

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$.

B. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = 3x^3 - x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 - x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 - C$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$.

A. $\int 2\sin x dx = \sin 2x + C$.

B. $\int 2\sin x dx = -2\cos x + C$.

C. $\int 2\sin x dx = 2\cos x + C$.

D. $\int 2\sin x dx = \sin^2 x + C$.

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 5. Biết $\int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 7$.

B. $S = 5$.

C. $S = 8$.

D. $S = 6$.

Câu 6. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$.

C. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. B. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$. D. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$.

Câu 8. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua điểm $B(3, 4, -5)$ và có cặp vector chỉ phương $a = (3, 1, -1)$, $b = (1, -2, 1)$ là:

- A. $x - 4y - 7z - 16 = 0$ B. $x - 4y + 7z + 16 = 0$
C. $x + 4y + 7z + 16 = 0$ D. $x + 4y + 7z - 16 = 0$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

- A. $P(-1; 2; 1)$. B. $Q(1; -2; -1)$. C. $N(-1; 3; 2)$. D. $P(1; 2; 1)$.

Câu 10. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm I là :

- A. $I(1; -2; 0)$. B. $I(-1; 2; 0)$. C. $I(1; 2; 0)$. D. $I(-1; -2; 0)$.

Câu 11. Cho hai biến cố A và B . có xác suất $P(A) = 0,4; P(B) = 0,7; P(A \cap B) = 0,3$. Hãy tính xác suất $P(A|B)$.

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 12. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. $0,25$. B. $0,65$. C. $\frac{56}{65}$. D. $0,5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $\int_{-2024}^{2024} dx = 4048$.

b) $\int_a^b f_1(x) \cdot f_2(x) dx = \int_a^b f_1(x) dx \cdot \int_a^b f_2(x) dx$.

c) $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$, $b \in (a; c)$.

d) Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$$

Câu 2. Quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ quanh trục hoành bằng

$$V = \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx$$

a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là

$$V = \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx$$

b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là

$$V = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1$$

c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là

$$\frac{16\pi}{15}$$

d) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 4)$, đường thẳng $d_1: \frac{x-10}{7} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-15}{8}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$

$$d_2 \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

a) Phương trình tham số của đường thẳng là

b) Đường thẳng d_1 đi qua điểm M .

c) Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

d) Đường thẳng d đi qua M , vuông góc với d_1 và d_2 là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Câu 4. Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng. Kết quả khảo sát như sau:

Thái độ \ Phân xưởng	Hài lòng	Không hài lòng
Phân xưởng I	37	13
Phân xưởng II	63	27

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tổng số công nhân được khảo sát là 140

- b) Xác suất công nhân hài lòng với điều kiện làm việc của họ xấp xỉ 0,71.
- c) Xác suất công nhân phân xưởng I hài lòng về điều kiện làm việc xấp xỉ là 0,86.
- d) Xác suất công nhân hài lòng về điều kiện làm việc biết công nhân đó làm việc ở phân xưởng I là 0,74

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

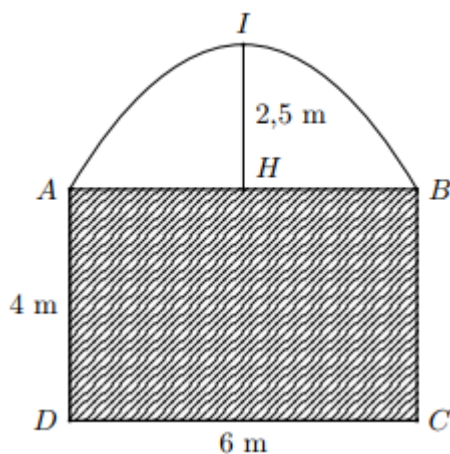
Câu 1. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên) . Gọi $h(t)$ là mực nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mực nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số

$h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t=0$ (giờ), mực nước trong hồ chứa là 6 m. Tính mực nước trong hồ tại thời điểm $t=5$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

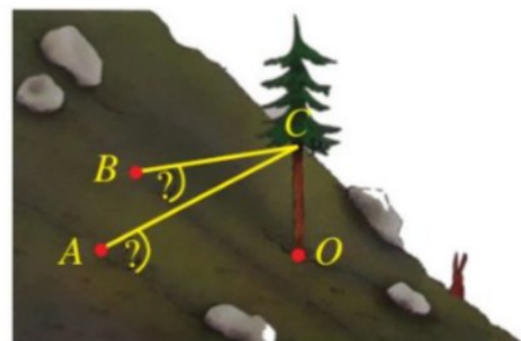
Câu 2. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?



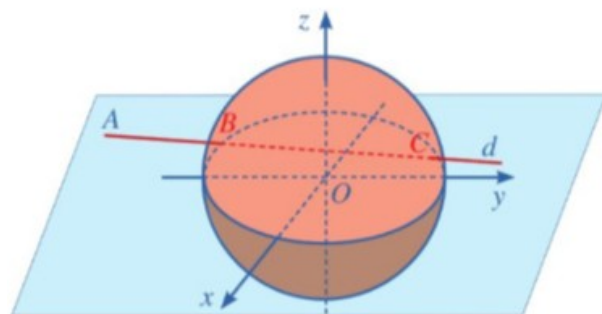
Câu 3. Một gia đình muốn làm cánh cổng như hình vẽ bên dưới. Phần phía trên cổng có hình dạng là parabol với $IH=2,5m$, phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh $AD=4m$, $AB=6m$. Giả sử giá để làm phần cổng phía trên là 1 200 000đồng/m². Số tiền tổng cộng gia đình cần trả là bao nhiêu triệu đồng ?



Câu 4. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0;0;0)$, $A(3;-4;2)$, $B(-5;-2;1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Câu 5. Trong không gian tọa độ Oxyz, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiện thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $u=(91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Tọa độ của vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình radar là $C(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.



Câu 6. Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu (Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how*, Springer, 2005). Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu một cách ngẫu nhiên. Hỏi xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	B	D	A	C	B	C	A	A	B	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☞ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	11,1	10	36	92	463	0,95

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu
- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.
- C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

Giải: chọn C

Theo định nghĩa $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

- Câu 2.** Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. $\int f(x)dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 - x + C$.
- C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 - C$.

Giải: chọn B

$$\int f(x)dx = \int (3x^2 - 1)dx = \int 3x^2 dx - \int 1 dx = x^3 - x + C$$

- Câu 3.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$.

A. $\int 2\sin x dx = \sin 2x + C$

B. $\int 2\sin x dx = -2\cos x + C$

C. $\int 2\sin x dx = 2\cos x + C$

D. $\int 2\sin x dx = \sin^2 x + C$

Giải: chọn B

$$\int 2\sin x dx = 2 \int \sin x dx = -2\cos x + C$$

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Giải: chọn D

$$F(x) = \int (e^x + 2x) dx = \int e^x dx + \int 2x dx = e^x + x^2 + C$$

Mà $F(0) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow e^0 + 0^2 + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$

Vậy $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Câu 5. Biết $\int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 7$.

B. $S = 5$.

C. $S = 8$.

D. $S = 6$.

Giải: chọn A

$$\begin{aligned} \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx &= \left(x + 2 \ln |x|\right) \Big|_1^3 \\ &= 3 + 2 \ln 3 - 1 = 2 + 2 \ln 3 \end{aligned}$$

Từ kết quả ta có $a = 2, b = 2, c = 3$, nên $a + b + c = 7$. Chọn câu A.

Câu 6. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$. C. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. D. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$.

Giải: chọn C

Công thức tính Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$ B. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$ C. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$ D. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$

Giải: chọn B

$(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$ có một VTPT là $\vec{n} = (1; -4; 3)$

Mà $\vec{n}_3$ cùng phương với $\vec{n}$ nên $\vec{n}_3$ cũng là một VTPT mp(P)

Câu 8. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua điểm $B(3, 4, -5)$ và có cặp vector chỉ phương $\vec{a} = (3, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -2, 1)$ là:

- A. $x - 4y - 7z - 16 = 0$ B. $x - 4y + 7z + 16 = 0$
C. $x + 4y + 7z + 16 = 0$ D. $x + 4y + 7z - 16 = 0$

Giải: chọn C

Xét $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -4; -7)$

(α) có cặp VTCP là $\vec{a} = (3, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -2, 1)$ nên (α) có một VTPT là $(1; 4; 7)$ và qua $B(3, 4, -5)$

Suy ra $(\alpha): x + 4y + 7z + 16 = 0$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

- A. $P(-1; 2; 1)$ B. $Q(1; -2; -1)$ C. $N(-1; 3; 2)$ D. $P(1; 2; 1)$

Giải: chọn A

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$ qua $P(-1; 2; 1)$

Câu 10. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm I là :

- A. $I(1; -2; 0)$ B. $I(-1; 2; 0)$ C. $I(1; 2; 0)$ D. $I(-1; -2; 0)$

Giải: chọn A

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm $I(1; -2; 0)$

Câu 11. Cho hai biến cố A và B . có xác suất $P(A) = 0,4; P(B) = 0,7; P(A \cap B) = 0,3$. Hãy tính xác suất $P(A|B)$.

- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{7}{10}$

Giải: chọn B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

Câu 12. Cho hai biến cố A và B , với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\bar{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. $0,25$. B. $0,65$. C. $\frac{56}{65}$. D. $0,5$.

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})} = \frac{56}{65}$$

Giải:

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $\int_{-2024}^{2024} dx = 4048$.

b) $\int_a^b f_1(x) \cdot f_2(x) dx = \int_a^b f_1(x) dx \cdot \int_a^b f_2(x) dx$.

c) $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$, $b \in (a; c)$.

d) Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$$

Giải:

a) Đúng vì: $\int_{-2024}^{2024} dx = x \Big|_{-2024}^{2024} = 2024 - (-2024) = 4048$

b) Sai vì không có tính chất đó.

c) Đúng vì áp dụng tính chất chèn cận trong sgk.

d) Đúng vì $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$

Câu 2. Quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ quanh trục hoành bằng

$$V = \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx.$$

a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là

$$V = \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx$$

b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là

$$V = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1$$

c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là

d) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là $\frac{16\pi}{15}$

Giải:

- a) Sai
- b) Sai
- c) Đúng
- d) Sai

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \pi \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3} \right) = \frac{8\pi}{15}.$$

Vì

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 4)$, đường thẳng $d_1: \frac{x-10}{7} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-15}{8}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$

$$d_2: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- a) Phương trình tham số của đường thẳng là
- b) Đường thẳng d_1 đi qua điểm M .
- c) Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

d) Đường thẳng d đi qua M , vuông góc với d_1 và d_2 là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Giải:

- a) Đúng

b) Sai vì Thay M vào d_1 , ta được $-\frac{9}{7} = 5 = -\frac{9}{8}(5)$. Suy ra d_1 không đi qua M .

- c) Sai vì

d_1 có vtcp $a = (7; 1; 8)$, qua $A(10; -4; 15)$,

d_2 có vtcp $b = (-3; 4; 5)$, qua $B(-1; 1; 0)$

Ta có: a, b không cùng phương và $[a, b]_{AB}^{UU} = (-27; -59; 31) \cdot (-11; 5; -15) = -463 \neq 0$. Suy ra d_1 và d_2 chéo nhau.

d) Sai vì d qua M, có vtcp là $(-27; -59; 31)$.

Câu 4. Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng. Kết quả khảo sát như sau:

Thái độ \ Phân xưởng	Hài lòng	Không hài lòng
Phân xưởng I	37	13
Phân xưởng II	63	27

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tổng số công nhân được khảo sát là 140
- b) Xác suất công nhân hài lòng với điều kiện làm việc của họ xấp xỉ 0,71.
- c) Xác suất công nhân phân xưởng I hài lòng về điều kiện làm việc xấp xỉ là 0,86.
- d) Xác suất công nhân hài lòng về điều kiện làm việc biết công nhân đó làm việc ở phân xưởng I là 0,74

Giải:

a) Đúng vì Tổng số công nhân được khảo sát là: $37 + 13 + 63 + 27 = 140$

b) Đúng vì:

A "Công nhân được khảo sát hài lòng"

B "Công nhân được khảo sát ở phân xưởng I"

Xác suất công nhân hài lòng với điều kiện làm việc của họ xấp xỉ 0,71

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{37 + 63}{140} = \frac{100}{140} \approx 0,71$$

c) Sai vì Xác suất công nhân phân xưởng I hài lòng về điều kiện làm :

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{37}{140} \approx 0,26$$

d) Đúng vì Xác suất công nhân hài lòng về điều kiện làm việc biết công nhân đó làm việc ở phân xưởng I là :

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{37}{37 + 13} = 0,74$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên). Gọi $h(t)$ là mực nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mực nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số

$h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t=0$ (giờ), mực nước trong hồ chứa là 6 m. Tính mực nước trong hồ tại thời điểm $t=5$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Giải:

Mức nước trong hồ tại thời điểm t (giờ) được xác định bởi công thức:

$$h(t) = \int h'(t)dt = \int \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)dt = \frac{1}{216} \left(5 \frac{t^3}{3} - 60t^2 + 480t \right) + C \quad (0 \leq t \leq 24)$$

Tại thời điểm $t=0 \Rightarrow h(0)=6 \Leftrightarrow C=6$

$$t=5 \Rightarrow h(5) = \frac{1}{216} \left(5 \frac{5^3}{3} - 60 \cdot 5^2 + 480 \cdot 5 \right) + 6 \approx 11,1(m)$$

Tại thời điểm

Vậy tại thời điểm $t=5$ (giờ) thì mực nước trong hồ xấp xỉ 11,1 m.

Câu 2. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?



Trả lời: 10

Giải:

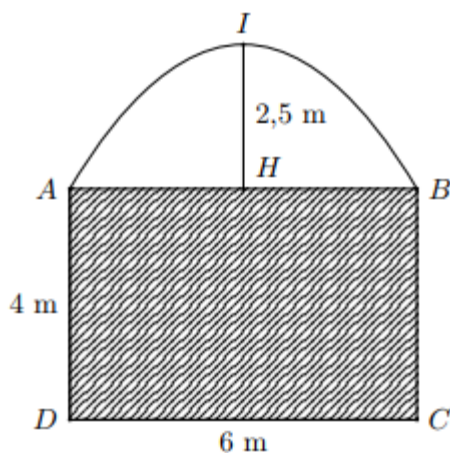
Ta có: ô tô dừng hẳn suy ra $v(t)=0 \Leftrightarrow -5t+10=0 \Leftrightarrow t=2$

Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$s(t) = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2$$

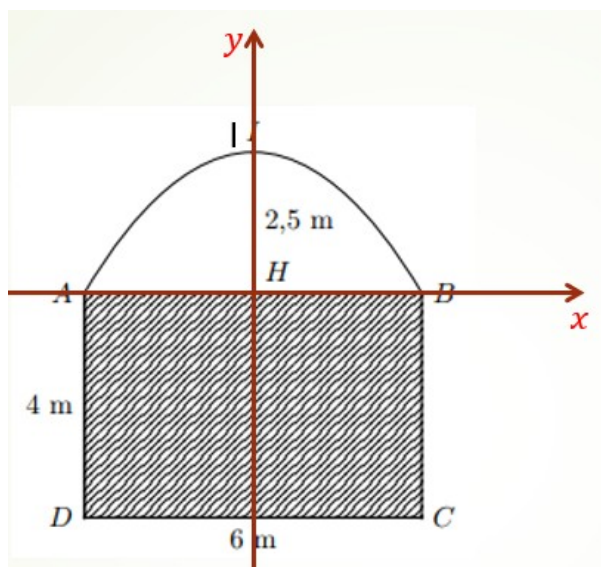
$$= -\frac{5}{2} \cdot 2^2 + 10 \cdot 2 = 10 \text{ (m)}$$

Câu 3. Một gia đình muốn làm cánh cổng như hình vẽ bên dưới. Phần phía trên cổng có hình dạng là parabol với $IH = 2,5 \text{ m}$, phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh $AD = 4 \text{ m}$, $AB = 6 \text{ m}$. Giả sử giá để làm phần cổng phía trên là $1\,200\,000 \text{ đồng/m}^2$. Số tiền tổng cộng gia đình cần trả là bao nhiêu triệu đồng?



Giải

Gắn hệ trục như sau:



$(P): y = ax^2 + bx + c$ qua 3 điểm $A(-3;0), B(3;0), I(0;2,5)$

Gọi Parabol có hàm số là :

$$\begin{cases} 9a - 3b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ c = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{18} \\ b = 0 \\ c = 2,5 \end{cases}$$

Suy ra hệ sau :

$$S_1 = \int_{-3}^3 \left(-\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = 10$$

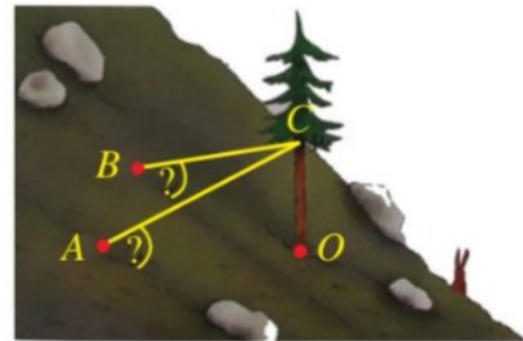
Diện tích phần phía trên cánh cổng:

$$\text{Diện tích phần phía dưới cánh cổng: } S_2 = 4.6 = 24m^2$$

$$\text{Diện tích cánh cổng: } S = 10 + 24 = 34m^2$$

Số tiền tổng cộng gia đình cần trả là: $10.1200000 + 24.1000000 = 36000000$ đồng $= 36$ triệu đồng

Câu 4. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0;0;0)$, $A(3; -4; 2)$, $B(-5; -2; 1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Giải:

$$\text{Ta có: } C(0;0;5), \vec{OA} = (3; -4; 2), \vec{OB} = (-5; -2; 1) \text{ nên } [\vec{OA}, \vec{OB}] = (0; -13; -26)$$

Vì thế, vector $n = (0; 1; 2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (OAB).

Mặt khác, do $\vec{CA} = (3; -4; -3)$, $\vec{BC} = (5; 2; 4)$ nên ta có:

$$\sin(CA, (OAB)) = \frac{10}{\sqrt{170}} \Rightarrow (CA, (OAB)) \approx 50^\circ$$

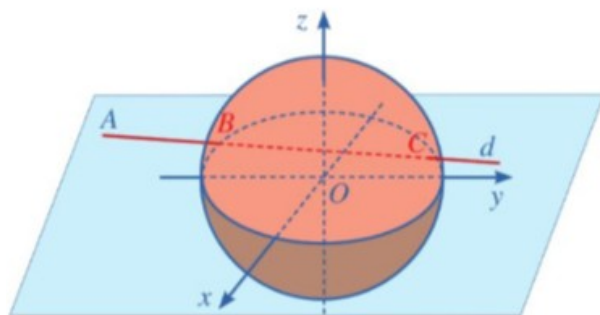
Góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi là khoảng 50° .

$$\sin(BC, (OAB)) = \frac{2}{3} \Rightarrow (BC, (OAB)) \approx 42^\circ$$

Góc tạo bởi dây neo BC và mặt phẳng sườn núi là khoảng 42° .

Vậy tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi là khoảng 92°

Câu 5: Trong không gian tọa độ Oxyz, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiện thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688; -185; 8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $u = (91; 75; 0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Tọa độ của vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình ra đa là $C(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.



Giải:

Phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $A(-688; -185; 8)$ và có vtcp $u = (91; 75; 0)$ là:

$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Ta có C thuộc đường thẳng d nên $C(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$

Vì C là vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình ra đa nên

$$OC = 417 \Leftrightarrow \sqrt{(-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 8^2} = 417 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 8 \Rightarrow C(40; 415; 8) \Rightarrow AC \approx 943 \text{ km}$$

$$\text{Với } t = 3 \Rightarrow C(-415; 40; 8) \Rightarrow AC \approx 353 \text{ km} < 943 \text{ km}$$

Tọa độ của vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình ra đa là $C(40; 415; 8)$

$$\text{Vậy } a + b + c = 463$$

Câu 6. Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu (Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how*, Springer, 2005). Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu một cách ngẫu nhiên. Hỏi xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Giải

Gọi A “Người được chọn mù màu”; B “Người được chọn là đàn ông”

Ta có:

$$P(A | B) = 5\% = 0,05$$

$$P(A | \bar{B}) = 0,25\% = 0,0025.$$

$$P(A) = P(B) = 0,5$$

Xác suất để người bị mù đó là đàn ông là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})} = \frac{0,5.0,05}{0,5.0,05 + 0,5.0,0025}$$
$$= \frac{20}{21} \approx 0,95$$