g} = h_1 + h_2 + h_3 - \frac{1}{\rho} (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3)$$

$$\text{Và } \rho = 2g \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3}{2g(h_1 + h_2 + h_3) + v_0^2 - v^2}$$

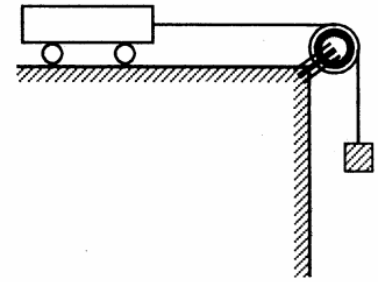
Vậy:

$$\text{- Khối lượng riêng của quả cầu là: } \rho = 2g \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3}{2g(h_1 + h_2 + h_3) + v_0^2 - v^2}$$

- Suy rộng cho trường hợp trong bình đựng n chất lỏng có khối lượng riêng $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ và độ cao $h_1, h_2, \dots, h_n$,

ta có:
$$\rho = 2g \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \dots + \rho_n h_n}{2g(h_1 + h_2 + \dots + h_n) + v_0^2 - v^2}$$

11. Một xe nhỏ thấp được buộc vào một vật nặng bằng dây. Thả x era, nó chuyển động với một gia tốc nào đó. Khi chèn chặt một trục của bánh xe (bánh xe gắn liền với trục) thì gia tốc của xe giảm k lần so với thí nghiệm trên. Hỏi nếu chèn chặt cả hai trục và làm lại thí nghiệm thì gia tốc của xe giảm bao nhiêu lần so với lần đầu?



(Trích đề thi Olympic 30/4. 1996)

Bài giải

- Gọi P là độ lớn của lực kéo cho hệ chuyển động (khối lượng của cả hệ là M); F_l là ma sát lăn tác dụng lên tất cả các bánh; F_t là ma sát trượt tác dụng lên tất cả các bánh.

- Lúc đầu, xe chuyển động lăn nên: $P - F_l = Ma$ (1)

- Khi chèn một trục, hai bánh lăn còn hai bánh trượt nên:

$$P - \frac{F_l}{2} - \frac{F_t}{2} = Ma_1 = \frac{Ma}{k} \quad (2) \quad (\text{do } a_1 = \frac{a}{k})$$

- Từ (1) và (2), ta được: $F_t = F_l + \frac{2(k-1)}{k} Ma$ (3)

- Khi chèn cả hai trục, cả bốn bánh xe đều trượt nên:

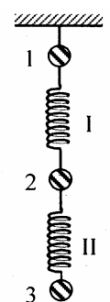
$$P - F_t = Ma_2 \quad (4)$$

- Thay (3) vào (4), chú ý (1) ta được: $Ma \left[1 - \frac{2(k-1)}{k} \right] = Ma^2$

$$\Rightarrow \frac{a}{a_2} = \frac{k}{2-k}$$

Vậy: Nếu chèn chặt cả hai trục và làm lại thí nghiệm thì gia tốc của xe giảm $\frac{k}{2-k}$ lần so với ban đầu.

12. Ba quả cầu giống nhau 1, 2, 3 có khối lượng m được treo nối tiếp trên các lò xo sao cho khoảng cách giữa chúng bằng nhau. Nếu cắt sợi dây đỡ quả cầu 1 thì cả hệ thống rơi tự do với gia tốc của trọng tâm là g . Nhưng lò xo I kéo quả cầu 2 lên phía trên mạnh hơn lò xo II kéo nó xuống phía dưới (ban đầu lực kéo của lò xo I là $2mg$, của lò xo II là mg) cho nên quả cầu 2 bắt đầu rơi với gia tốc nhỏ hơn g .



a) Tìm gia tốc mỗi quả cầu ngay sau khi cắt dây.

b) Giữ nguyên dây, cắt lò xo II. Tìm gia tốc mỗi quả cầu ngay sau khi cắt lò xo.

Bài giải

a) Gia tốc mỗi quả cầu ngay sau khi cắt dây

- Trước khi cắt dây:

$$+ \text{Quả cầu 1: } mg - T + F_1 = 0$$

$$+ \text{Quả cầu 2: } mg - F_1 + F_2 = 0 \quad (1)$$

$$+ \text{Quả cầu 3: } mg - F_2 = 0$$

($\overline{T}$ là lực căng của dây treo, $\overline{F_1}, \overline{F_2}$ là lực đàn hồi của lò xo I và lò xo II)

$$- \text{Từ hệ (1) ta được: } F_1 = 2mg; F_2 = mg; T = 3mg \quad (3)$$

- Khi cắt dây $T = 0$, phương trình chuyển động của các quả cầu là:

$$mg + F_1 = ma_1$$

$$mg - F_1 + F_2 = ma_2 \quad (3)$$

$$mg - F_2 = ma_3$$

Từ (2) vào hệ (3) ta có: $a_1 = 3g; a_2 = a_3 = 0$.

Vậy: Gia tốc mỗi quả cầu ngay sau khi cắt dây là $a_1 = 3g; a_2 = a_3 = 0$.

b) Gia tốc mỗi quả cầu ngay sau khi cắt lò xo

- Khi cắt lò xo II: $F_2 = 0$, phương trình chuyển động của các quả cầu là

$$mg - T + F_1 = ma_1$$

$$mg - F_1 = ma_2 \quad (4)$$

$$mg = ma_3$$

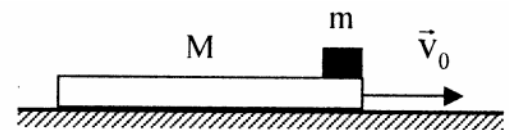
- Thay các giá trị của T, F_1 từ hệ (2) vào hệ (4), ta được: $a_1 = 0; a_2 = -g; a_3 = g$.

Vậy: Gia tốc mỗi quả cầu ngay sau khi cắt lò xo II là $a_1 = 0; a_2 = -g; a_3 = g$.

13. Trên mặt bàn nằm ngang rất nhẵn có một tấm ván khối lượng

$M = 1,6 \text{ kg}$, chiều dài $l = 1,2 \text{ m}$. Đặt ở đầu tấm ván một vật nhỏ khối lượng $m = 0,4 \text{ kg}$. Hệ số ma sát giữa vật và ván là $\mu = 0,3$.

Đốt ngót truyền cho ván một vận tốc $\overline{v_0}$ song song với mặt bàn. Tính giá trị tối thiểu của v_0 để vật m trượt khỏi ván. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Bài giải

- Các lực tác dụng:

+ Lên m: Trọng lực $\vec{p}$; phản lực $\vec{q}$; lực ma sát $\vec{f}_{ms}$.

+ Lên M: Trọng lực $\vec{P}$; phản lực $\vec{Q}$; áp lực $\vec{n}$; lực ma sát $\vec{f}'_{ms}$.

- Áp dụng định luật II Niu – tơn cho các vật:

+ Vật m: $\vec{p} + \vec{q} + \vec{f}_{ms} = m\vec{a}_1$ (1)

+ Vật M: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{n} + \vec{f}'_{ms} = M\vec{a}_2$ (2)

- Chiều (1) và (2) lên chiều chuyển động ta được:

+ Vật m: $f_{ms} = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{f_{ms}}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g > 0; v_1 = \mu gt; s_1 = \frac{\mu g}{2} t^2$

+ Vật M: $-f'_{ms} = Ma_2 \Rightarrow a_2 = -\frac{f'_{ms}}{M} = -\frac{\mu mg}{M} < 0;$

$v_2 = v_0 - \frac{\mu mg}{M} t; s_2 = v_0 t - \frac{\mu mg}{2M} t^2$

- Do vật m trượt trên ván nên $v_2 > v_1$. Gọi vận tốc của vật đối với ván là v , ta có:

$v = v_2 - v_1 = v_0 t - \mu g t \left(\frac{M+m}{M} \right)$

- Khi vật dừng lại trên ván: $v = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{Mv_0}{\mu g(M+m)}$

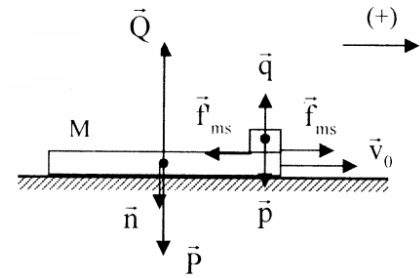
- Vật m sẽ trượt khỏi ván nếu: $s_2(t_1) - s_1(t_1) \geq l$

$\Leftrightarrow v_0 t - \frac{\mu mg}{2M} t^2 - \frac{\mu g}{2} t^2 \geq l \Leftrightarrow v_0 \frac{Mv_0}{\mu g(M+m)} - \frac{\mu mg}{2M} \left(\frac{Mv_0}{\mu g(M+m)} \right)^2 \geq l$

$\Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{2\mu gl(M+m)}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3 \cdot 10 \cdot 1,2 \cdot (1,6 + 0,4)}{1,6}} = 3 \text{ m/s}$

$\Rightarrow v_{0\min} = 3 \text{ m/s}$

Vậy: Giá trị tối thiểu của v_0 để vật m trượt khỏi ván là 3m/s.



14. Một hộp chứa cát ban đầu đứng yên, được kéo trên sàn bằng một sợi dây với lực kéo $F = 1000 \text{ N}$. Hệ số ma sát giữa hộp với sàn là $k = 0,35$.

a) Hỏi góc giữa dây và phương ngang phải là bao nhiêu để kéo được lượng cát lớn nhất?

b) Khối lượng cát và hộp trong trường hợp đó bằng bao nhiêu? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

Bài giải

a) Góc giữa dây và phương ngang để kéo được lượng cát lớn nhất

Chọn hệ toạ độ Oxy như hình vẽ.

- Các lực tác dụng lên hộp: trọng lực $\vec{P}$; phản lực $\vec{Q}$; lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và lực kéo $\vec{F}$.

- Phương trình định luật II Niu – tơn cho hộp cát:

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

- Chiếu (1) lên hai trục Ox và Oy, ta được:

$$- F_{ms} + F \cos \alpha = ma \quad (1')$$

$$- P + Q + F \sin \alpha = 0 \quad (1'')$$

$$\text{Mà: } F_{ms} = kN = kQ$$

$$\text{- Từ (1'')}: Q = P - F \sin \alpha \Rightarrow F_{ms} = k(P - F \sin \alpha) = kmg - kF \sin \alpha$$

$$\text{- Từ (1')}: F_{ms} = F \cos \alpha - ma$$

$$\text{Từ đó: } F \cos \alpha - ma = kmg - kF \sin \alpha \Rightarrow m = \frac{F(\cos \alpha + k \sin \alpha)}{kg + a} \quad (2)$$

$$\text{- Để } m = m_{\max} : \begin{cases} (\cos \alpha + k \sin \alpha)_{\max} \\ (kg + a)_{\min} \end{cases} \Rightarrow a = 0$$

- Vì $F = \text{const}; g = \text{const}; k = \text{const}$ nên theo bất đẳng thức Bunhia-côpxki, ta có:

$$1 \cdot \cos \alpha + k \sin \alpha \leq \sqrt{1 + k^2} \Rightarrow m = \frac{F \sqrt{1 + k^2}}{kg}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi: } k = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = 0,35 \Rightarrow \alpha = 19,3^\circ$$

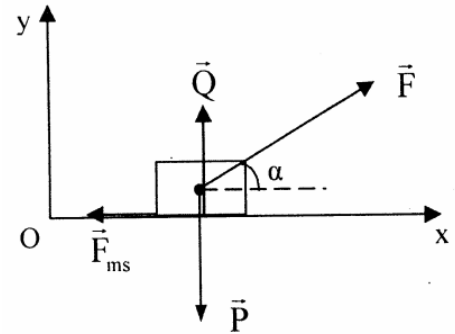
Vậy: Để kéo được lượng cát lớn nhất thì góc giữa dây treo và phương ngang phải bằng $\alpha = 19,3^\circ$.

b) Khối lượng cát và hộp

Khi đó, khối lượng cát và hộp là:

$$m = m_{\max} = \frac{F \sqrt{1 + K^2}}{Kg} = \frac{100 \sqrt{1 + 0,35^2}}{0,35 \cdot 10} = 303 \text{ kg}$$

Vậy: Khối lượng cát và hộp lớn nhất có thể kéo được là $m = 303 \text{ kg}$.



15. Sườn đồi có dạng một mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt phẳng ngang. Một ô tô khởi hành từ A đi theo đường thẳng đến vị trí B nằm trên cùng một độ cao trên sườn đồi. Hãy tìm thời gian ngắn nhất để thực hiện điều đó. Biết hệ số ma sát giữa các bánh xe với sườn đồi là $k > \tan \alpha$, cho rằng trọng lượng xe được phân bố đều trên 4 bánh xe và cả 4 bánh xe đều là bánh phát động.

Bài giải

- Theo các điều kiện ở đề bài, xe được xem là chất điểm và lực phát động ở các bánh xe chính là lực ma sát nghỉ

- Tác dụng lên xe có 3 lực: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ và lực ma sát nghỉ $\vec{F}_{ms}$

- Theo định luật II Niu – tơn, ta có: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (1)

- Chiếu (1) lên trục Ox (trùng với AB) và Oy (vuông góc với AB), ta được:

$$F_2 = ma; P \sin \alpha - F_1 = 0 \quad (2)$$

- Mặt khác: $\vec{F}_{ms} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Leftrightarrow F_{ms}^2 = F_1^2 + F_2^2$ (3)

- Điều kiện cho ma sát nghỉ: $F_{ms} \leq kN = kQ = kmg \cos \alpha$

$$\Leftrightarrow \sqrt{F_1^2 + F_2^2} < kmg \cos \alpha \quad (4)$$

- Từ (2) và (4):

$$F_2 < \sqrt{k^2 m^2 g^2 \cosh^2 \alpha - m^2 g^2 \sin^2 \alpha} = mg \cos \alpha \sqrt{k^2 - \tan^2 \alpha}$$

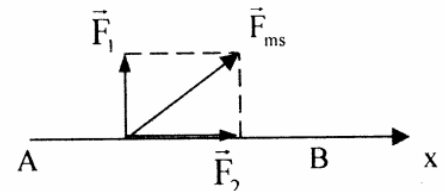
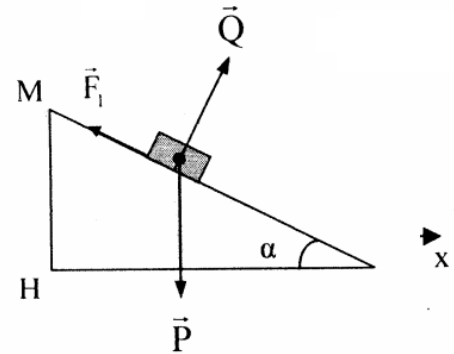
$$\Rightarrow a \leq g \cos \alpha \sqrt{k^2 - \tan^2 \alpha} \quad (5)$$

- Mặt khác: $AB = l = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$

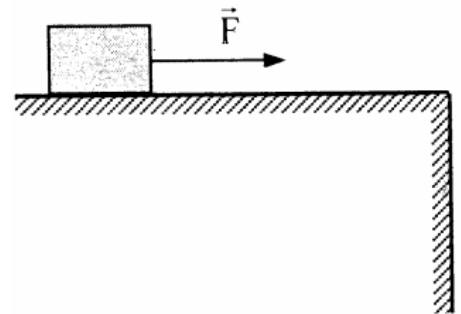
- Từ (5): $t \geq \sqrt{\frac{2l}{g \cos \alpha \sqrt{k^2 - \tan^2 \alpha}}}$

$$\Rightarrow t_{\min} = \sqrt{\frac{2l}{g \cos \alpha \sqrt{k^2 - \tan^2 \alpha}}}, \text{ với } k > \tan \alpha.$$

Vậy: Thời gian ngắn nhất để xe đi từ A đến B là $\Rightarrow t_{\min} = \sqrt{\frac{2l}{g \cos \alpha \sqrt{k^2 - \tan^2 \alpha}}}$



16. Một vật khối lượng m đang nằm yên trên sàn ngang. Lúc $t = 0$ vật chịu tác dụng một lực $\vec{F}$ phụ thuộc thời gian theo quy luật $F = Ct$, C là hằng số có đơn vị Niu – tơn trên giây và t có đơn vị giây. Lực $\vec{F}$ hợp với phương ngang một góc α không đổi. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng là μ . Hãy khảo sát các giai đoạn chuyển động của vật và tính vận tốc khi vật bắt đầu rời sàn.



Bài giải

Các lực tác dụng vào xe: trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{Q}$ và lực ma sát nghỉ $\vec{F}_{ms}$; lực tác dụng $\vec{F}$

- Giai đoạn I: Khi vật chưa chuyển động.

+ Điều kiện cân bằng: $\vec{F} + \vec{Q} + \vec{P} + \vec{F}_{msn} = 0$ (1)

+ Chiếu (1) lên hai phương thẳng đứng và nằm ngang, ta được:

$$Q = P - F \sin \alpha = mg - F \sin \alpha = mg - C \sin \alpha.t$$

$$F_{msn} = F \cos \alpha = C \cos \alpha.t$$

+ Mặt khác: $F_{msn} \leq \mu N = \mu Q \Leftrightarrow C \cos \alpha.t \leq \mu(mg - C \sin \alpha.t)$

$$\Rightarrow t \leq \frac{\mu mg}{C(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$$

+ Thời gian vật còn nằm yên trên sàn là: $t_1 = \frac{\mu mg}{C(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$ (2)

- Giai đoạn II: Vật trượt trên sàn.

+ Phương trình định luật II Niu - ton: $\vec{F} + \vec{Q} + \vec{P} + \vec{F}_{mst} = ma$ (3)

+ Chiếu (3) lên hai phương thẳng đứng và nằm ngang, ta được:

$$Q = P - F \sin \alpha = mg - F \sin \alpha = mg - C \sin \alpha.t$$

$$F \cos \alpha - F_{mst} = ma \Leftrightarrow C \cos \alpha.t - \mu Q = ma$$

$$\Leftrightarrow C \cos \alpha.t - \mu(mg - C \sin \alpha.t) = ma$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{Ct(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m} - \mu g$$
 (4)

Giai đoạn III: Khi vật bắt đầu rời sàn.

+ Lúc đó: $Q = 0 \Leftrightarrow mg - C \sin \alpha.t = 0$

+ Thời gian từ khi tác dụng lực ($t = 0$) đến lúc vật rời sàn: $t_2 = \frac{mg}{C \sin \alpha}$ (5)

+ Gia tốc của vật khi nó bắt đầu rời sàn: Thay (5) vào (4) ta được:

$$a_3 = \frac{C \cdot \frac{mg}{C \sin \alpha} \cdot (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m} - \mu g = g \cot \alpha$$
 (6)

+ Trong quá trình chuyển động của vật, gia tốc phụ thuộc bậc nhất vào thời gian nên:

$$v_3 = \bar{a}t; \text{ với } t = t_2 - t_1 \text{ và } \bar{a} = \frac{a_3}{2}$$

+ Vận tốc của vật ngay khi rời sàn là: $v_3 = \frac{a_3}{2}(t_2 - t_1)$ (7)

+ Thay (2), (5), (6) vào (7), ta được: $v_3 = \frac{g \cot \alpha}{2} \left(\frac{mg}{C \sin \alpha} - \frac{\mu mg}{C \cos \alpha + \mu \sin \alpha} \right)$

$$\Rightarrow v_3 = \frac{mg^2 \cot^2 \alpha}{2C(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$$

Vậy: Khi vật bắt đầu rời sàn, vận tốc của vật là $v_3 = \frac{mg^2 \cot^2 \alpha}{2C(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$.