**BÀI TẬP TỔNG HỢP HÌNH LỚP 9 – PS 4**

**CÁC CHỦ ĐỀ**

 **\* Hai đường thẳng song song.**

**\* Hai đường thẳng vuông góc, ∆ vuông.**

**\* Hai góc bằng nhau.**

**\* Điểm là trung điểm đoạn thẳng.**

**\* Đường thẳng là phân giác của góc.**

 **\* Đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn, đường tròn ngoại tiếp ∆**

 **\* Ba đường thẳng đồng quy.**

 **\* Ba điểm thẳng hàng.**

**Bài 1:** Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O; R) (M khác A, M khác B). Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại B cắt các đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.

 1) Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.

2) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

 3) Gọi E là trung điểm của BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại điểm F. Chứng minh F là trung điểm của BP và ME // NF.

**Bài 2:** Cho đường tròn ( O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ( AB < AC, d không đi qua tâm O).

1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.

1. Chúng minh AN2 = AB.AC. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi AB = 4 cm, AN = 6 cm.

3) Gọi I là trung điểm BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh: MT // AC.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O (AB < AC). Hai tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. E là trung điểm đoạn AD. EC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác OEBM nội tiếp. 2) MB2 = MA.MD.

3) . 4) BF // AM

**Bài 4** Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và E là điểm bất kì trên đường tròn đó ( E khác A và B ). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K.

1/ Chứng minh tam giác KAF đồng dạng với tam giác KEA.

2/ Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

3/ Chứng minh MN // AB, trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I).

**Bài 5:** Cho tam gíac ABC cân tại A,  < 900, một cung tròn BC nằm trong tam giác ABC và tiếp xúc với AB,AC tại B và C. Trên cung BC lấy một điểm M rồi hạ đường vuông góc MI,MH,MK xuống các cạnh tương ứng BC ,CA, BA. Gọi P là giao điểm của MB,IK và Q là giao điểm của MC,IH.

1) Chứng minh rằng các tứ giác BIMK,CIMH nội tiếp được

2) Chứng minh tia đối của tia MI là phân giác của góc HMK

3) Chứng minh tứ giác MPIQ nội tiếp được. Suy ra PQ // BC

**Bài 6:** Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến Am, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt B,C (O không thuộc (d), B nằm giữa A và C). Gọi H là trung điểm của BC.

1) Chứng minh các điểm O, H, M, A, N cùng nằm trên một đường tròn,

2) Chứng minh HA là tia phân giác của .

3) Lấy điểm E trân MN sao cho BE song song với AM. Chứng minh HE // CM.

**Bài 7:** Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong một đường tròn và P là trung điểm của cung AB không chứa C và D. Hai dây PC và PD lần lượt cắt AB tại E và F. Các dây AD và PC kéo dài cắt nhau tại I: các dây BC và PD kéo dài cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

1/ Góc CID bằng góc CKD. 2/ Tứ giác CDFE nội tiếp được.

 3/ IK // AB. 4/ Đường tròn ngoại tiếp tam giác AFD tiếp xúc với PA tại A.

**Bài 8:** Cho hình vuông ABCD . Lấy điểm E thuộc cạnh BC , với E không trùng B và E không trùng C . Vẽ EF vuông góc với AE , với F thuộc CD . Đường thẳng AF cắt đường thẳng BC tại G . Vẽ đường thẳng a đi qua điểm A và vuông góc với AE , đường thẳng a cắt đường thẳng DE tại điểm H .

 1/ Chứng minh  .

 2/ Chứng minh rằng tứ giác AEGH là tứ giác nội tiếp được đường tròn .

 3/ Gọi b là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE tại E , biết b cắt đường trung trực của đoạn thẳng EG tại điểm K . Chứng minh rằng KG là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE .

**Bài 9:** Cho (O;R) đường kính AB =2R và điểm C thuộc đường tròn đó( C khác A,B). D thuộc dây BC (D khác B,C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại E,tia AC cắt BE tại F.

1) Chứng minh tứ giác FCDE nội tiếp

2) Chứngminh DA.DE = DB.DC

3) Chứng minh CFD = OCB . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE , chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

**Bài 10:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên Ax lấy điểm M sao cho AM > AB, MB cắt (O) tại N (N khác B). Qua trung điểm P của đoạn AM, dựng đường thẳng vuông góc với AM cắt BM tại Q.

1) Chứng minh tứ giác APQN nội tiếp đường tròn.

2) Gọi C là điểm trên cung lớn NB của đường tròn (O) (C khác N và C khác B).

3) Chứng minh: 

4) Chứng minh PN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

**Bài 11**. Cho nửa đường tròn tâm *O* đường kính *AB.* Từ *A, B* vẽ các tiếp tuyến *Ax, By* về phía có chứa nửa đường tròn *(O).* Lấy điểm *M* thuộc đoạn thẳng *OA*; điểm *N* thuộc nửa đường tròn *(O)*. Đường tròn *(O’)* ngoại tiếp tam giác *AMN* cắt *Ax* tại *C;* đường thẳng *CN* cắt *By* tại *D.*

1) Chứng minh tứ giác *BMND* nội tiếp.

2) Chứng minh *DM* là tiếp tuyến của đường tròn *(O’).*

3) Gọi *I* là giao điểm của *AN* và *CM; K* là giao điểm của *BN* và *DM*. Chứng minh *IK* // *AB*.

**Bài 12:** Cho đường tròn , từ điểm ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến và(là các tiếp điểm). cắttại E.

1) Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

 2) Chứng minh  vuông góc với  và .

3) Gọilà trung điểm của , đường thẳng quavà vuông góc cắt các tia theo thứ tự tại và . Chứng minh  và cân tại .

4) Chứng minh  là trung điểm của.

**Bài 13:** Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lấy điểm M ( M khác A). Từ M vẽ tiếp tuyến thứ hai MC với (O) (C là tiếp điểm). Kẻ CH vuông góc với AB (), MB cắt (O) tại điểm thứ hai là K và cắt CH tại N. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác AKNH là tứ giác nội tiếp.

2) AM2 = MK.MB

3) Góc KAC bằng góc OMB

4) N là trung điểm của CH.

**Bài 14:** Cho đường tròn (O;R)đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A và C ), BM cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh tứ giác CBKH là tứ giác nội tiếp.

 2) Chứng minh  =  .

 3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho BE = AM. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.

**Bài 15:**Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, đường cao BE và CF. Tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại S, gọi BC và OS cắt nhau tại M

1) Chứng minh AB. MB = AE.BS 2) ∆AEM và ∆ABS đồng dạng

3) Gọi AM cắt EF tại N, AS cắt BC tại P. Chứng minh NP vuông góc với BC.

**Bài 16***:* Cho đường tròn (O), dây cung BC (BC không là đường kính). Điểm A di động trên cung nhỏ BC (A khác B và C; độ dài đoạn AB khác AC). Kẻ đường kính AA’ của đường tròn (O), D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Hai điểm E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AA’. Chứng minh rằng:

 1) Bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn. 2) BD.AC = AD.A’C.

 3) DE vuông góc với AC.

**Bài 17:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi AH và BK lần lượt là các đường cao của tam giác ABC.

 1) Chứng minh tứ giác AKHB nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn này

 2) Gọi (d) là tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C. Chứng minh rằng 

3) Chứng minh .

**Bài 18:** Cho đường tròn (O) và điểm M ở ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ (MP < MQ). Gọi I là trung điểm của dây PQ, E là giao điểm thứ 2 giữa đường thẳng BI và đường tròn (O). Chứng minh:

 1/ Tứ giác BOIM nội tiếp. 2/ BOM = BEA

 3/ AE // PQ 4/ Ba điểm O; I; K thẳng hàng (K là trung điểm của EA)

**Bài 19:** Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại I. Dây MN cắt cạnh AB, BC lần lượt tại H và K.

 1) Chứng minh 4 điểm C, N, K, I cùng thuộc đường tròn.

 2) Chứng minh NB2 = NK.NM

 3) Chứng minh tứ giác BHIK là hình thoi.

 4) Gọi P, Q lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh 3 điểm D, E, K thẳng hàng?

**Bài 20:** Cho đường tròn (O) có tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Đường thẳng MO cắt (O) tại E và F (ME<MF). Vẽ cát tuyến MAB và tiếp tuyến MC của (O) (C là tiếp điểm, A nằm giữa hai điểm M và B, A và C nằm khác phía đối với đường thẳng MO).

1) Chứng minh rằng MA.MB = ME.MF

2) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm C lên đường thẳng MO. Chứng minh tứ giác AHOB nội tiếp.

3) Trên nửa mặt phẳng bờ OM có chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính MF; nửa đường tròn này cắt tiếp tuyến tại E của (O) ở K. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng CO và KF. Chứng minh rằng đường thẳng MS vuông góc với đường thẳng KC.

4) Gọi P và Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác EFS và ABS và T là trung điểm của KS. Chứng minh ba điểm P, Q, T thẳng hàng.

**Bài 21:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy B làm tâm vẽ đường tròn tâm B bán kính AB.Lấy C làm tâm vẽ đường tròn tâm C bán kính AC, hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ 2 là D.Vẽ AM, AN lần lượt là các dây cung của đường tròn (B) và (C) sao cho AM vuông góc với AN và D nằm giữa M; N.

1) CMR: ΔABC=ΔDBC 2) CMR: ABDC là tứ giác nội tiếp.

3) CMR: ba điểm M, D, N thẳng hàng

**Bài 22:**Cho hai đường tròn (O) và (O’) tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC,B ∈ (O),C∈(O’). Đường thẳng BO cắt (O) tại điểm thứ hai là D.

1. Chứng minh tứ giác CO’OB là một hình thang vuông.
2. Chứng minh ba điểm A, C, D thẳng hàng.

3) Từ D kẻ tiếp tuyến DE với đường tròn (O’) (E là tiếp điểm). Chứng minh rằng DB = DE.

**Bài 23:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý giữa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điêmt thứ 2 là H và K. Chứng minh

 1/ Tứ giác AMEC là tứ giác nội tiếp. 2/ góc ACM bằng góc KHM.

 3/ Các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

**Bài 24:** Cho tam giác ABC(AB > AC ;  > 900). I, K thứ tự là các trung điểm của AB,AC. Các đường tròn đường kính AB,AC cắt nhau tại điểm thứ hai D; tia BA cắt đường tròn (K) tại điểm thứ hai E, tia CA cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai F.

1) Chứng minh bai điểm B,C,D thẳng hàng 2) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.

3) Chứng minh ba đường thẳng AD,BF,CE đồng quy

**Bài 25:** Cho điểm M nằm ngoài đường tròn tâm O. Vẽ tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đI qua tâm O ( C nằm giữa M và D), OM cắt AB và (O) lần lượt tại H và I. Chứng minh.

1) Tứ giác MAOB nội tiếp. 2) MC.MD = MA2

3) OH.OM + MC.MD = MO2 4) CI là tia phân giác góc MCH.

**Bài 26:** Cho đường tròn (O). Đường thẳng (d) không đi qua tâm (O) cắt đường tròn tại hai điểm A và B theo thứ tự, C là điểm thuộc (d) ở ngoài đường tròn (O). Vẽ đường kính PQ vuông góc với dây AB tại D ( P thuộc cung lớn AB), Tia CP cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I, AB cắt IQ tại K.

1) Chứng minh tứ giác PDKI nội tiếp đường tròn. 2) Chứng minh CI.CP = CK.CD

3) Chứng minh IC là phân giác của góc ngoài ở đỉnh I của tam giác AIB.

**Bài 27:** Cho đường tròn (O) và một điểm A và OA = 3R. Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AP và AQ của đường tròn (O), với P và Q là 2 tiếp điểm. Lấy M thuộc đường tròn (O) sao cho PM song song với AQ. Gọi N là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AM và đường tròn (O). Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

 1) Chứng minh APOQ là tứ giác nội tiếp. 2) Chứng minh KA2 = KN.KP

 3) Kẻ đường kính QS của đường tròn (O). Chứng minh tia NS là tia phân giác của góc.

**Bài 28:** Cho đường tròn ( O) bán kính R = 3 cm và một điểm I nằm ngoài đường tròn, biết rằng OI = 4cm.Từ I kẻ hai tiếp tuyến IA và IB với đường tròn (A,B là tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác OAIB nội tiếp.

2) Từ I kẻ đường thẳng vuông góc với OI cắt tia OA tại O’. Tính OO’ và S ∆IOO’ .

3) Từ O’ kẻ O’C vuông góc BI cắt đường thẳng BI tại C. Chứng minh O’I là tia phân giác của 