PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO	ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 THCS CẤP HUYỆN
HUYỆN NGA SƠN	NĂM HỌC: 2016-2017
	Môn thi: TOÁN 8
ĐỀ CHÍNH THỨC	Thời gian làm bài: 150 phút
	Ngày thi: 04/04/2017

Câu 1. (4 điểm)

Cho biểu thức $M=\left[\dfrac{(a-1)^2}{3a+(a-1)^2}-\dfrac{1-2a^2+4a}{a^3-1}\right]:\dfrac{a^3+4a}{4a^2}$

a) Rút gọn M

b) Tìm a để $M>0$

c) Tìm giá trị của a để biểu thức M đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2. (5 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{x+2}{98}+\dfrac{x+4}{96}=\dfrac{x+6}{94}+\dfrac{x+8}{92}$

b) $x^6-7x^3-8=0$

2) Tìm m để phương trình sau vô nghiệm

$$\frac{1-x}{x-m}+\frac{x-2}{x+m}=\frac{2(x-m)-2}{m^2-x^2}$$

3) Tìm a,b sao cho $f(x)=ax^3+bx^2+10x-4$ chia hết cho đa thức $g(x)=x^2+x-2$

Câu 3. (4 điểm)

1) Cho $x+y+z=1$ và $x^3+y^3+z^3=1$. Tính $A=x^{2015}+y^{2015}+z^{2015}$

2) Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc $30km/h$, nhưng sau khi đi được 1 giờ người ấy nghỉ hết 15 phút, do đó phải tăng vận tốc thêm $10km/h$ để đến B đúng giờ đã định. Tính quãng đường AB ?

Câu 4. (5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có AC cắt BD tại O, M là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC (M khác B,C). Tia AM cắt đường thẳng CD tại N. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $BE=CM$

a) Chứng minh ΔOEM vuông cân

b) Chứng minh : $ME//BN$

c) Từ C kẻ $CH\perp BN(H\in BN)$. Chứng minh rằng ba điểm O,M,H thẳng hàng.

Câu 5. (2 điểm)

Cho số thực dương a,b,c thỏa mãn $a+b+c=2016$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{2a+3b+3c+1}{2015+a}+\frac{3a+2b+3c}{2016+b}+\frac{3a+3b+2c-1}{2017+c}$

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2 điểm)

a) Điều kiện: $a\neq 0; a\neq 1$

Ta có: $M=\left[\frac{(a-1)^2}{3a+(a-1)^2}-\frac{1-2a^2+4a}{a^3-1}+\frac{1}{a-1}\right]:\frac{a^3+4a}{4a^2}$

$=\left[\frac{(a-1)^2}{a^2+a+1}-\frac{1-2a^2+4a}{(a-1)(a^2+a+1)}+\frac{1}{a-1}\right].\frac{4a^2}{a(a^2+4)}$

$=\frac{(a-1)^3-1+2a^2-4a+a^2+a+1}{(a-1)(a^2+a+1)}.\frac{4a}{a^2+4}$

$=\frac{a^3-3a^2+3a-1-1+2a^2-4a+a^2+a+1}{(a-1)(a^2+a+1)}.\frac{4a}{a^2+4}$

$=\frac{a^3-1}{a^3-1}.\frac{4a}{a^2+4}=\frac{4a}{a^2+4}$

b) $M>0\Leftrightarrow 4a>0\Leftrightarrow a>0$

Kết hợp với điều kiện suy ra $M>0$ khi $a>0$ và $a\neq 1$

c) Ta có: $M=\frac{4a}{a^2+4}=\frac{(a^2+4)-(a^2-4a+4)}{a^2+4}=1-\frac{(a-2)^2}{a^2+4}$

Vì $\frac{(a-2)^2}{a^2+4}\geq 0$ với mọi a nên $1-\frac{(a-2)^2}{a^2+4}\leq 1$ với mọi a

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{(a-2)^2}{a^2+4}=0\Leftrightarrow a=2$

Vậy $Max_M=1$ khi $a=2$.

Câu 2.

1)

a) Ta có:

$$\frac{x+2}{98}+\frac{x+4}{96}=\frac{x+6}{94}+\frac{x+8}{92}$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x+2}{98}+1\right)+\left(\frac{x+4}{96}+1\right)=\left(\frac{x+6}{94}+1\right)+\left(\frac{x+8}{92}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow(x+100).\left(\frac{1}{98}+\frac{1}{96}-\frac{1}{94}-\frac{1}{92}\right)=0$$

Vì $\frac{1}{98}+\frac{1}{96}-\frac{1}{94}-\frac{1}{92}\neq 0$

Do đó: $x+100=0\Leftrightarrow x=-100$

Vậy phương trình có nghiệm : $x=-100$

b)

Ta có:

$x^6-7x^3-8=0\Leftrightarrow\left(x^3+1\right)\left(x^3-8\right)=0$

$\Leftrightarrow(x+1)\left(x^2-x+1\right)(x-2)\left(x^2+2x+4\right)=0(*)$

Do $x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ và $x^2+2x+4=(x+1)^2+3>0$ với mọi x

Nên $(*)\Leftrightarrow(x+1)(x-2)=0\Leftrightarrow x\in\{-1;2\}$

2) $\frac{1-x}{x-m}+\frac{x-2}{x+m}=\frac{2(x-m)-2}{m^2-x^2}\quad(1)$

ĐKXĐ: $x+m\neq 0$ và $x-m\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm m$

$\Rightarrow(1-x)(x+m)+(x-2)(x-m)=2-2(x-m)$

$\Leftrightarrow(2m-1)x=m-2(*)$

+Nếu $2m-1=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ ta có: $(*)\Leftrightarrow 0x=\frac{-3}{2}$ (vô nghiệm)

+Nếu $m\neq\frac{1}{2}$ ta có $(*)\Leftrightarrow x=\frac{m-2}{2m-1}$

- Xét $x=m$

$\Leftrightarrow\frac{m-2}{2m-1}=m\Leftrightarrow m-2=2m^2-m$

$\Leftrightarrow 2m^2-2m+2=0\Leftrightarrow m^2-m+1=0\Leftrightarrow\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=0$

(Không xảy ra vì vế trái luôn dương)

Xét $x=-m$

$\Leftrightarrow \dfrac{m-2}{2m-1} = -m \Leftrightarrow m-2 = -2m^2 + m$

$\Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$

Vậy phương trình vô nghiệm khi $m = \dfrac{1}{2}$ hoặc $m = \pm 1$

3)

Ta có: $g(x) = x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$

Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$

Nên tồn tại một đa thức $q(x)$ sao cho $f(x) = g(x).q(x)$

$\Rightarrow ax^3 + bx^2 + 10x - 4 = (x+2).(x-1)q(x)$

Với $x = 1 \Rightarrow a + b + 6 = 0 \Rightarrow b = -a - 6\ (1)$

Với $x = -2 \Rightarrow 2a - b + 6 = 0 (2)$

Thay (1) vào (2) ta có: $a = -4$ và $b = -2$

Câu 3.

1)

Từ $x + y + z = 1 \Leftrightarrow (x+y+z)^3 = 1$

Mà $x^3 + y^3 + z^3 = 1$

$\Rightarrow (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 0$

$\Leftrightarrow (x+y+z)^3 - z^3 - (x^3 + y^3) = 0$

$\Leftrightarrow (x+y+z-z)\left[(x+y+z)^2 + (x+y+z)z + z^2\right] - (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 0$

$\Leftrightarrow (x+y)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz + xz + yz + z^2 + z^2 - x^2 + xy - y^2) = 0$

$\Leftrightarrow (x+y)(3z^2 + 3xy + 3yz + 3xz) = 0$

$\Leftrightarrow (x+y)3(y+z)(x+z) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=0 \\ y+z=0 \\ x+z=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-y \\ y=-z \\ x=-z \end{array}\right.$$

*Nếu $x = -y \Rightarrow z = 1 \Rightarrow A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 1$

*Nếu $y = -z \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 1$

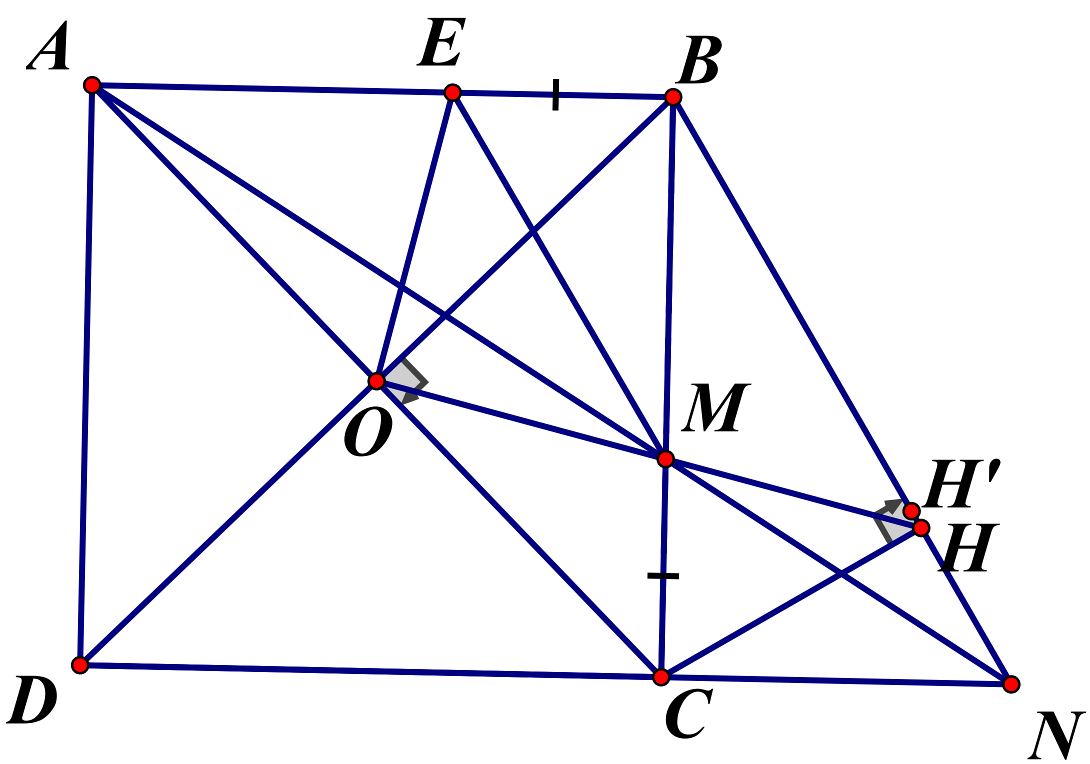
*Nếu $x = -z \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 1$

2)

Gọi $x(km)$ là độ dài quãng đường AB. ĐK: $x > 0$

Thời gian dự kiến đi hết quãng đường AB: $\frac{x}{30}$ (giờ)
Quãng đường đi được sau 1 giờ: $30(km)$
Quãng đường còn lại : $x-30(km)$
Thời gian đi quãng đường còn lại: $\frac{x-30}{40}$ (giờ)
Theo bài ta có phương trình: $\frac{x}{30}=1+\frac{1}{4}+\frac{x-30}{40}$
$\Leftrightarrow 4x=30.5+3.(x-30)\Leftrightarrow x=60$ (thỏa mãn)
Vậy quãng đường AB là $60km$.

Câu 4.



a)
Xét ΔOEB và ΔOMC
Vì $ABCD$ là hình vuông nên ta có : $OB=OC$
Và $\hat{B}_1=\hat{C}_1=45^0$
$BE=CM\,(gt)$

Suy ra $\Delta OEM = \Delta OMC(c.g.c)$

$\Rightarrow OE = OM$ và $\hat{O}_1 = \hat{O}_3$

Lại có: $\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = \widehat{BOC} = 90^0$ vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông

$\Rightarrow \hat{O}_2 + \hat{O}_1 = \widehat{EOM} = 90^0$ kết hợp với $OE = OM \Rightarrow \Delta OEM$ vuông cân tại O

b) Từ giả thiết $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB = CD$ và $AB//CD$

$+ AB//CD \Rightarrow AB//CN \Rightarrow \dfrac{AM}{MN} = \dfrac{BM}{MC}$ (định lý Ta-let) $(*)$

Mà $BE = CM\,(gt)$ và $AB = CD \Rightarrow AE = BM$ thay vào $(*)$

Ta có: $\dfrac{AM}{MN} = \dfrac{AE}{EB} \Rightarrow ME//BN$ (theo Định lý Talet đảo)

c) Gọi H' là giao điểm của OM và BN

Từ $ME//BN \Rightarrow \widehat{OME} = \widehat{MH'B}$

Mà $\widehat{OME} = 45^0$ vì ΔOEM vuông cân tại O $\Rightarrow \widehat{MH'B} = 45^0 = \hat{C}_1$

$\Rightarrow \Delta OMC \sim \Delta BMH'\,(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{OM}{BM} = \dfrac{MC}{MH'}$, kết hợp $\widehat{OMB} = \widehat{CMH'}$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta OMB \sim \Delta CMH'(c.g.c) \Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{MH'C} = 45^0$

Vậy $\widehat{BH'C} = \widehat{BH'M} + \widehat{MH'C} = 90^0 \Rightarrow CH' \perp BN$

Mà $CH \perp BN\,(H \in BN) \Rightarrow H \equiv H'$ hay 3 điểm O, M, H thẳng hàng (đpcm)

Câu 5.

Ta có:

$$P = \frac{2a+3b+3c+1}{2015+a} + \frac{3a+2b+3c}{2016+b} + \frac{3a+3b+2c-1}{2017+c}$$

$$= \frac{b+c+4033}{2015+a} + \frac{c+a+4032}{2016+b} + \frac{a+b+4031}{2017+c}$$

Đặt

$2015 + a = x$

$2016 + b = y$

$2017 + c = z$

$$P = \frac{b+c+4033}{2015+a} + \frac{c+a+4032}{2016+b} + \frac{a+b+4031}{2017+c}$$

$$= \frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z} = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{z}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{y}$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{y}{x}.\frac{x}{y}} + 2\sqrt{\frac{z}{x}.\frac{x}{z}} + 2\sqrt{\frac{y}{z}.\frac{z}{y}} = 6 \qquad (Co-si)$$

Dấu " =" xảy ra khi $x = y = z$ suy ra $a = 673, b = 672, c = 671$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 6 khi $a = 673, b = 672, c = 671$