Nếu  thì trở thành , vô nghiệm.

*Kết luận:*

Với  và , phương trình có nghiệm 

Còn lại vô nghiệm.

**2. Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối**

Ở dạng này, ta thường khử dấu giá trị tuyệt đối theo định nghĩa



**Ví dụ 14:** Một học sinh giải phương trình  (1) như sau:



Cách giải trên có đúng không?

**Giải:**

Giá trị  không thỏa mãn (1) nên loại.

Cách giải đúng như sau:

Cách 1. Với điều kiện  (2) thì



Giải như trên, loại  vì trái với (2), chọn  vì thỏa mãn (2).

*Cách 2.*

Xét  thì , không thỏa mãn .

Xét  thì , thỏa mãn .

Kết luận: 

*Lưu ý:* 

**Ví dụ 15.** Tìm giá trị của tham số a để phương trình  (1) có nghiệm duy nhất.

**Giải**





Để (1) có nghiệm duy nhất thì 

**II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN**

Cần chú ý đến các kiến thức sau:

1) Điều kiện để phương trình bậc hai có nghiệm là .

2) *Hệ thức Vi –ét:* Nếu phương trình  có các nghiệm và  thì  và .

3) Cho phương trình  có .

- Nếu  thì phương trình có hai nghiệm  và .

- Nếu  thì phương trình có hai nghiệm  và .

**Ví dụ 16.** Cho phương trình .

Tìm giá trị của m để các nghiệm  của phương trình thỏa mãn .

**Giải**

Phương trình đã cho có nghiệm với mọi m vì

.

Theo hệ thức Vi-ét, .

Ta có  nên .

Ta lại có 

Do đó 

Giải phương trình  được hoặc 

Đáp số: 

**Ví dụ 17.** Cho phương trình . Tìm giá trị của m để các nghiệm  của phương trình thỏa mãn .

**Giải**

Điều kiện để phương trình  có nghiệm là 

Theo hệ thức Vi – ét:  và .

Ta có  nên 

Giải phương trình 

Loại  vì trái với (1), ta được 

Đáp số: 

**Ví dụ 18.** Cho các phương trình

 (1)

Và  (2)

a) Chứng minh rằng các phương trình trên có nghiệm.

b) Gọi  là nghiệm dương của (1),  là nghiệm dương của (2). Chứng minh rằng .

**Giải**

a) Các phương trình (1) và (2) đều có  nên đều có hai nghiệm trái dấu.

b) Do  là nghiệm của (1) nên 

là nghiệm dương của (2)



Do  dương nên 

**Ví dụ 19.** Cho các phương trình

 (1)

Và  (2)

Tìm giá trị của a và b sao cho các nghiệm của phương trình (1) và các nghiệm của phương trình (2) thỏa mãn:



**Giải**

Điều kiện để (1) và (2) có nghiệm là



Đặt  thì .

Theo hệ thức Vi – ét:

 (3)

 (4)

Từ (3) và (4) suy ra  nên .

- Xét , thay vào (3) được 

Suy ra , thỏa mãn  và .

*Đáp số:*  hoặc .

**III. QUAN HỆ GIỮA PARABOL VÀ ĐƯỜNG THẲNG**

Cho parabol và đường thẳng . Hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng là nghiệm của phương trình  hay . (1)

Nếu phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì đường thẳng cắt parabol.

Nếu phương trình (1) có nghiệm kép thì đường thẳng tiếp xúc với parabol.

Nếu phương trình (1) vô nghiệm thì đường thẳng không giao với parabol.

**Ví dụ 20.** Cho parabol . Gọi A và B là hai điểm thuộc parabol có hoành độ theo thứ tự là a và b . Gọi C là điểm thuộc parabol có hoành độ bằng . Chứng minh rằng OC song song với AB.

**Giải.** (h.2)

Kẻ AE, BF, CK vuông góc với Ox, kẻ AH vuông góc với BF.

Ta có .

Đường thẳng AB có hệ số góc là .

Đường thẳng OC có hệ số góc là 

Do  nên .

**Ví dụ 21.** Cho parabol  và đường thẳng d có phương trình . Tìm tọa độ các điểm A và B sao cho A thuộc parabol, B thuộc đường thẳng d và độ dài AB nhỏ nhất.

**Giải.** (h.3)

Gọi là đường thẳng có phương trình  thì .

Điều kiện để  tiếp xúc parabol là phương trình, tức là  (1) có nghiệm kép.



Đường thẳng  song song với d và tiếp xúc với parabol có phương trình .

Tiếp điểm của  và parabol là .

Ta lập phương trình đường thẳng  đi qua A và vuông góc với d.

Gọi phương trình của là .

Do  nên , do đó .

Do đường thẳng  đi qua  nên 

Đường thẳng  có phương trình 

Giải phương tình  được ; khi đó 

Tọa độ giao điểm B của d và  là 

Điểm  thuộc parabol, điểm thuộc đường thẳng d và độ dài AB nhỏ nhất.

**BÀI TẬP**

**Phương trình bậc nhất một ẩn**

**19.** Giải các phương trình sau:

a) 

b) 

c) 

**20.** Giải các phương trình sau:

a) 

b) 

**21.** Tìm giá trị của a để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

