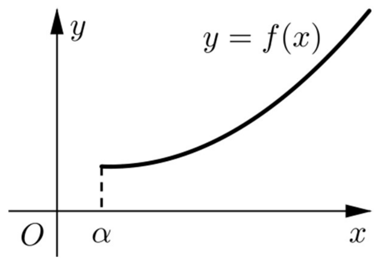
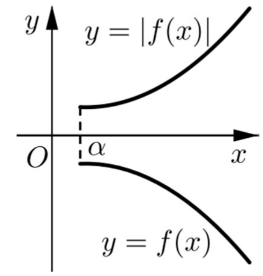
ĐỀ VDC SỐ 04 Tính đơn điệu của hàm chứa GTTĐ

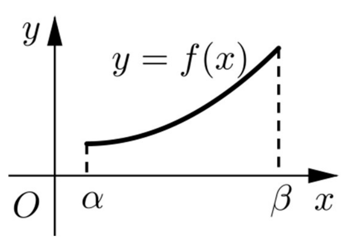
❖ Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên $\left[\alpha;+\infty\right)$ khi và chỉ khi

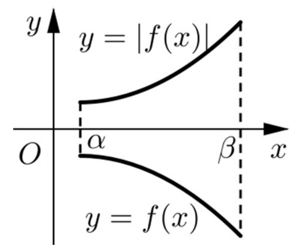




- $\begin{cases} y'\left(\alpha\right)\ge 0,\ \forall x\in\left[\alpha;+\infty\right) \\ y\left(\alpha\right)\ge 0 \end{cases}$.
- $\begin{cases} y'\left(\alpha\right)\le 0,\ \forall x\in\left[\alpha;+\infty\right) \\ y\left(\alpha\right)\le 0 \end{cases}$.

❖ Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên $\left(\alpha;\beta\right)$ khi và chỉ khi





- $\begin{cases} y'\left(\alpha\right)\ge 0,\ \forall x\in\left(\alpha;\beta\right) \\ y\left(\alpha\right)\ge 0 \end{cases}$.
- $\begin{cases} y'\left(\alpha\right)\le 0,\ \forall x\in\left(\alpha;\beta\right) \\ y\left(\alpha\right)\le 0 \end{cases}$.

❖ Các dạng đồng biến $y=\left|f\left(x\right)\right|$ trên $\left(-\infty;a\right],\left[\alpha;\beta\right]$ ta thực hiện tương tự.

❖ Hàm số hỏi nghịch biến làm ngược lại.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^5-5x^2+5\left(m-1\right)x-8\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2x^3-mx+1\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$?

A. 6 . **B.** 4 . **C.** 3 . **D.** 5 .

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\left|x^4+2x^3+mx+2\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$?

A. $m\ge 1$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m\le 0$.

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham m thuộc đoạn $\left[-10;10\right]$ để hàm số $y=\left|-x^3+3\left(m+1\right)x^2-3m\left(m+2\right)x+m^2\left(m+3\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$?

A. 21. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 6: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $\left(-4;4\right)$ để hàm số $y=\left|\frac{1}{3}x^3-x^2+mx+1\right|$ đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 7: Tổng tất cả các giá trị nguyên thuộc $\left[-5;5\right]$ của m để hàm số $g(x)=\left|\frac{1}{3}x^3+\left(m-1\right)x^2+\left(2m-3\right)x-\frac{2}{3}\right|$ đồng biến trên $\left(1;5\right)$ là:

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 8: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $\left[-2019;2019\right]$ của tham số thực m để hàm số $y=\left|x^3-3\left(m+2\right)x^2+3m\left(m+4\right)x\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;4\right)$?

A. 4033. **B.** 4032. **C.** 2018. **D.** 2016.

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m<5$ để hàm số $y=\left|\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+m\right|$ đồng biến trên $(0,+\infty)$?

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8

Câu 10: Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\left|x^5-mx+4\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 11: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $\left(-10;10\right)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$?

A. 12. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 7.

Câu 12: Cho hàm số $y=\left|x^5-mx+1\right|$. Gọi S là tập tất cả các số nguyên dương m sao cho hàm số đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 15 **B.** 14 **C.** 12 **D.** 13

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=\left|x^2-2mx+m+2\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-9;9]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 3 **B.** 2 **C.** 16 **D.** 9

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\left|-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\frac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-9;9]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 9.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in\left(-20;20\right)$ để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

A. 4. **B.** 30. **C.** 8. **D.** 15.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm m để hàm số $y=\left|x^4-mx^2+9\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 17: Cho hàm số $y=\left|\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(m+3)x^2+(2m+3)x-1\right|$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$. Chọn mệnh đề **sai**?

A. S có 4 phần tử.
B. Tổng các giá trị của m thuộc S bằng 6.
C. Tích các giá trị của m thuộc S bằng 0.
D. Giá trị m lớn nhất thuộc S bằng 4.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-(2m-5)x+2018\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2019;2019]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 3032. **B.** 4039. **C.** 0. **D.** 2021.

Câu 19: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=g(x)=\left|x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x\right|$ đồng biến trên nửa đoạn $[0;+\infty)$ biết rằng $-2021\le m\le 2021$?

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Câu 20: Gọi $S=[a\,;+\infty)$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2+mx+3m+1\right|$ đồng biến trên khoảng $(-2\,;+\infty)$. Khi đó a bằng

A. -3. **B.** 19. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 21: Tính tổng S tất cả các giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $S=55$. **B.** $S=54$. **C.** $S=3$. **D.** $S=5$.

Câu 22: Tìm m để hàm số $y=\left|\dfrac{x-2m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

A. $\dfrac{1}{3}<m\le 1.$ **B.** $m\in[-1;1]\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}.$ **C.** $-1\le m<\dfrac{1}{3}.$ **D.** $\dfrac{1}{3}<m\le 1.$

Câu 23: Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\dfrac{x^2-2x+2m+2}{x-1}\right|$ đồng biến trên $[3;+\infty)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** vô số. **D.** 6.

Câu 24: Tìm tất cả các giá thực của tham số m để hàm số $y=\left|x-\dfrac{2}{x}+m\right|$ đồng biến trên $[1;+\infty)$.

A. $m\le -1.$ **B.** $-1<m\le 1.$ **C.** $m\ge 1.$ **D.** $m>0.$

Câu 25: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho hàm số $y=\left|x+1+\frac{m^2-2m-1}{x+1}\right|$ đồng biến trên $(2;+\infty)$ là $[a;b]$. Tính $a.b$.

A. -10. **B.** -9. **C.** 2. **D.** -7.

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho hàm số $y=\left|\frac{x+m}{x+1}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

A. $m<-1$. **B.** $m>1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $-1\le m<1$

Câu 27: Tính tổng tất cả các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=\left|\frac{x^3-2mx+2}{x-1}\right|$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

A. 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 5

Câu 28: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|\frac{x-m}{x+m+3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 29: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=\left|x+5+\frac{1-m}{x-2}\right|$ đồng biến trên $[5;+\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 30: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\frac{x^2+x+2m-3}{x-1}\right|$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $m\le\frac{1}{2}$ hoặc $m\ge 2$. **B.** $\frac{1}{2}<m<2$. **C.** $\frac{1}{2}<m\le 2$. **D.** $\frac{1}{2}\le m\le 2$.

Câu 32: Cho hàm số $y=\left|\sqrt{2-x}+\sqrt{x+2}+\frac{m}{2}x-1\right|$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số nghịch biến trên $(0;1)$

A. 4 **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-5;5)$ để hàm số $y=\left|\sqrt{x^2-3}-2x-3m\right|$ nghịch biến trên $(2;3)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[0;10]$ để hàm số $y=\left|x+m\sqrt{x^2-2x+3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 35: Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|\sqrt{x^2+2x+2}-x+m\right|$, trong đó m là tham số thực. S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m trên đoạn $\left[-2019;2019\right]$ để hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$. Số phần tử của tập S là

A. 2018. **B.** 2017. **C.** 2019. **D.** 4039.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\left|3\sqrt{x^2+1}+x+m\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$?

A. 5 . **B.** 6 . **C.** 4 . **D.** Vô số.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|4\sqrt{x^2+2x+3}+5x-m^2+5\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 9 **B.** 6 **C.** 11 **D.** 8

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)=\left|\sqrt{x^2+3}+2x+m^2-5m\right|$.Hỏi m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $\left(-\infty;0\right]$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $\left[3;+\infty\right)$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để hàm số $y=\left|\sqrt{-x^2+6x}+m\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;3\right)$?

A. 6 . **B.** 4 . **C.** 3 . **D.** 10 .

Câu 40: Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-9x-5+\frac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị là.

A. 2016 . **B.** 1952 . **C.** –2016 . **D.** –496 .

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in\left[-2020;2020\right]$ để hàm số $y=\left|\sqrt{x^2+1}-mx-1\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;\,2\right)$

A. 4042 **B.** 4039 **C.** 4040 **D.** 4041

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=f(x)=\left|x^3-3x^2+3\left(m^2+5\right)x+\left(12-3m^2\right)\cos x\right|$ đồng biến trên $\left(0;\pi\right)$

A. 3 . **B.** 5 . **C.** 4 . **D.** Vô số

Câu 43: Các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|\sin x-\cos x+m\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $m>\sqrt{2}$. **B.** $m\geq\sqrt{2}$. **C.** $m>1$. **D.** $m\geq 1$.

Câu 44: Cho hàm số $y=\left|\sin^3 x-m.\sin x+1\right|$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Tính số phần tử của S.

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $\left[-5;5\right]$ để hàm số $y=\left|\cos^3 x-3m^2\cos x\right|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 1. **B.** 11. **C.** 5 . **D.** 6

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $y=\left|9^x+3^x-m+1\right|$ đồng biến trên đoạn $\left[0;1\right]$.

A. 1. **B.** 4 . **C.** 3 . **D.** 6 .

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị *m* nguyên dương và nhỏ hơn 2020 để hàm số $y=\left|4^x-m.2^{x+1}+m+2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2018**.** **B.** 2019**.** **C.** 2 **.** **D.** 3 **.**

Câu 48: Cho hàm số $y=\left|e^{\frac{2x+2}{x-1}}+3e^{\frac{x+1}{x-1}}-2m+5\right|$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(2;4\right)$?

A. 234. **B.** Vô số. **C.** 40. **D.** Không tồn tại m .

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương $m\in(-2019;2020)$, để hàm số $y=\left|e^{-x^2}-e^{x^2}-m\right|$ nghịch biến trên $\left(1;e\right)$?

A. 401. **B.** 0 . **C.** 2019. **D.** 2016.

Câu 50: Giá trị lớn nhất của m để hàm số $y=\left|e^x+e^{2x}-m\right|$ đồng biến trên $\left(1;2\right)$ là

A. e . **B.** $e+e^2$. **C.** e^2 . **D.** 2 .

Câu 51: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\left|8^{\tan x}+3.2^{\tan x}-m+2\right|$ đồng biến trên $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\le\frac{29}{8}$. **B.** $m>\frac{29}{8}$. **C.** $m<\frac{29}{8}$. **D.** $m\ge\frac{29}{8}$.

Câu 52: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $\left(-100;100\right)$ của tham số m để hàm số $y=\left|\ln 3x-4x^2+m\right|$ đồng biến trên đoạn $\left[1;e^2\right]$?

A. 101. **B.** 102 . **C.** 103. **D.** 100 .

Câu 53: Có bao nhiêu số nguyên $m<2020$ để hàm số $y=\left|\ln\left(mx\right)-x+2\right|$ nghịch biến trên $\left(1;4\right)$?

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 1. **D.** vô số.

Câu 54: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc $\left(-2020;2020\right)$ để hàm số $y=\left|\ln\left(x^2+2x-m\right)-2mx^2-1\right|$ luôn đồng biến trên $\left(0;10\right)$.

A. 4038 . **B.** 2020 . **C.** 2017 . **D.** 2017 .

Câu 55: Có bao nhiêu số nguyên của tham số m trong đoạn $\left[-3;3\right]$ để hàm số $y=\left|\ln\left(x^3+mx+2\right)\right|$ đồng biến trên nửa khoảng $\left[1;3\right)$?

A. 7. **B.** 4 . **C.** 6 . **D.** 5 .

Câu 56: Cho hàm số $y=\left|\ln\left(x^2-mx-m\right)-1\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$?

A. 10. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 57: Tổng các giá trị m nguyên thuộc $[-5;5]$ sao cho hàm số $y=\left|\ln\left(x^3-3x+m\right)+1\right|$ nghịch biến trên $[0;1]$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 58: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\log_3\left(x^3+x^2-mx+1\right)\right|$ đồng biến trên $[1;+\infty)$.

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 59: Tổng các giá trị nguyên của m trên $[-10;10]$ để hàm số $y=g(x)=\left|\ln\left(x^2+x+m\right)+x\right|$ đồng biến trên $(-1;3)$ là

A. 50. **B.** 100. **C.** 52. **D.** 105.

Câu 60: Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2021;2021]$ để phương trình $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+3}{x+4}-|x+3|+x-m=0$ có đúng 3 nghiệm thực x. Số phần tử của tập S là:

A. 2018. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2022.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.C	5.B	6.A	7.B	8.A	9.B	10.B
11.A	12.A	13.A	14.B	15.D	16.A	17.D	18.A	19.A	20.B
21.B	22.D	23.A	24.C	25.A	26.D	27.A	28.A	29.C	30.A
31.C	32.A	33.B	34.A	35.A	36.A	37.A	38.A	39.D	40.A
41.D	42.B	43.B	44.A	45.B	46.C	47.A	48.C	49.A	50.B
51.C	52.B	53.A	54.C	55.C	56.D	57.C	58.A	59.C	60.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn D

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^5-5x^2+5\left(m-1\right)x-8$.

Trường hợp 1: $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x_0\in\left(-\infty;1\right)$ thì hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ không thể nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

Trường hợp 2: $f\left(x\right)=0$ không có nghiệm $x_0\in\left(-\infty;1\right)$.

Ta có: $f'\left(x\right)=5x^4-10x+5\left(m-1\right)$.

Khi đó $y=\left|x^5-5x^2+5\left(m-1\right)x-8\right|=\left|f\left(x\right)\right|=\sqrt{f^2\left(x\right)}$ nên $y'=\dfrac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;1\right)$ khi và chỉ khi $y'\le 0$ với $\forall x\in\left(-\infty;1\right)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x).f(x)\le 0\\ f\left(x\right)\ne 0\end{cases},\forall x\in\left(-\infty;1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)<0\\ f'(x)\ge 0\end{cases},\forall x\in\left(-\infty;1\right)\ \left(\text{ vì }\lim_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f'\left(x\right)=5x^4-10x+5\left(m-1\right)\ge 0,\forall x\in\left(-\infty;1\right)\\ f\left(1\right)=5m-17\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -x^4+2x+1,\forall x\in\left(-\infty;1\right)\\ m\le\dfrac{17}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge\max\limits_{\left(-\infty;1\right)}\left(-x^4+2x+1\right)=\dfrac{3}{2.\sqrt[3]{2}}+1\\ m\le\dfrac{17}{5}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2.\sqrt[3]{2}}+1\le m\le\frac{17}{5}\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m=3.$$

Câu 2: Chọn C

Xét hàm số $f\left(x\right)=2x^3-mx+1$.

Trường hợp 1: $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x_0\in\left(1;+\infty\right)$ thì hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ không thể đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

Trường hợp 2: $f\left(x\right)=0$ không có nghiệm $x_0\in\left(1;+\infty\right)$. Ta có: $f'\left(x\right)=6x^2-m$.

Khi đó $y=\left|2x^3-mx+1\right|=\left|f\left(x\right)\right|=\sqrt{f^2\left(x\right)}$ nên $y'=\dfrac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x).f(x) \geq 0 \\ f(x) \neq 0 \end{cases}, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f'(x) \geq 0 \end{cases}, \forall x \in (1;+\infty)$ (vì $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$)

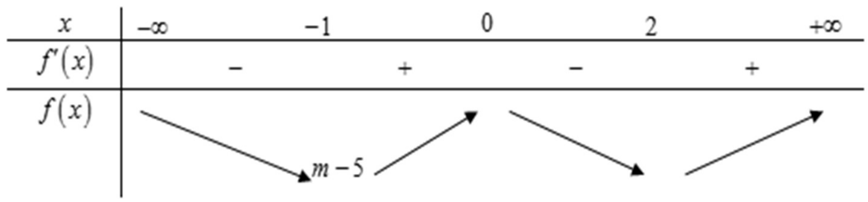
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - mx + 1 > 0 \\ 6x^2 - m \geq 0 \end{cases}, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \geq 0 \\ f'(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m + 1 \geq 0 \\ 6 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 \Rightarrow m \in \{1;2;3\}$.

Câu 3: Chọn D

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m \Rightarrow f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2)$

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



Nhận thấy: hàm số $y = |f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1) \Leftrightarrow m - 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 5$.

Lại do $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m < 10 \end{cases} \Rightarrow m \in \{5;6;7;8;9\}$. Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Chọn C

Đặt $f(x) = x^4 + 2x^3 + mx + 2 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + m$; $y = |x^4 + 2x^3 + mx + 2| = |f(x)|$.

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ nên hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in (-1;+\infty) \\ f(-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 + 6x^2 + m \geq 0, \forall x \in (-1;+\infty) \\ 1 - m \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -4x^3 - 6x^2, \forall x \in (-1;+\infty) \\ 1 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max\limits_{(-1;+\infty)} (-4x^3 - 6x^2) \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$.

Câu 5: Chọn B

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 3(m+1)x^2 - 3m(m+2)x + m^2(m+3)$ trên khoảng $(0;2)$.

$f'(x) = -3x^2 + 6(m+1)x - 3m(m+2) = -3[x^2 - 2(m+1)x + m(m+2)]$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+2 \end{array}\right.$ $(m < m+2)$. **Nhận xét:** $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+3 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		m		$m+2$		$m+3$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$
$\|f(x)\|$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(0;1)\subset(m;\ m+2)\\(0;1)\subset(m+3;\ +\infty)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\le 0<1\le m+2\\m+3\le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1\le m\le 0\\m\le -3\end{array}\right..$$

Mà m nguyên thuộc khoảng $[-10;10]$ nên có 10 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 6: **Chọn A**

Xét hàm số: $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+mx+1\Rightarrow f'(x)=x^2-2x+m$. Ta có: $\Delta'=1-m$

Trường hợp 1: $\Delta'\le 0\Leftrightarrow 1-m\le 0\Leftrightarrow m\ge 1$. Suy ra $f'(x)\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)$.

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 1\\f(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 1\\\dfrac{1}{3}+m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 1\\m\ge -\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 1.$

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z};m\in(-4;4)$ ta được $m\in\{-3;-2;-1;0;1\}$. Ta có 5 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: $\Delta'>0\Leftrightarrow m<1$. Suy ra $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2\ (x_1<x_2)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	$f(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\x_1<x_2\le 1\\f(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\f'(1)>0\\\dfrac{S}{2}-1<0\\f(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\f'(1)>0\\1-1<0\\f(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m=\varnothing$

Vậy tất cả có 5 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7: **Chọn B**

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-\dfrac{2}{3}$

Ta có: $f'(x)=x^2+2(m-1)x+2m-3$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3-2m\end{array}\right.$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(1;5)$ khi và chỉ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases} f(x) \text{ ®ång biÕn trªn } (1;5) \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2m \le 1 \\ 3m-4-\dfrac{1}{3} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 1 \\ 3m \ge \dfrac{13}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{13}{9}$

Kết hợp điều kiện m nguyên và thuộc $\left[-5;5\right]$ ta được $m \in \{2;3;4;5\}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} f(x) \text{ nghich bien tren } (1;5) \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \le 3-2m \\ 3m-4-\dfrac{1}{3} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -1 \\ 3m \le \dfrac{13}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \le -1$

Kết hợp điều kiện m nguyên và thuộc $\left[-5;5\right]$ ta được $m \in \{-1;-2;-3;-4;-5\}$

Vậy tổng tất cả các số nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\left[-5;5\right]$ là: -1.

Câu 8: **Chọn A**

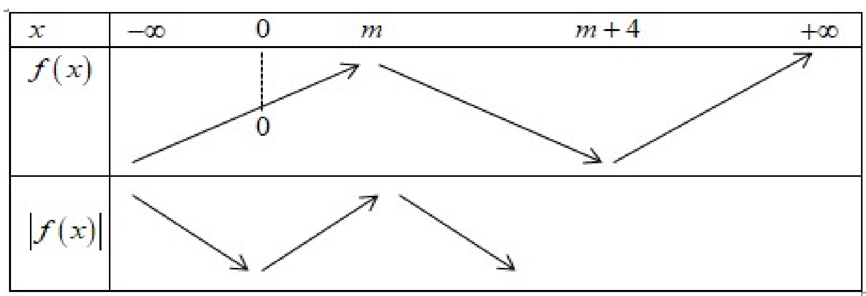
Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3(m+2)x^2 + 3m(m+4)x$ trên khoảng $(0;4)$

$f'(x) = 3x^2 - 6(m+2)x + 3m(m+4) = 3\left[x^2 - 2(m+2)x + m(m+4)\right]$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+4 \end{array}\right. \ (m < m+4)$

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn đi qua điểm $O(0;0)$.

Trường hợp 1: Nếu $m > 0$

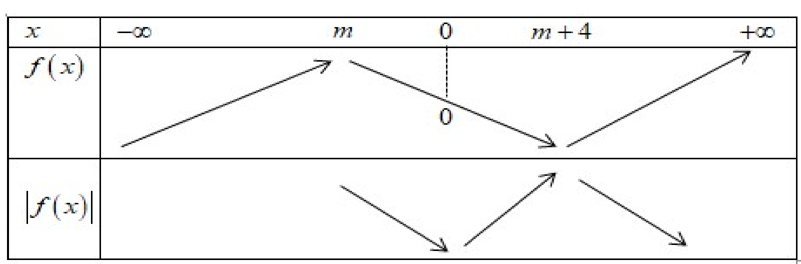


Từ bảng biến thiên, suy ra

hàm số $y = \left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;4) \Leftrightarrow (0;4) \subset (0;m) \Leftrightarrow m \ge 4$

Kết hợp với $m > 0$, ta có $m \ge 4$.

Trường hợp 2: Nếu $m \le 0 < m+4 \Leftrightarrow -4 < m \le 0$

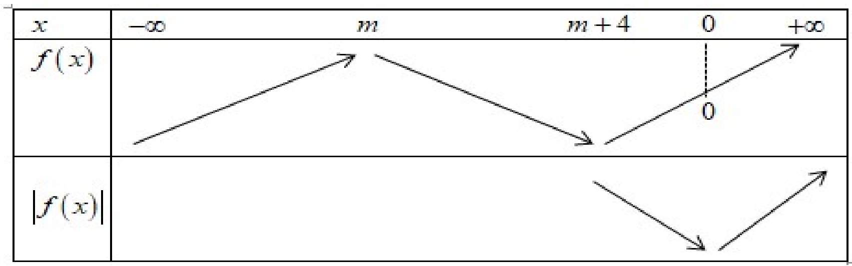


Từ bảng biến thiên, suy ra

hàm số $y = \left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;4) \Leftrightarrow (0;4) \subset (0;m+4) \Leftrightarrow m+4 \ge 4 \Leftrightarrow m \ge 0$

Kết hợp với $-4 < m \le 0$, ta có $m = 0$.

Trường hợp 3: Nếu $m+4\le 0 \Leftrightarrow m\le -4$



Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $y=\left|f(x)\right|$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$nên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ với mọi $m\le -4$ .Vậy $\left[\begin{array}{l} m\ge 4 \\ m=0 \\ m\le -4 \end{array}\right.$

Mà m nguyên thuộc khoảng $\left[-2019;2019\right]$ nên có 4033 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9: **Chọn B**

Xét hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x+m$ ta có $y'=x^2+x+1>0,\forall x\in R.$

Suy ra hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x+m$ luôn đồng biến trên R .

Do đó điều kiện hàm số $y=\left|\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x+m\right|$ đồng biến trên $(0,+\infty)$ là $y_{(0)}\ge 0 \Rightarrow m\ge 0.$

Lại có m nguyên dương và $m<5$ vậy có 4 giá trị của m

Câu 10: **Chọn B**

Ta có: $y=\begin{cases} x^5-mx+4 & khi\left(x^5-mx+4\ge 0\right) \\ -x^5+mx-4 & khi\left(x^5-mx+4<0\right) \end{cases}$; $y'=\begin{cases} 5x^4-m & khi\left(x^5-mx+4\ge 0\right) \\ -5x^4+m & khi\left(x^5-mx+4<0\right) \end{cases}$

Trường hợp 1: $y'=\begin{cases} 5x^4-m\ge 0 \\ x^5-mx+4\ge 0 \end{cases},\forall x\ge 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 5x^4 \\ m\le x^4+\dfrac{4}{x} \end{cases},\forall x\ge 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 5 \\ m\le 1+4 \end{cases} \Leftrightarrow m\le 5.$

Trường hợp 2: $y'=\begin{cases} -5x^4+m\ge 0 \\ x^5-mx+4<0 \end{cases},\forall x\ge 1.$ Hệ vô nghiệm vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^5-mx+4\right)=+\infty.$

Vậy $\begin{cases} m\le 5 \\ m\in\mathbb{Z}^+ \end{cases} \Rightarrow m\in\{1,2,3,4,5\}.$

Câu 11: **Chọn A**

Xét hàm số: $f(x)=2x^3-2mx+3$ có $f'(x)=6x^2-2m$

Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ và $f(1)\ge 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2-2m\ge 0 \\ 5-2m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 3x^2\ \forall x\in(1;+\infty) \\ m\le \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 3 \\ m\le \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m\le \dfrac{5}{2}$

Suy ra có 12 giá trị m thỏa yêu cầu

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ và $f(1)\le 0$

Trường hợp này không xảy ra do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Vậy có tất cả 12 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 12: Chọn A

Ta có : $y'=\dfrac{x^5-mx+1}{\left|x^5-mx+1\right|}.\left(5x^4-m\right)$

Để hàm số đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)$ thì $g(x)=\left(x^5-mx+1\right)\left(5x^4-m\right)\ge 0$ (*), $\forall x\ge 1$.

Với $m=0$ ta có $g(0)=\left(x^5+1\right).5x^4>0,\forall x\ge 1$.

Với $m>0$. Do $m\in \mathrm{N}$ $\Rightarrow$ $(^*)$luôn có 1 nghiệm là $\sqrt[4]{\dfrac{m}{5}}$. Ta chú ý $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

Do vậy, điều kiện cần để $g(x)\ge 0$, $\forall x\ge 1$ là $\sqrt[4]{\dfrac{m}{5}}\le 1$ $\Leftrightarrow$ $m\le 5$.

Với $m=1$, $m=2$; $m=3$; $m=4$; $m=5$, thay vào (*) kiểm tra bảng xét dấu thấy đúng

$\Rightarrow$ nhận $m=1; m=2$; $m=3$; $m=4$; $m=5$

Vậy $S=\{1;2;3;4;5\}$. Tổng các phần tử của S là 15.

Câu 13: Chọn A

Xét hàm $g(x)=x^2-2mx+m+2$. Ta có $g'(x)=2x-2m$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} g(0)\ge 0 \\ g'(x)\ge 0 \end{cases},\forall x\in(0;2)$ hoặc $\begin{cases} g(0)\le 0 \\ g'(x)\le 0 \end{cases},\forall x\in(0;2)$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} g(0)\ge 0 \\ g'(x)\ge 0 \end{cases},\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow \begin{cases} m+2\ge 0 \\ -2m\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow -2\le m\le 0$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} g(0)\le 0 \\ g'(x)\le 0 \end{cases},\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow \begin{cases} m+2\le 0 \\ -2m\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\le -2 \\ m\ge 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

Do m là nguyên thuộc $[-9;9]$ nên $m\in\{-2, -1, 0\}$.

Câu 14: Chọn B

Xét hàm $g(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}(2m+3)x^2-(m^2+3m)x+\dfrac{2}{3}$. Ta có

$g'(x)=-x^2+(2m+3)x-(m^2+3m)=-(x-m)(x-m-3)$.

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} g(2)\le 0 \\ g'(x)\ge 0 \end{cases},\forall x\in(1;2)$ hoặc $\begin{cases} g(2)\ge 0 \\ g'(x)\le 0 \end{cases},\forall x\in(1;2)$.

Trường hợp 1.

$\begin{cases} g(2)\le 0 \\ g'(x)\ge 0 \end{cases},\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2-2m+4\le 0 \\ -(x-m)(x-m-3)\ge 0 \end{cases},\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-\infty;-2]\cup[1;+\infty) \\ m\in[-1;1] \end{cases}\Leftrightarrow m=1.$

Trường hợp 2.

$\begin{cases} g(2)\ge 0 \\ g'(x)\le 0 \end{cases}, \forall x\in(1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2-2m+4\ge 0 \\ -(x-m)(x-m-3)\le 0 \end{cases}, \forall x\in(1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} m\in[-2;1] \\ m\in(-\infty,-2]\cup[2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m=-2.$

Do m là nguyên thuộc $[-9;9]$ nên $m\in\{1, \text{-}2\}$.

Câu 15: Chọn D

Ta có $y=\begin{cases} 3x^4-4x^3-12x^2+m & \left(3x^4-4x^3-12x^2+m\ge 0\right) \\ -3x^4+4x^3+12x^2-m & \left(3x^4-4x^3-12x^2+m<0\right) \end{cases}$

Nên $y'=\begin{cases} 12x^3-12x^2-24x & \left(3x^4-4x^3-12x^2+m\ge 0\right) \\ -12x^3+12x^2+24x & \left(3x^4-4x^3-12x^2+m<0\right) \end{cases}$

Yêu cầu bài toán tương đương với

Trường hợp 1: $\begin{cases} 12x^3-12x^2-24x\le 0 \\ 3x^4-4x^3-12x^2+m\ge 0 \end{cases}, \forall x>1$

$m\ge -3x^4+4x^3+12x^2, \forall x<-1 \Leftrightarrow m\ge 5$

Trường hợp 1: $\begin{cases} -12x^3+12x^2+24x\le 0 \\ 3x^4-4x^3-12x^2+m<0 \end{cases}, \forall x>1 \Rightarrow$ Hệ này vô nghiệm.

Vậy $m\in\left\{5;6;...;19\right\}$. Có 15 số nguyên thỏa mãn.

Câu 16: Chọn A

Ta có $y=\begin{cases} x^4-mx^2+9 & \left(x^4-mx^2+9\ge 0\right) \\ -x^4+mx^2-9 & \left(x^4-mx^2+9<0\right) \end{cases}$ nên $y'=\begin{cases} 4x^3-2mx & \left(x^4-mx^2+9\ge 0\right) \\ -4x^3+2mx & \left(x^4-mx^2+9<0\right) \end{cases}$

Yêu cầu bài toán tương đương với

Trường hợp 1: $\begin{cases} 4x^3-2mx\ge 0 \\ x^4-mx^2+9\ge 0 \end{cases}, \forall x>1 \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 2x^2 \\ m\le x^2+\dfrac{9}{x^2} \end{cases}, \forall x>1 \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 2x^2 \\ m\le x^2+\dfrac{9}{x^2} \end{cases}, \forall x\ge 1$

$\Leftrightarrow m\le 2 \Rightarrow m\in\left\{0;1;2\right\}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} -4x^3+2mx\ge 0 \\ x^4-mx^2+9<0 \end{cases}, \forall x>1$

Hệ này vô nghiệm vì khi $x\to+\infty$ thì $x^4-mx^2+9\to+\infty$.

Câu 17: Chọn D

Đặt $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}\left(m+3\right)x^2+\left(2m+3\right)x-1$.

Ta có: $f'(x)=x^2-\left(m+3\right)x+2m+3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(4;+\infty\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} f'(x)\ge 0, \forall x\in\left(4;+\infty\right) \\ f(4)\ge 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} f'(x)\le 0, \forall x\in\left(4;+\infty\right) \\ f(4)\le 0 \end{cases}$$

Trường hợp 1: $\begin{cases} f'(x)\ge 0, \forall x\in\left(4;+\infty\right) \\ f(4)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-\left(m+3\right)x+\left(2m+3\right)\ge 0, \forall x\in\left(4;+\infty\right) \\ 16-4\left(m+3\right)+2m+3\ge 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le \dfrac{x^2-3x+3}{x-2}, \forall x \in (4;+\infty) \\ m \le \dfrac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le \min\limits_{[4;+\infty)} \dfrac{x^2-3x+3}{x-2} \\ m \le \dfrac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le \dfrac{7}{2} \\ m \le \dfrac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \le \dfrac{7}{2}$$

Trường hợp 2: $\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (4;+\infty) \\ f(4) \le 0 \end{cases}$

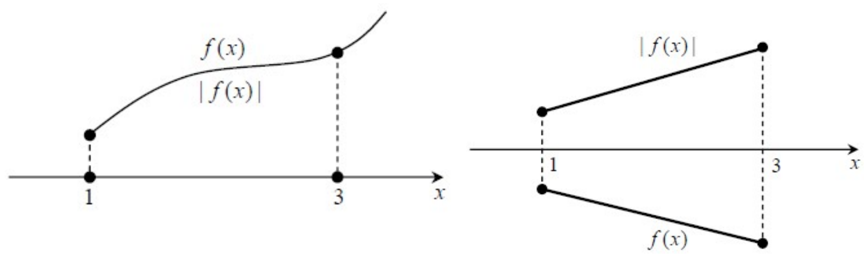
Hệ vô nghiệm vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-(m+3)x+(2m+3)\right)=+\infty$.

Vậy $m \le \dfrac{7}{2}, m$ nguyên dương nên $m \in \{0;1;2;3\}$.

Câu 18: Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-(2m-5)x+2018$, có đạo hàm $f(x)=3x^2-(2m-5)$.

Hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ thì đồ thì của hàm số trong khoảng $(1;3)$ phải có hình dạng như sau:



Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1;3)$ và không âm trên $(1;3)$ tức là:

$$\begin{cases} f(1) \ge 0 \\ f'(x) \ge 0 \ \forall x \in (1;3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \le 3x^2+5 \forall x \in (1;3) \\ 2024-2m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 4 \\ m \le 1012 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 4.$$

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;3)$ và không dương trên $(1;3)$ tức là:

$$\begin{cases} f(1) \le 0 \\ f'(x) \le 0 \ \forall x \in (1;3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \ge 3x^2+5 \forall x \in (1;3) \\ 2024-2m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 4 \\ m \ge 1012 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 1012.$$

Kết hợp với điều kiện ta được kết quả $m \in [-2019;4] \cup [1012;2019]$. Vậy có 3032 giá trị của m.

Câu 19: Chọn A

Xét hàm số: $y=f(x)=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x$. Tập xác định : $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=3x^2-6(m+1)x+3m(m+2)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+2 \end{array}\right. (m<m+2, \forall m)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		m		$m+2$		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Gọi (C_1) là phần đồ thị của hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x$ nằm trên 0x.

Gọi $\left(C_2\right)$ là phần đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3\left(m+1\right)x^2 + 3m\left(m+2\right)x$ nằm dưới $0x$.

Gọi $\left(C_2'\right)$ là phần đồ thị đối xứng với $\left(C_2\right)$ qua $0x$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = g\left(x\right) = \left|x^3 - 3\left(m+1\right)x^2 + 3m\left(m+2\right)x\right|$ gồm $\left(C_1\right) \cup \left(C_2'\right)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: hàm số $y = g\left(x\right) = \left|x^3 - 3\left(m+1\right)x^2 + 3m\left(m+2\right)x\right|$ đồng biến trên nửa đoạn $\left[0;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m+2 \le 0 \\ f\left(0\right) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -2$.

Kết hợp với điều kiện $-2021 \le m \le 2021$, ta suy ra có 2020 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 20: Chọn B

Đặt $f\left(x\right) = x^3 - 3x^2 + mx + 3m + 1 \Rightarrow f'\left(x\right) = 3x^2 - 6x + m$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} f'\left(x\right) \ge 0, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ f\left(-2\right) \ge 0 \end{cases}$.

$$\begin{cases} f'\left(x\right) \ge 0, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ f\left(-2\right) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + m \ge 0, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ m \ge 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -3x^2 + 6x, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ m \ge 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \ge \max\limits_{x\in\left(-2;+\infty\right)}\left(-3x^2 + 6x\right) \\ m \ge 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 3 \\ m \ge 19 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 19.$$

Trường hợp 1: $\begin{cases} f'\left(x\right) \le 0, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ f\left(-2\right) \le 0 \end{cases}$.

$$\begin{cases} f'\left(x\right) \le 0, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ f\left(-2\right) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + m \le 0, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ m - 19 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -3x^2 + 6x, \forall x \in \left(-2\,;+\infty\right) \\ m \le 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \le \min\limits_{\left(-2;+\infty\right)}\left(-3x^2 + 6x\right) \\ m \le 19 \end{cases}.$$

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-3x^2 + 6x\right) = -\infty \Rightarrow$ hàm số $y = -3x^2 + 6x$ không có giá trị nhỏ nhất. Vì vậy TH2 không có giá trị m thỏa mãn. Vậy tập các giá trị m cần tìm là $S = \left[19\,;+\infty\right)$.

Câu 21: Chọn B

Xét hàm số $y = \dfrac{mx+3}{x+m+2}$ với $x \ne -m-2$, có $y' = \dfrac{m^2+2m-3}{\left(x+m+2\right)^2}$.

Hàm số $y = \left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$ khi xảy ra một trong hai trường hợp sau :

Trường hợp 1: $\begin{cases} y' = \dfrac{m^2+2m-3}{\left(x+m+2\right)^2} > 0 \\ y\left(1\right) \ge 0 \\ -m-2 \notin \left(1;+\infty\right) \end{cases}, \forall x > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ \dfrac{m+3}{m+3} \ge 0 \\ -m-2 \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 1 \end{array}\right. \\ m \ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} y' = \dfrac{m^2+2m-3}{\left(x+m+2\right)^2} < 0 \\ y\left(1\right) \le 0 \\ -m-2 \notin \left(1;+\infty\right) \end{cases}, \forall x > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3<0 \\ \dfrac{m+3}{m+3} \le 0 \\ -m-2 \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Vậy $m \in \left(1;+\infty\right)$, lại do $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in \left[-10;10\right] \end{cases}$ suy ra $m \in \left\{2;3;4;5;6;7;8;9;10\right\}$, vậy $S = 54$.

Câu 22: Chọn B

Đặt $f(x) = \dfrac{x-2m+1}{x+m}$. Điều kiện: $x \ne -m$ khi đó $f'(x) = \dfrac{3m-1}{\left(x+m\right)^2}$

Để hàm số đồng biến trên $\left(1;+\infty\right) \Leftrightarrow y' = \dfrac{f'(x).f(x)}{\left|f(x)\right|} \ge 0, \forall x \in \left(1;+\infty\right)$

$\begin{cases} f'(x) > 0, \forall x \in \left(1;+\infty\right) \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \left(I\right)$ hoặc $\begin{cases} f'(x) < 0, \forall x \in \left(1;+\infty\right) \\ f(1) \le 0 \end{cases} \left(II\right)$

Ta có $\left(I\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1>0 \\ -m \le 1 \\ \dfrac{2-2m}{1+m} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{3} < m \le 1$; $\left(II\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1<0 \\ -m \le 1 \\ \dfrac{2-2m}{1+m} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$. Vậy $\dfrac{1}{3} < m \le 1$.

Câu 23: Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{1\right\}$. Xét hàm số $f\left(x\right) = \dfrac{x^2-2x+2m+2}{x-1}$ có $f'\left(x\right) = \dfrac{x^2-2x-2m}{\left(x-1\right)^2}$

Khi đó $y = \left|f\left(x\right)\right| = \sqrt{f^2\left(x\right)} \Rightarrow y' = \dfrac{f'\left(x\right).f\left(x\right)}{\sqrt{f^2\left(x\right)}}$

Hàm số đồng biến trên $\left[3;+\infty\right) \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \left[3;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'\left(x\right).f\left(x\right) \ge 0 \\ f\left(x\right) \ne 0 \end{cases}, \forall x \in \left[3;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(x\right) > 0 \\ f'\left(x\right) \ge 0 \end{cases}, \forall x \in \left[3;+\infty\right)$ (vì $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right) = +\infty$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-2x+2m+2}{x-1} > 0 \\ \dfrac{x^2-2x-2m}{\left(x-1\right)^2} \ge 0 \end{cases}, \forall x \in \left[3;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x+2m+2>0 \\ x^2-2x-2m \ge 0 \end{cases}, \forall x \in \left[3;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2 > -x^2+2x \\ 2m \le x^2-2x \end{cases}, \forall x \in \left[3;+\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2 > \max\limits_{\left[3;+\infty\right)}\left(-x^2+2x\right) \\ 2m \le \min\limits_{\left[3;+\infty\right)}\left(x^2-2x\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2 > -3 \\ 2m \le 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{5}{2} \\ m \le \dfrac{3}{2} \end{cases}$. Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \left\{-2;-1;0;1\right\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số *m* thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 24: Chọn C

Ta có: $y=\left|x-\frac{2}{x}+m\right|=\sqrt{\left(x-\frac{2}{x}+m\right)^2}\Rightarrow y'=\frac{\left(x-\frac{2}{x}+m\right)\left(1+\frac{2}{x^2}\right)}{\sqrt{\left(x-\frac{2}{x}+m\right)^2}}$

Hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall\in[1;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x-\frac{2}{x}+m\right)\ge 0\\ \left(1+\frac{2}{x^2}\right)\ge 0\end{cases},\forall\in[1;+\infty)\Leftrightarrow\left(x-\frac{2}{x}+m\right)\ge 0,\forall\in[1;+\infty)$

$\Leftrightarrow\left(x-\frac{2}{x}+m\right)\ge 0,\forall\in[1;+\infty)\Leftrightarrow m\ge -x+\frac{2}{x},\forall\in[1;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\ge\max\limits_{[1;+\infty)}\left(-x+\frac{2}{x}\right)(*)$

Xét hàm số $g(x)=-x+\frac{2}{x},\forall x\in[1;+\infty)\Rightarrow g'(x)=-1-\frac{2}{x^2}<0,\forall x\in[1;+\infty)$

$\Rightarrow\max\limits_{[1;+\infty)}g(x)=\max\limits_{[1;+\infty)}\left(-x+\frac{2}{x}\right)=g(1)=1$. Vậy $(*)\Leftrightarrow m\ge 1.$

Câu 25: Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x+1+\frac{m^2-2m-1}{x+1}$. Ta có $f'(x)=1-\frac{m^2-2m-1}{(x+1)^2}$

Khi đó $y=\left|x+1+\frac{m^2-2m-1}{x+1}\right|=|f(x)|=\sqrt{f^2(x)}$ nên $y'=\frac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0$ với $\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x).f(x)\ge 0\\ f(x)\ne 0\end{cases},\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)>0\\ f(x)\ge 0\end{cases},\forall x\in(2;+\infty)$ (vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$)

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+1+\frac{m^2-2m-1}{x+1}>0\\ 1-\frac{m^2-2m-1}{(x+1)^2}\ge 0\end{cases},\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2m-1>-(x+1)^2\\ m^2-2m-1\le(x+1)^2\end{cases},\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2m-1\ge\max\limits_{(2;+\infty)}\left[-(x+1)^2\right]=-9\\ m^2-2m-1\le\min\limits_{(2;+\infty)}(x+1)^2=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2m+8\ge 0\\ m^2-2m-10\le 0\end{cases}\Leftrightarrow 1-\sqrt{11}\le m\le 1+\sqrt{11}$

Câu 26: Chọn D

Điều kiện xác định: $x\ne -1$. Đặt $f(x)=\frac{x+m}{x+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{1-m}{(x+1)^2}$.

Khi đó ta có $y=\left|f\left(x\right)\right|=\sqrt{f^2\left(x\right)}\Rightarrow y'=\dfrac{f'\left(x\right)f\left(x\right)}{\sqrt{f^2\left(x\right)}}$

Hàm số đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$ nếu $y'\ge 0\forall x\in\left(1;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow f'\left(x\right).f\left(x\right)\ge 0\forall x\in\left(1;+\infty\right)$

Trường hợp 1: $\begin{cases}f'\left(x\right)>0\forall x\in\left(1;+\infty\right)\\ f\left(1\right)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m>0\\ \dfrac{1+m}{2}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow -1\le m<1$

Trường hợp 2: $\begin{cases}f'\left(x\right)<0\forall x\in\left(1;+\infty\right)\\ f\left(1\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m<0\\ \dfrac{1+m}{2}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\ m\le -1\end{cases}\Leftrightarrow m=\varnothing$

Vậy $m\in\left[-1;1\right)$ là giá trị cần tìm.

Câu 27: Chọn A

Xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^3-2mx+2}{x-1}$. Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{2x^3-3x^2+2m-2}{\left(x-1\right)^2}$.

Khi đó $y=\left|\dfrac{x^3-2mx+2}{x-1}\right|=\left|f\left(x\right)\right|=\sqrt{f^2\left(x\right)}$ nên $y'=\dfrac{f'\left(x\right).f\left(x\right)}{\sqrt{f^2\left(x\right)}}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0$ với $\forall x\in\left(2;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}f'\left(x\right).f\left(x\right)\ge 0\\ f\left(x\right)\ne 0\end{cases},\forall x\in\left(2;+\infty\right)\Leftrightarrow\begin{cases}f\left(x\right)>0\\ f'\left(x\right)\ge 0\end{cases},\forall x\in\left(2;+\infty\right)$ (do $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$)

$\Leftrightarrow\begin{cases}f\left(2\right)\ge 0\\ \dfrac{2x^3-3x^2+2m-2}{\left(x-1\right)^2}\ge 0,\forall x\in\left(2;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10-4m\ge 0\\ 2x^3-3x^2+2m-2\ge 0,\forall x\in\left(2;+\infty\right)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\dfrac{5}{2}\\ 2m\ge -2x^3+3x^2+2,\forall x\in\left(2;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\dfrac{5}{2}\\ 2m\ge\max\limits_{x\in\left[2;+\infty\right)}\left(-2x^3+3x^2+2\right)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\dfrac{5}{2}\\ 2m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\dfrac{5}{2}\\ m\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow -1\le m\le\dfrac{5}{2}$

Vì $m\in\mathbb{Z}^+$ nên $m\in\left\{1;2\right\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên dương của m là 3.

Câu 28: Chọn A

Đặt $f\left(x\right)=\dfrac{x-m}{x+m+3}$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-m-3\right\}$. Ta có $f'\left(x\right)=\dfrac{2m+3}{\left(x+m+3\right)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)\Leftrightarrow y'=\dfrac{f\left(x\right).f'\left(x\right)}{\left|f\left(x\right)\right|}\le 0,\forall x\in\left(2;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow f\left(x\right).f'\left(x\right)>0,\forall x\in\left(2;+\infty\right)$.

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} f'(x) > 0, \forall x \in (2;+\infty) \\ f(2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3>0 \\ -m-3 \le 2 \\ \dfrac{2-m}{5+m} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{3}{2} \\ m \ge -1 \\ -5 < m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 2.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} f'(x) < 0, \forall x \in (2;+\infty) \\ f(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3<0 \\ -m-3 \le 2 \\ \dfrac{2-m}{5+m} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\dfrac{3}{2} \\ m \ge -1 \\ m \ge 2 \vee m < -5 \end{cases} \text{ (không có } m \text{ thỏa mãn).}$$

Vậy $-1 \le m \le 2$, mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1;0;1;2\}$. Vậy có 4 số nguyên m thoả mãn.

Câu 29: Chọn C

Tập xác định: $D = R \setminus \{2\}$.

Xét hàm số $f(x) = x+5+\dfrac{1-m}{x-2}$. Đạo hàm: $f'(x) = 1+\dfrac{m-1}{(x-2)^2} = \dfrac{x^2-4x+m+3}{(x-2)^2}$.

Khi đó $y = |f(x)| = \sqrt{f^2(x)}$ nên $y' = \dfrac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$.

Hàm số đồng biến trên $[5;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' \ge 0, \forall x \in [5;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x).f(x) \ge 0 \\ f(x) \ne 0 \end{cases}, \forall x \in [5;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f'(x) \ge 0 \end{cases}, \forall x \in [5;+\infty) \text{ (vì } \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5+\dfrac{1-m}{x-2} > 0 \\ 1+\dfrac{m-1}{(x-2)^2} \ge 0 \end{cases}, \forall x \in [5;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m < x^2+3x-9 \\ m \ge -x^2+4x-3 \end{cases}, \forall x \in [5;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < \min\limits_{[5;+\infty)}(x^2+3x-9) \\ m \ge \max\limits_{[5;+\infty)}(-x^2+4x-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5^2+3.5-9 \\ m \ge -5^2+4.5-3 \end{cases} \Leftrightarrow -8 \le m < 31.$$

Mà m nguyên âm nên ta có: $m \in \{-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = \left|x+5+\dfrac{1-m}{x-2}\right|$ đồng biến trên $[5;+\infty)$.

Câu 30: Chọn A

Đặt $f(x) = \dfrac{x^2+x+2m-3}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{x^2-2x+2-2m}{(x-1)^2}$

Khi đó $y = |f(x)| = \sqrt{f^2(x)} \Rightarrow y' = \dfrac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi $y' \ge 0, \forall x \in (3;+\infty)$ $\Leftrightarrow \dfrac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}} \ge 0, \forall x \in (3;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x).f(x) \ge 0 \\ f(x) \ne 0 \end{cases}, \forall x \in (3;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \ge 0 \\ f'(x) \ge 0, \forall x \in (3;+\infty), \text{do } \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \\ f(x) \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(3) \ge 0 \\ f'(x) \ge 0, \forall x \in (3;+\infty) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9+2m}{2} \ge 0 \\ x^2 - 2x + 2 - 2m \ge 0, \forall x \in (3;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -\dfrac{9}{2} \\ x^2 - 2x + 2 \ge 2m, \forall x \in (3;+\infty) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -\dfrac{9}{2} \\ x^2 - 2x + 2 \ge 2m, \forall x \in (3;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -\dfrac{9}{2} \\ m \le \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{9}{2} \le m \le \dfrac{5}{2}$$

Ta có $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4;-3;-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 31: Chọn C

Đặt $f(x) = \dfrac{x-m+1}{x+m}$, $(x \ne -m)$ $\Rightarrow$ $f'(x) = \dfrac{2m-1}{(x+m)^2}$

Để hàm số y đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y' \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{f'(x)\cdot f(x)}{|f(x)|} \ge 0$, $\forall x \in (1;+\infty)$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} f'(x) < 0, \forall x \in (1;+\infty) \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 < 0 \\ -m \le 1 \\ \dfrac{2-m}{m+1} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{1}{2} \\ m \ge -1 \\ m < -1 \vee 2 \le m \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} f'(x) > 0, \forall x \in (1;+\infty) \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 > 0 \\ -m \le 1 \\ \dfrac{2-m}{1+m} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{1}{2} \\ m \ge -1 \\ -1 < m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < m \le 2$$

Vậy để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $\dfrac{1}{2} < m \le 2$.

Câu 32: Chọn A

Đặt $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+2} + \dfrac{m}{2}x - 1$. Ta có $f'(x) = -\dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} + \dfrac{1}{2\sqrt{2+x}} + \dfrac{m}{2}$

Do hàm số liên tục tại $x = 0; x = 1$ nên để hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ ta xét 2 trường hợp sau:

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in [0;1] \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{2} \le \dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2+x}}, \forall x \in [0;1] \\ f(1) \ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{2} \le \dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2+x}}, \forall x \in [0;1] \\ \dfrac{m}{2} \ge -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{2} \le \min\limits_{x\in[0;1]} \left\{ \dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2+x}} \right\} \\ m \ge -2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow -2\sqrt{3} \le m \le 0$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in [0;1] \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{2} \ge \dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2+x}}, \forall x \in [0;1] \\ f(1) \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{2} \ge \dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2+x}}, \forall x \in [0;1] \\ \dfrac{m}{2} \le -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m}{2} \ge \max\limits_{x\in[0;1]} \left\{ \dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2+x}} \right\} \\ \dfrac{m}{2} \le -\sqrt{3} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ m \le -2\sqrt{3} \end{cases}$ (vô nghiệm). Do m nguyên nên m nhận các giá trị sau $-3;-2;-1;0$

Câu 33: Chọn B

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2-3} - 2x - 3m$. Ta có: $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-3}} - 2 \Leftrightarrow f'(x) = \dfrac{x - 2\sqrt{x^2-3}}{\sqrt{x^2-3}}$.

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x - 2\sqrt{x^2-3} = 0 \Rightarrow x = 2$.

Ta thấy $f'(x) < 0, \forall x \in (2;3)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(2;3)$.

Để $y = \left|\sqrt{x^2-3} - 2x - 3m\right|$ nghịch biến trên $(2;3)$ thì $f(3) \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{6} - 6 - 3m \ge 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{\sqrt{6}-6}{3}$

Do $m \in (-5;5)$ nên $m = \{-2;-3;-4\}$.

Câu 34: Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Xét hàm số $f(x) = x + m\sqrt{x^2-2x+3}$.

Ta có: $f'(x) = 1 + m\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in (1;+\infty) \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (1;+\infty) \\ f(1) \le 0 \end{cases} \end{array} \right.$.

Trường hợp 1:

$f'(x)\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow 1+m\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x+3}+m(x-1)\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)$.

Đặt $t=x-1,t>0\Rightarrow\sqrt{t^2+2}+mt\ge 0\ \forall t>0\Leftrightarrow m\ge\dfrac{-\sqrt{t^2+2}}{t}$ $,\forall t>0$

Xét $f(t)=\dfrac{-\sqrt{t^2+2}}{t}$, $f'(t)=\dfrac{2}{t^2\sqrt{t^2+2}}>0\ \forall t>0$ .BBT:

t	0	$+\infty$
$f'(t)$	$+$	
$f(t)$	$-\infty$ $\nearrow$	-1

Từ bảng biến thiên, ta có $\begin{cases}f'(x)\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)\\ f(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -1\\ 1+m.\sqrt{2}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -1\\ m\ge\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$.

Trường hợp 2:

$f'(x)\le 0,\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow 1+m\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}\le 0,\forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x+3}+m(x-1)\le 0,\forall x\in(1;+\infty)$.

Đặt $t=x-1,t>0\Rightarrow\sqrt{t^2+2}+mt\le 0\ (*),\forall t>0$

Mà $\lim\limits_{t\to 0^+}\left(\sqrt{t^2+2}+mt\right)=2>0$ nên với mỗi giá trị của m luôn có giá trị của t dương đủ nhỏ để VT của $(*)$ lớn hơn 0. Suy ra không có gía trị nào của m để TH2 thỏa mãn.

Vậy có 11 giá trị nguyên của m thỏa mãn là $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Câu 35: Chọn A

Xét hàm số $g(x)=\sqrt{x^2+2x+2}-x+m$ trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Ta có, $g'(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}-1=\dfrac{x+1-\sqrt{x^2+2x+2}}{\sqrt{x^2+2x+2}}<0,\forall x>-1$

(Do $x+1-\sqrt{x^2+2x+2}=(x+1)-\sqrt{(x+1)^2+1}<0,\forall x>-1$)

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Suy ra, hàm số $f(x)=|g(x)|$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)\Leftrightarrow g(x)\le 0,\forall x>-1\ (1)$

Do hàm số $g(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $[-1;+\infty)$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow\max\limits_{[-1;+\infty)}g(x)\le 0\Leftrightarrow g(-1)=m+2\le 0\Leftrightarrow m\le -2$. Vậy $S=\{-2019;-2018;...;-2\}$

Câu 36: Chọn A

Xét hàm số $f\left(x\right)=3\sqrt{x^2+1}+x+m\Rightarrow f'\left(x\right)=\dfrac{3x}{\sqrt{x^2+1}}+1$.

Trên $\left(1;+\infty\right)\Rightarrow f'\left(x\right)>0$.

Bảng biến thiên:

x	1		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	
$f\left(x\right)$	$3\sqrt{2}+1+m$	$\nearrow$	$+\infty$

Nhận thấy: hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{2}+1+m\geq 0$

$\Leftrightarrow m\geq -3\sqrt{2}-1$ mà $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m<0 \end{cases}\Rightarrow m\in\left\{-5;-4;-3;-2;-1\right\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: Chọn A

Xét hàm số $f(x)=4\sqrt{x^2+2x+3}+5x-m^2+5$ xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(x)=\dfrac{4(x+1)}{\sqrt{x^2+2x+3}}+5$

Với $x>1\Rightarrow f'(x)>0\quad\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

Vậy để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)\Leftrightarrow f(1)\geq 0\Leftrightarrow -m^2+10+4\sqrt{6}\geq 0$

$\Leftrightarrow m^2\leq 10+4\sqrt{6}\Leftrightarrow -2-\sqrt{6}\leq m\leq 2+\sqrt{6}$

Mà $m\in\mathbb{Z},\Rightarrow m\in\left\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$ suy ra chọn đáp án A

Câu 38: Chọn A

Đặt $g(x)=\sqrt{x^2+3}+2x+m^2-5m$. Ta có $g'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}+2>0\,\forall x\in(1;+\infty)$.

Dế thấy $g(x)$ liên tục trên $\left[1;+\infty\right)$ và $g'(x)>0\,\forall x\in(1;+\infty)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)$

$\Rightarrow g(1)\geq 0\Leftrightarrow m^2-5m+4\geq 0$ (*)

Nên $y=f(x)=|g(x)|$ đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)\Rightarrow f(1)\geq 0$ kết hợp với (*) ta có:

$m^2-5m+4\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\leq 1 \\ m\geq 4 \end{array}\right..\left[\begin{array}{l} m\in\left(-\infty;1\right] \\ m\in\left[4;+\infty\right) \end{array}\right.$.Mà $m\in\left(-\infty;0\right]\subset\left(-\infty;1\right]$.

Câu 39: Chọn D

Tập xác định: $D=\left[0;6\right]$. Xét hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{-x^2+6x}+m\Rightarrow f'\left(x\right)=\dfrac{-2x+6}{\sqrt{-x^2+6x}}=0\Leftrightarrow x=3$.

Bsngr biến thiên

x	0		3		6
f'(x)		+	0	-	
f(x)	m	↗	m+3	↘	m

Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;3\right)\Leftrightarrow m\geq 0$.

Lại do $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m<10 \end{cases}\Rightarrow m\in\left\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\right\}$.

Vậy có 10 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: Chọn A

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x-5+\dfrac{m}{2}$. Ta có $f'\left(x\right)=3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\dfrac{m}{2}$	↘	$\dfrac{m}{2}-32$	↗	$+\infty$

Do $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases} f\left(x\right), f\left(x\right)\geq 0 \\ -f\left(x\right), f\left(x\right)<0 \end{cases}$ nên

- Nếu $\dfrac{m}{2}\leq 0\Leftrightarrow m\leq 0$ thì $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x_0>3$, ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-1		3		x_0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\dfrac{m}{2}$	↗	$-\dfrac{m}{2}+32$	↘	0	↗	$+\infty$

Trường hợp này hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

- Nếu $\dfrac{m}{2}-32\geq 0\Leftrightarrow m\geq 64$ thì $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x_0<-1$,ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		x_0		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{m}{2}$	$\searrow$	$\frac{m}{2}-32$	$\nearrow$	$+\infty$

Trường hợp này hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

- Nếu $\begin{cases}\dfrac{m}{2}>0\\ \dfrac{m}{2}-32<0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<64$ thì $f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x-5+\dfrac{m}{2}=0$ có ba nghiệm x_1; x_2; x_3 với $x_1<-1<x_2<3<x_3$, ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho là

	$-\infty$		x_1		-1		x_2		3		x_3		$+\infty$
y'		$-$	|	$+$	0	$-$	|	$+$	0	$-$	|	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{m}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$32-\frac{m}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Trường hợp này hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Như vậy, các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có 5 điểm cực trị là $m\in\left\{1;2;3;...;63\right\}$.

Tổng các giá trị nguyên này là: $S=1+2+3+...+63=\dfrac{63\left(1+63\right)}{2}=2016$.

Câu 41: Chọn D

Đặt $f(x)=\sqrt{x^2+1}-mx-1$. Ta có $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-m$

Vì hàm số liên tục tại $x=1;\, x=2$ nên để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;\,2\right)$ ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases}f'(x)\ge 0,\forall x\in\left[1;\,2\right]\\ f(1)\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-m\ge 0,\forall x\in\left[1;\,2\right]\\ m\le\sqrt{2}-1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}m\le\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}},\forall x\in\left[1;\,2\right]\\ m\le\sqrt{2}-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\le\min\limits_{[1;\,2]}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\\ m\le\sqrt{2}-1\end{cases} \Leftrightarrow m\le\sqrt{2}-1 \qquad \left(1\right)$$

Trường hợp 2: $\begin{cases}f'(x)\le 0,\forall x\in\left[1;\,2\right]\\ f(1)\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-m\le 0,\forall x\in\left[1;\,2\right]\\ m\ge\sqrt{2}-1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}m\ge\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}},\forall x\in\left[1;\,2\right]\\ m\ge\sqrt{2}-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\ge\max\limits_{[1;\,2]}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\\ m\ge\sqrt{2}-1\end{cases} \Leftrightarrow m\ge\dfrac{2\sqrt{5}}{5} \qquad \left(2\right)$$

Từ (1) và (2) ta có $\left[\begin{array}{l} m \ge \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \\ m \le \sqrt{2}-1 \end{array}\right.$

Do $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in \left[-2020; 2020\right] \end{cases}$ nên có 4041 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42:

Chọn B

Đặt $h\left(x\right) = x^3 - 3x^2 + 3\left(m^2+5\right)x + \left(12-3m^2\right)\cos x$.

Ta có $h'\left(x\right) = 3x^2 - 6x + 3\left(m^2+5\right) - \left(12-3m^2\right)\sin x$.

$\Leftrightarrow h'\left(x\right) = 3\left(x-1\right)^2 + 12\left(1-\sin x\right) + 3m^2\left(1+\sin x\right) \ge 0\ \forall x \in \left(0;\pi\right)$.

Vậy hàm số $h\left(x\right)$ luôn đồng biến trên $\left(0;\pi\right)$.

Để $y = f(x)$ đồng biến trên $\left(0;\pi\right)$. Thì $h\left(0\right) \ge 0 \Leftrightarrow \left(12-3m^2\right) \ge 0 \Leftrightarrow m \in \left[-2;2\right]$.

Kết luận: có 5 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 43: Chọn B

Xét hàm số $f\left(x\right) = \sin x - \cos x + m = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) + m \Rightarrow f'\left(x\right) = \sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Khi đó $y = \left|\sin x - \cos x + m\right| = \left|f\left(x\right)\right| = \sqrt{f^2\left(x\right)}$. Nên $y' = \dfrac{f\left(x\right).f'\left(x\right)}{\sqrt{f^2\left(x\right)}}$.

Hàm số $y = \left|\sin x - \cos x + m\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y' \ge 0; \forall x \in \left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} f\left(x\right).f'\left(x\right) \ge 0 \\ f\left(x\right) \ne 0 \end{cases}, \forall x \in \left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \quad \left(1\right)$.

Với $-\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow -\dfrac{\pi}{2} < x - \dfrac{\pi}{4} < \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) > 0, \forall x \in \left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

$\Rightarrow f'\left(x\right) > 0, \forall x \in \left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Nên $\left(1\right) \Leftrightarrow f\left(x\right) > 0, \forall x \in \left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}.\left(-1\right) + m \ge 0 \Leftrightarrow m \ge \sqrt{2}$.

Câu 44: Chọn A

Trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = \sin x$ đồng biến. Đặt $t = \sin x, x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in \left(0;1\right)$.

Khi đó hàm số $y = \left|\sin^3 x - m.\sin x + 1\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $y = g\left(t\right) = \left|t^3 - mt + 1\right|$ đồng biến trên $\left(0;1\right)$

Xét hàm số $y = f\left(t\right) = t^3 - mt + 1$ trên khoảng $\left(0;1\right)$ có $f'\left(t\right) = 3t^2 - m$.

Khi $m=0: f'(t)=3t^2>0,\forall t \Rightarrow y=f(t)=t^3+1$ đồng biến trên $(0;1)$ và đths $y=f(t)=t^3+1$ cắt trục hoành tại điểm duy nhất $t=-1$

$\Rightarrow y=g(t)=\left|t^3-mt+1\right|$ đồng biến trên $(0;1) \Rightarrow m=0$ thỏa mãn

Khi $m>0: f'(t)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $t_1=-\sqrt{\frac{m}{3}}, t_2=\sqrt{\frac{m}{3}}$.

Hàm số $y=f(t)=t^3-mt+1$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{\frac{m}{3}}\right)$ và $\left(\sqrt{\frac{m}{3}};+\infty\right)$

Trường hợp 1: $-\sqrt{\frac{m}{3}}<0<\sqrt{\frac{m}{3}}<1 \Leftrightarrow 0<m<3$

Hàm số $y=f(t)=t^3-mt+1$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\sqrt{\frac{m}{3}}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\sqrt{\frac{m}{3}};1\right)$

$\Rightarrow$ Không có giá trị của m để $y=g(t)=\left|t^3-mt+1\right|$ đồng biến trên $(0;1)$

Trường hợp 2: $-\sqrt{\frac{m}{3}}<0<1\le\sqrt{\frac{m}{3}} \Leftrightarrow m\ge 3$

Để $y=g(t)=\left|t^3-mt+1\right|$ đồng biến trên $(0;1)$ thì $t^3-mt+1\le 0,\forall t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow mt\le t^3+1,\forall t\in(0;1) \Leftrightarrow m\le t^2+\frac{1}{t},\forall t\in(0;1) \Leftrightarrow m\le\frac{3}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow$ Không có giá trị của m thỏa mãn. Vậy chỉ có giá trị $m=0$ thỏa mãn

Câu 45: Chọn B

Đặt $t=\cos x$, vì $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$. Vì $t=\cos x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m nguyên thuộc $[-5;5]$ để hàm số $y=\left|t^3-3m^2t\right|$ đồng biến trên $(0;1)$. Xét $f(t)=t^3-3m^2t^2; t\in(0;1)$; $f'(t)=3t^2-3m^2$.

Trường hợp 1: Nếu $m=0\Rightarrow f'(t)>0;\forall t\in(0;1)\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $(0;1)$.

Mà $f(0)=0\Rightarrow y=\left|f(t)\right|$ luôn đồng biến trên $(0;+\infty)\Rightarrow y=\left|f(t)\right|$ đồng biến trên $(0;1)$.

Do đó $m=0$ thỏa mãn bài toán (1).

Trường hợp 2: $m\ne 0\Rightarrow f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=m\\t=-m\end{array}\right.$; $f(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-m\sqrt{3}\\t=0\\t=m\sqrt{3}\end{array}\right.$

Với $m>0$, ta có BBT sau:

t	0		m		$m\sqrt{3}$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$\lvert f(t)\rvert$			$2m^3$		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $y = \lvert f(t) \rvert$ đồng biến trên $(0;m)$.

Yêu cầu bài toán tương đương $(0;1) \subset (0;m) \Leftrightarrow m \geq 1\,(2)$.

Với $m < 0$, ta có bảng biến thiên sau:

t	0		$-m$		$-m\sqrt{3}$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$\lvert f(t)\rvert$			$-2m^3$		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = \lvert f(t) \rvert$ đồng biến trên $(0;-m)$.

Yêu cầu bài toán tương đương $(0;1) \subset (0;-m) \Leftrightarrow m \leq -1\,(3)$.

Từ $(1);(2);(3)$ vậy có 11 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 46: Chọn C

Đặt $3^x = t \Rightarrow t \in [1;3]$ vì $x \in [0;1]$.

$$\Rightarrow y = \left|t^2 + t - m + 1\right| = \sqrt{\left(t^2 + t - m + 1\right)^2} \Rightarrow y' = \frac{2.\left(t^2 + t - m + 1\right)'.\left(t^2 + t - m + 1\right)}{2.\left|t^2 + t - m + 1\right|}$$

Để hàm số đồng biến trên đoạn $t \in [1;3]$ thì $y' = \dfrac{(2t+1).\left(t^2 + t - m + 1\right)}{\left|t^2 + t - m + 1\right|} \geq 0 \quad \forall t \in [1;3]$

Với mọi giá trị của $t \in [1;3]$ thì $2t + 1 > 0$ nên

Để $y' \geq 0\ \forall t \in [1;3]$ thì: $t^2 + t - m + 1 \geq 0 \quad \forall t \in [1;3] \quad \Rightarrow \quad m - 1 \leq t^2 + t = g(t) \quad \forall t \in [1;3]$

$\Rightarrow m - 1 \leq \min\limits_{[1;3]} g(t) = 2 \Rightarrow m \leq 3$. Vậy có 3 giá trị nguyên $\{1;2;3\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Chọn A

Xét hàm số $f(x) = 4^x - m.2^{x+1} + m + 2$ (1) trên khoảng $(0;1)$. Đặt $t = 2^x$, $t \in (1;2)$.

Hàm số (1) trở thành $h(t) = t^2 - 2m.t + m + 2$ trên khoảng $(1;2)$. Suy ra $h'(t) = 2t - 2m$.

Ta có $y = \left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) \text{ ñoàng bieán treân } (0;1) \\ f(0) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \text{ nghòch bieán treân } (0;1) \\ f(0) \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$ (*).

Vì hàm số $t = 2^x$ đồng biến trên $(0;1)$.

Do đó, (*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}h(t) \text{ ñoàng bieán treân } (1;2)\\ 3-m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}h(t) \text{ nghòch bieán treân } (1;2)\\ 3-m\le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2t-2m\ge 0\,\forall t\in(1;2)\\ 3-m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}2t-2m\le 0\,\forall t\in(1;2)\\ 3-m\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le 1\\ m\le 3\end{cases}\\ \begin{cases}m\ge 2\\ m\ge 3\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\le 1\\ m\ge 3\end{array}\right.$. Vậy có 2018 số nguyên dương nhỏ hơn 2020 thỏa ycbt.

Câu 48: Chọn C

Đặt $t=e^{\frac{x+1}{x-1}}$, ta có $t'=e^{\frac{x+1}{x-1}}.\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)'=e^{\frac{x+1}{x-1}}.\dfrac{-2}{(x-1)^2}<0\ \forall x\in(2;3)\Rightarrow t\in(e^2;e^3)$, đồng thời x và t sẽ ngược chiều biến thiên.

Khi đó hàm số trở thành $y=\left|t^2+3t-2m+5\right|=\sqrt{\left(t^2+3t-2m+5\right)^2}$ (2)

Ta có: $y'=\dfrac{2\left(t^2+3t-2m+5\right).(2t+3)}{2\sqrt{\left(t^2+3t-2m+5\right)^2}}=\dfrac{\left(t^2+3t-2m+5\right).(2t+3)}{\sqrt{\left(t^2+3t-2m+5\right)^2}}$.

Hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(2;3)\Leftrightarrow$ hàm số (2) đồng biến trên khoảng $(e^2;e^3)$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\left(t^2+3t-2m+5\right).(2t+3)}{2\sqrt{\left(t^2+3t-2m+5\right)^2}}\ge 0\ \forall t\in(e^2;e^3)\Leftrightarrow t^2+3t-2m+5>0\ \forall t\in(e^2;e^3)$

$\Leftrightarrow m<\dfrac{t^2+3t+5}{2}=g(t)\ \forall t\in(e^2;e^3)$.

Có $g'(t)=\dfrac{2t+3}{2}>0\ \forall t\in(e^2;e^3)\Rightarrow \dfrac{e^4+3e^2+5}{2}<g(t)<\dfrac{e^6+3e^4+5}{2}\Rightarrow m\le\dfrac{e^4+3e^2+5}{2}$.

Với điều kiện m là số nguyên dương ta tìm được 40 giá trị của m.

Câu 49: Chọn A

Đặt $f(x)=e^{-x^2}+e^{x^2}-m\Rightarrow f'(x)=-2xe^{-x^2}+2xe^{x^2}$

Ta có $y=|f(x)|=\sqrt{f^2(x)}\Rightarrow y'=\dfrac{f'(x)f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in(1;e)$. (*)

Vì $x\in(1;e)$ nên $-2xe^{-x^2}+2xe^{x^2}=\dfrac{2x\left(e^{2x^2}-1\right)}{e^{x^2}}>0,\forall\in(1;e)$

Khi đó, $(*)\Leftrightarrow f(x)\le 0,\forall x\in(1;e)\Leftrightarrow e^{-x^2}+e^{x^2}-m\le 0,\forall x\in(1;e)\Leftrightarrow e^{-x^2}+e^{x^2}\le m,\forall x\in(1;e)$

Ta có giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^{-x^2}+e^{x^2},x\in(1;e)$ là $e^{e^2}+e^{-e^2}$ nên $m\ge e^{e^2}+e^{-e^2}\approx 1618,18$

Vậy có 401 giá trị nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 50: Chọn B

Đặt $f(x)=e^x+e^{2x}-m\Rightarrow y=\left|f(x)\right|=\sqrt{f^2(x)}$. Ta có $y'=\dfrac{f'(x)f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

Hàm số đồng biến trên $(1;2)\Leftrightarrow y'\ge 0\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)f'(x)\ge 0\\ f(x)\ne 0\end{cases}\forall x\in(1;2)$

Vì $f'(x)=e^x+2e^{2x}>0\forall x\in(1;2)$

Nên $y'\ge 0\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow f(x)>0\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow m<e^x+e^{2x}\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow m\le e+e^2$

Câu 51: Chọn C

Đặt $2^{\tan x}=t$ vì $x\in\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ suy ra $\tan x\ge -1$ nên $t\ge\dfrac{1}{2}$. Khi đó ta có hàm số: $y=\left|t^3+3t-m+2\right|$ (1).

Để hàm số ban đầu đồng biến trên $\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số (1) phải đồng biến trên $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Xét hàm số $f(t)=t^3+3t-m+2$. Ta có: $f'(t)=3t^2+3>0,\forall t$.

Khi đó $y=\left|f(t)\right|=\sqrt{f^2(t)}$ nên $y'=\dfrac{f'(t).f(t)}{\sqrt{f^2(t)}}$.

Hàm số đồng biến trên $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall t\in\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow f(t)\ge 0,\forall t\in\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)\Leftrightarrow t^3+3t-m+2\ge 0,\forall t\in\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

$\Leftrightarrow m\le t^3+3t+2,\forall t\in\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$, $(*)$.

Xét hàm số: $g(t)=t^3+3t+2,\forall t\in\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

$g'(t)=3t^2+3>0,\ \forall t$. Vậy hàm số $g(t)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $g(t)\ge g\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

Từ $(*)$ suy ra: $m\le g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{29}{8}$.

Câu 52: Chọn B

$y=\left|\ln 3x-4x^2+m\right|$. Điều kiện $x>0$. Xét hàm số $g(x)=\ln 3x-4x^2+m$ trên $\left[1;e^2\right]$.

$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{1}{x}-8x=\dfrac{1-8x^2}{x}<0,\forall x\in\left[1;e^2\right]\Rightarrow g(x)$ nghịch biến trên $\left[1;e^2\right]$.

x	1		e^2
$g'(x)$		$-$	0
$g(x)$	$\ln 3-4+m$	$\searrow$	$\ln 3-4e^4+2+m$

$\Rightarrow$ hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|=\left|\ln 3x-4x^2+m\right|$ đồng biến trên đoạn $\left[1;e^2\right]$

$\Leftrightarrow \ln 3-4+m\le 0\Leftrightarrow m\le 4-\ln 3$.

Mà m nguyên thuộc khoảng $\left(-100;100\right)$ nên $m\in\left\{-99;-98;...;-1;0;1;2\right\}$.

Vậy có 102 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 53: Chọn A

Xét $f\left(x\right)=\ln\left(mx\right)-x+2$. Dễ thấy $\forall x\in\left(1;4\right): mx>0\Leftrightarrow m>0$.

Khi đó: $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{x}-1<0,\forall x\in\left(1;4\right)$. Do đó $f\left(x\right)$ luôn nghịch biến trên $\left(1;4\right)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $f\left(4\right)\ge 0\Leftrightarrow \ln\left(4m\right)-2\ge 0\Leftrightarrow m\ge\dfrac{e^2}{4}\approx 1,6$.

Vậy $m\in\left[2;2019\right]$ có 2018 số nguyên thỏa mãn.

Câu 54: Chọn C

Ta xét hàm số $f\left(x\right)=\ln\left(x^2+2x-m\right)-2mx^2-1$ trên $\left(0;10\right)$.

Điều kiện hàm số có nghĩa là $x^2+2x-m>0,\forall x\in\left(0;10\right)\Leftrightarrow x^2+2x>m,\forall x\in\left(0;10\right)$ (1)

Ta lại có $x^2+2x=x\left(x+2\right)>0$ với mọi $x\in\left(0;10\right)$ nên điều kiện (1) cho ta $m\le 0$ (2)

Đạo hàm $f'\left(x\right)=\dfrac{2x+2}{x^2+2x-m}-4mx$ do $m\le 0$ và $x\in\left(0;10\right)$ nên $\dfrac{2x+2}{x^2+2x-m}>0;-4mx\ge 0$ suy ra $f'\left(x\right)>0$ hàm số đồng biến trên $\left(0;10\right)$.

Từ đó để hàm số $y=\left|\ln\left(x^2+2x-m\right)-2mx^2-1\right|=\left|f\left(x\right)\right|$ đồng biến trên $\left(0;10\right)$ điều kiện đủ là $f\left(x\right)\ge 0$ với mọi $x\in\left(0;10\right)$ (3).

Trường hợp 1 : $m=0$ khi đó $f\left(x\right)=\ln\left(x^2+2x\right)-1$ có $\lim\limits_{x\to 0^+}f\left(x\right)=-\infty$ không thỏa mãn (3)

Trường hợp 2 : Xét $m<0$, do hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến nên ta chỉ cần $f\left(0\right)\ge 0$ $\Leftrightarrow \ln\left(-m\right)-1\ge 0\Leftrightarrow -m\ge e\Leftrightarrow m\le -e$.

Từ đó ta được: $\begin{cases}-2020<m\le -e\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left\{-2019;-2018;-2017;....;-3\right\}$ có 2017 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 55: Chọn C

Điều kiện xác định: $x^3+mx+2>0$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=\ln\left(x^3+mx+2\right)$. Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{3x^2+m}{x^3+mx+2}$.

Hàm số đồng biến trên nửa khoảng $\left[1;3\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f\left(x\right)\ge 0\\ f'\left(x\right)\ge 0\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)\ (1)\\ \begin{cases}f\left(x\right)\le 0\\ f'\left(x\right)\le 0\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)\ (2)\end{array}\right.$.

Trường hợp 1:

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}\ln\left(x^3+mx+2\right)\ge 0\\ \dfrac{3x^2+m}{x^3+mx+2}\ge 0\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+mx+2\ge 1\\ 3x^2+m\ge 0\\ x^3+mx+2>0\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -x^2-\dfrac{1}{x}\\ m\ge -3x^2\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge\max\limits_{\left[1;3\right)}\left(-x^2-\dfrac{1}{x}\right)=-2\\ m\ge\max\limits_{\left[1;3\right)}\left(-3x^2\right)=-3\end{cases}\Leftrightarrow m\ge -2.$$

Trường hợp 2:

$$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}\ln\left(x^3+mx+2\right)\le 0\\ \dfrac{3x^2+m}{x^3+mx+2}\le 0\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+mx+2\le 1\\ 3x^2+m\le 0\\ x^3+mx+2>0\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -x^2-\dfrac{1}{x}\\ m\le -3x^2\\ m>-x^2-\dfrac{2}{x}\end{cases},\forall x\in\left[1;3\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<-\dfrac{28}{3}\\ m<-27\\ m>\max\limits_{\left[1;3\right)}\left(-x^2-\dfrac{2}{x}\right)=-3\end{cases}\Rightarrow m\in\varnothing.$$

Từ hai trường hợp suy ra $m\ge -2$. Vì chỉ lấy $m\in\left[-3;3\right]$ nên $m\in\left\{-2;-1;0;1;2;3\right\}$.

Câu 56: Chọn D

Đặt $f\left(x\right)=\ln\left(x^2-mx-m\right)-1$.

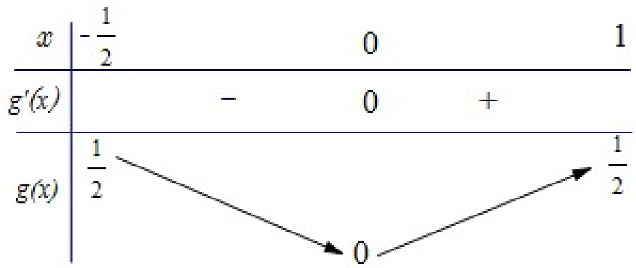
Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-mx-m>0,\forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\\ f'\left(x\right)\ge 0,\ \forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\\ f\left(x\right)\ge 0,\ \forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\end{cases}\quad(1)\\ \begin{cases}x^2-mx-m>0,\forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\\ f'\left(x\right)\le 0,\ \forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\\ f\left(x\right)\le 0,\ \forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\end{cases}\quad(2)\end{array}\right.$.

Xét $x^2-mx-m>0,\forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow x^2>m\left(x+1\right),\forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow m<\dfrac{x^2}{x+1},\forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$.

Đặt $g\left(x\right)=\dfrac{x^2}{x+1}$. Khi đó, $m<\dfrac{x^2}{x+1},\forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow g\left(x\right)>m,\ \forall x\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$.

Ta có: $g\left(x\right)=x-1+\dfrac{1}{x+1}\Rightarrow g'\left(x\right)=1-\dfrac{1}{\left(x+1\right)^2}$; $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\\ x=-2\notin\left(-\dfrac{1}{2};1\right)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};1\right)$.



Từ bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ suy ra $g(x)>m\ \forall x\in\left(-\frac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow m<g(0)=0$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2x-m}{x^2-mx-m}$.

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\2x\ge m,\ \forall x\in\left(-\frac{1}{2};1\right)\\\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^+}f(x)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\m\le -1\\\ln\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}m\right)-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\\\ln\left(\frac{1}{4}-\frac{m}{2}\right)\ge 1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\\\frac{1}{4}-\frac{m}{2}\ge e\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -1\\m\le\frac{1-4e}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow m\le\frac{1-4e}{2}.$$

$$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\2x\le m\ \forall x\in\left(-\frac{1}{2};1\right)\\\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^+}f(x)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\m\ge 2\\\ln\left(\frac{1}{4}-\frac{m}{2}\right)-1\le 0\end{cases}\quad\text{suy ra không tồn tại } m.$$

Vậy $m\le\frac{1-4e}{2}$. Mà m nguyên, $-10<m<10$ nên có 5 giá trị m thỏa mãn bài toán

Câu 57: Chọn C

Đặt $f(x)=\ln\left(x^3-3x+m\right)+1$, ta có $f'(x)=\dfrac{3x^2-3}{x^3-3x+m}$.

Điều kiện xác định của $f(x)$ là $x^3-3x+m>0$.

Điều kiện cần để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ nghịch biến trên $[0;1]$ là

$$x^3-3x+m>0,\forall x\in[0;1]\Leftrightarrow m>-x^3+3x,\forall x\in[0;1]\Leftrightarrow m>2\ (1).$$

Với mọi $x\in[0;1]$, ta có $3x^2-3\le 0$. Do đó từ điều kiện (1) ta suy ra

$$f'(x)=\frac{3x^2-3}{x^3-3x+m}\le 0,\forall x\in[0;1].$$

Điều kiện đủ để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ nghịch biến trên $[0;1]$ là

$f(x)\ge 0,\forall x\in[0;1]\ \Leftrightarrow\ln\left(x^3-3x+m\right)+1\ge 0,\forall x\in[0;1]$

$\Leftrightarrow m-\frac{1}{e}\ge -x^3+3x,\forall x\in[0;1]\Leftrightarrow m\ge \frac{1}{e}+2\approx 2,37$.

Do m nguyên thuộc $[-5;5]\Rightarrow m\in\{3;4;5\}$. Vậy tổng các giá trị của m bằng 12.

Câu 58: Chọn A

Đặt $f(x)=\log_3(x^3+x^2-mx+1)$ nên $f'(x)=\frac{3x^2+2x-m}{(x^3+x^2-mx+1)\ln 3}$.

Hàm số đồng biến trên $y=|f(x)|$ đồng biến trên $[1;+\infty)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)\ge 0\\ f'(x)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)\le 0\\ f'(x)\le 0\end{cases}\end{array}\right.,\forall x\in[1;+\infty)$.

Trường hợp 1:

$$\begin{cases}f(x)\ge 0\\ f'(x)\ge 0\end{cases},\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3(x^3+x^2-mx+1)\ge 0\\ x^3+x^2-mx+1>0\\ 3x^2+2x-m\ge 0\end{cases},\forall x\in[1;+\infty).$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+x^2-mx+1\ge 1\\ 3x^2+2x\ge m\end{cases},\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}m\le x^2+x\\ m\le 3x^2+2x\end{cases},\forall x\in[1;+\infty).$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le \min\limits_{[1;+\infty)}(x^2+x)\\ m\le \min\limits_{[1;+\infty)}(3x^2+2x)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 2\\ m\le 5\end{cases}\Leftrightarrow m\le 2.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases}f(x)\le 0\\ f'(x)\le 0\end{cases},\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3(x^3+x^2-mx+1)\le 0\\ x^3+x^2-mx+1>0\\ 3x^2+2x-m\le 0\end{cases},\forall x\in[1;+\infty).$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+x^2-mx+1\le 1\\ x^3+x^2-mx+1>0\\ 3x^2+2x\le m\end{cases},\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+x\le m\\ x^2+x+\frac{1}{x}>m\\ 3x^2+2x\le m\end{cases},\forall x\in[1;+\infty).$$

Ta có: $m\ge x^2+x,\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow m\ge \max\limits_{[1;+\infty)}(x^2+x)$, $\quad(*)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+x)=+\infty$ nên không tồn tại m thỏa mãn $(*)$. Do đó trường hợp 2 không tồn tại giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Suy ra $m\le 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Mặt khác $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in[-10;10]\end{cases}$ nên có 13 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 59: Chọn C

Xét hàm số $f(x)=\ln(x^2+x+m)+x$ trên khoảng $(-1;3)$.

Điều kiện xác định là: $x^2+x+m>0$ với mọi $x\in(-1;3)$.

Khi đó $f'(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+m}+1=\dfrac{x^2+3x+m+1}{x^2+x+m}$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1;3)$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+x+m>0\\ x^2+3x+m+1\ge 0 \quad (1)\\ \ln(x^2+x+m)+x\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}x^2+x+m>0\\ x^2+3x+m+1\le 0 \quad (2)\\ \ln(x^2+x+m)+x<0\end{cases}\end{array}\right.$ với mọi $x\in(-1;3)$.

Xét hệ bất phương trình (1): $\begin{cases}x^2+x+m>0\\ x^2+3x+m+1\ge 0\\ \ln(x^2+x+m)+x\ge 0\end{cases}$ đúng với mọi $x\in(-1;3)$.

Ta có: $x^2+x+m>0,\ \forall x\in(-1;3)\Leftrightarrow m>-x^2-x,\ \forall x\in(-1;3)$.

Khảo sát tính biến thiên của hàm số $y=-x^2-x$ trên khoảng $(-1;3)$ ta suy ra

Với $m>\max\limits_{(-1;3)}(-x^2-x)\Leftrightarrow m>\dfrac{1}{4}$

Lại có $x^2+3x+m+1\ge 0,\ \forall x\in(-1;3)\Leftrightarrow m\ge -x^2-3x-1,\ \forall x\in(-1;3)$.

Khảo sát tính biến thiên của hàm số $y=-x^2-3x-1$ trên khoảng $(-1;3)$ ta suy ra:

$$m\ge \max\limits_{[-1;3]}(-x^2-3x-1)\Leftrightarrow m\ge 1$$

Ngoài ra $\ln(x^2+x+m)+x\ge 0,\forall x\in(-1;3)\Leftrightarrow m\ge -x^2-x+e^{-x},\forall x\in(-1;3)$.

Đặt $k(x)=-x^2-x+e^{-x}$, $k'(x)=-e^{-x}-2x-1\le 0,\forall x\in(-1;3)$.

Do đó $m\ge -x^2-x+e^{-x},\forall x\in(-1;3)\Leftrightarrow m\ge e$.

Vậy (1) tương đương $m\ge e$.

Với hệ bất phương trình (2) ta cũng làm tương tự như trên thì được

$$\begin{cases}x^2+x+m>0\\ x^2+3x+m+1\le 0\quad \forall x\in(-1;3)\\ \ln(x^2+x+m)+x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{1}{4}\\ m\le -19\\ \ln(x^2+x+m)+x<0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing.$$

Vậy hàm số $y=g(x)=\left|\ln(x^2+x+m)+x\right|$ đồng biến trên $(-1;3)$ khi và chỉ khi $m\ge e$, mà m là số nguyên thuộc $[-10;10]$ nên $m\in\{3;4;5;6;7;8;9;10\}$. Do đó tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn là 52.

Câu 61: Chọn D

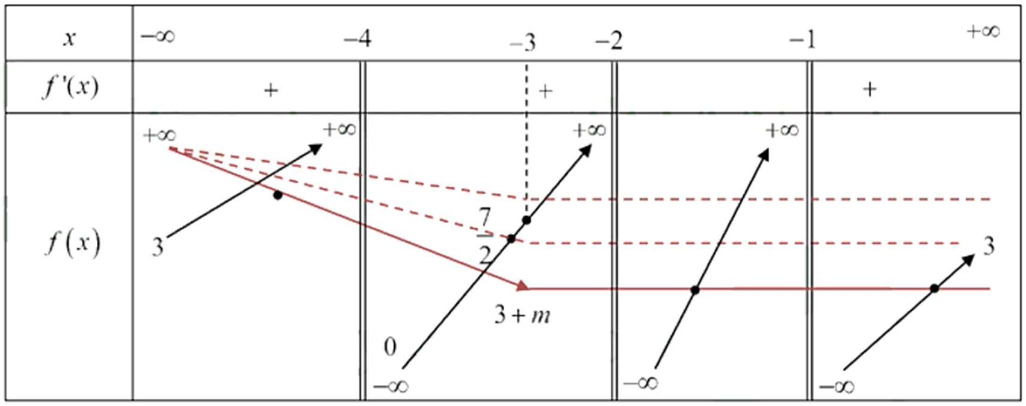
Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+3}{x+4}=|x+3|-x+m\Leftrightarrow f(x)=g(x)$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+3}{x+4}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+4)^2}>0$.

Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; -2; -4\}$ và có $\begin{cases} \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 3 \\ f(-3) = \dfrac{7}{2} \end{cases}$.

Xét hàm số $g(x) = |x+3| - x + m = \begin{cases} -2x - 3 + m & neu\ x < -3 \\ 3 + m & neu\ x \geq -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:



Để phương trình $f(x) = g(x)$ có 3 nghiệm thực x thì $3 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}, m \in [-2021; 2021]$ suy ra có 2022 giá trị nguyên m thỏa mãn.