|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **PHÙ CÁT**  **¯¯¯¯¯** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2023-2024**  **KHÓA NGÀY 07/10/2023**  **¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯** |

|  |
| --- |
| Môn thi: **Toán**  Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)  Ngày thi: **07/10/2023** *(Đề thi gồm 01 trang)*  **¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯** |

**Bài 1** (4,5 điểm).

Cho biểu thức 

**a/** Rút gọn biểu thức A.

**b/** Tính giá trị của biểu thức A với .

**c/** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

**Bài 2** (4,0 điểm).

**1/** Giải phương trình: 

**2/** Giải bất phương trình: 

**Bài 3** (4,0 điểm).

**1/** Cho x, y là các số không âm thỏa mãn . Chứng minh rằng: 

**2/** Cho các số thực x, y thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Bài 4** (5,0 điểm). Cho đường tròn (O; R), cát tuyến d cắt đường tròn (O) tại C và D, điểm K di động trên đường thẳng d sao cho điểm K nằm ngoài đường tròn (O) (C nằm giữa K và D). Tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O) cắt nhau tại M. Từ K kẻ tiếp tuyến KA, KB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của AB và OK, H là giao điểm của OM và CD. Chứng minh rằng:

**a/** OI.OK = OH.OM

**b/** Khi K thay đổi trên đường thẳng d thì đường thẳng AB luôn đi qua điểm cố định.

**Bài 5** (2,5 điểm).

Chocó các đường trung tuyến BM và CN vuông góc với nhau . Chứng minh rằng: .

------------------- HẾT-------------------

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **PHÙ CÁT**  **¯¯¯¯¯** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2023-2024**  **KHÓA NGÀY 07/10/2023**  **¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯** |

**Hướng dẫn chấm đề thi học sinh giỏi Toán 9** *(HDC gồm 04 trang)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **1**  (4,5 điểm) |  | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
| Ta có: | | 0,5 |
| Thay (1) vào biểu thức A ta được:    Vậy  với | | 0,5 |
| c/ Điều kiện:  Ta có: | | 0,5 |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy đối với hai số không âm  và  ta được:    Do đó | | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra  Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 4 khi x = 4. | | 0,5 |
| **2**  (4,0 điểm) | a/ Điều kiện: | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
|  | | 0,5 |
| Vậy tập nghiệm của phương trình là | | 0,5 |
| Kết hợp với điều kiện ta được  hoặc | | 1,0 |
| Kết hợp với điều kiện ta được  Kết hợp cả hai trường hợp ta được  hoặc  Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  hoặc | | 1,0 |
| **3**  (4,0 điểm) | a/ Áp dụng bất đẳng thức Cauchy đối với 2 số không âm 3x; x + 2y ta được: | | 0,5 |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy đối với 2 số không âm 3y; y + 2x ta được: | | 0,5 |
| Cộng (1) và (2) vế theo vế ta được:  Dấu “=” xảy ra | | 1,0 |
| b/ Ta có:    Do đó | | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra  Vậy giá trị lớn nhất của P là 8 khi hoặc | | 0,5 |
| Mặc khác:  Do đó | | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra    Vậy giá trị nhỏ nhất của P là  khi  hoặc | | 0,5 |
| **4**  (5,0 điểm) |  | Vẽ hình đúng  **a/** **C/m:** **OI.OK = OH.OM**  Ta có:  +) KA = KB; OA = OB  OK là đường trung trực của đoạn thẳng AB | 0,5  0,5 |
| +) vuông tại A, đường cao AI | 0,5 |
| +) MC = MD; OC = OD  OM là đường trung trực của đoạn thẳng CD | 0,5 |
| +) vuông tại C, đường cao CH Từ (1) và (2) suy ra OI.OK = OH.OM | | 0,5 |
| **b/ C/m: AB đi qua điểm cố định.**  Ta có: OI.OK = OH.OM  và  có:  chung;  (c.g.c) | | 1,0 |
| (vì 2 góc tương ứng)  hay  mà  hay nên M, I, A thẳng hàng  M, A, B thẳng hàng | | 1,0 |
| Vì C, D, O cố định nên M cố định.  Vậy AB luôn đi qua điểm cố định M khi K thay đổi trên đường thẳng d. | | 0,5 |
| **5**  (2,5 điểm) |  | Gọi G là giao điểm của BM và CN, P là giao điểm của AG và BC.  có G là giao điểm của hai đường trung tuyến BM, CN nên G là trọng tâm của | 0,5 |
| Vẽ  tại D,  tại E | 0,5 |
| +) , có GE // AD  (theo hệ quả của định lí Talet)  +)  vuông tại G có GP là đường trung tuyến | | 0,5 |
| +) (vì GE là cạnh góc vuông của tam giác vuông GEP)    +) vuông tại D, có  +)  vuông tại D có | | 0,5 |
| Do đó ta có:  Vậy | | 0,5 |

**Ghi chú:** Mọi cách giải khác đúng, lập luận chặt chẽ đều cho điểm tối đa theo biểu điểm từng câu, từng bài của hướng dẫn chấm.