|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH QUẢNG NINH**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi: TOÁN (chuyên)**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. Cho các số hữu tỷ thỏa mãn Chứng minh là số hữu tỉ
2. Giải phương trình : 
3. Giải hệ phương trình 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng với là số nguyên bất kỳ thì không thể viết dưới dạng tích hai số nguyên liên tiếp
2. Tìm tất cả các số thực sao cho trong đó ký hiệu với là số nguyên lớn nhất không vượt quá 

**Câu 3. (1,0 điểm)** Cho các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu 4. (3,5 điểm)** Cho tam giác có ba góc nhọn, đường cao Đường tròn (O) đường kính cắt tại . Gọi D là một điểm trên cung nhỏ Hai đường thẳng và cắt nhau tại G, đường thẳng cắt đường tròn tại M (khác E), hai đường thẳng và cắt nhau tại I, đường thẳng cắt đường tròn tại P (P khác C).

1. Chứng minh tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Hai đường thẳng và cắt nhau tại N, và cắt nhau tại K. Chứng minh hai đường thẳng và song song với nhau

**Câu 5. (0,5 điểm)** Chứng minh rằng trong 16 số nguyên dương đôi một khác nhau nhỏ hơn 23, bao giờ cũng tìm được hai số khác nhau có tích là số chính phương

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. **Cho các số hữu tỷ thỏa mãn Chứng minh là số hữu tỉ**

****

****

Vì hữu tỉ hữu tỉ

1. **Giải phương trình : **

ĐK: 



Vậy 

1. **Giải hệ phương trình **

Điều kiện : . Nhân vế với vế của hai phương trình ta được :



Vậy hệ có hai nghiệm 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. **Chứng minh rằng với là số nguyên bất kỳ thì không thể viết dưới dạng tích hai số nguyên liên tiếp**

Giả sử 

Có vế phải là với mọi x nguyên (1)

Xét vế trái :

Th1:thì cũng chia hết cho 5 nên

vế trái không chia hết cho 25

Th2: không chia hết cho 5 thì cũng không chia hết cho 5

Nên không chia hết cho 5không chia hết cho 5 hay vế trái không chia hết cho 25

Cả hai trường hợp đều mâu thuẫn với (1). Vậy không viết được dưới dạng tích hai số nguyên liên tiếp

1. **Tìm tất cả các số thực sao cho trong đó ký hiệu với là số nguyên lớn nhất không vượt quá **

Với mọi 

Với mọi 

Từ (1) và (2) hoặc 

Giải 

Giải 

Vậy các số phải tìm là 

**Câu 3. (1,0 điểm) Cho các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

****

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có : 



Đặt 



dấu xảy ra khi 

Vậy 

**Câu 4. (3,5 điểm)  
 Cho tam giác có ba góc nhọn, đường cao Đường tròn (O) đường kính cắt tại . Gọi D là một điểm trên cung nhỏ Hai đường thẳng và cắt nhau tại G, đường thẳng cắt đường tròn tại M (khác E), hai đường thẳng và cắt nhau tại I, đường thẳng cắt đường tròn tại P (P khác C)**

****

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp**

D thuộc đường tròn đường kính 



tứ giác nội tiếp 

(nội tiếp (O) cùng chắn cung DC)nên tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh **

đường tròn đường kính (cùng phụ với ; (cùng chắn cung 

Xét và có (đối đỉnh), 



1. **Hai đường thẳng và cắt nhau tại N, và cắt nhau tại K. Chứng minh hai đường thẳng và song song với nhau**

****và có (đối đỉnh), (cùng chắn cung EC)

Lại có 

Xét và có 

Xét và có nên tứ giác nội tiếp hay 

Mà 

**Câu 5. (0,5 điểm) Chứng minh rằng trong 16 số nguyên dương đôi một khác nhau nhỏ hơn 23, bao giờ cũng tìm được hai số khác nhau có tích là số chính phương**

Lập 15 nhóm như sau:

Nhóm 1: 1; 4; 9; 16

Nhóm 2: 2; 8; 18

Nhóm 3: 3; 12

Nhóm 4: 5; 20

11 nhóm tiếp theo, mỗi nhóm có 1 số là một trong 11 số không ở nhóm nào trong 4 0,25 nhóm trên.

Với 16 số nguyên dương đôi một khác nhau nhỏ hơn 23 được xếp vào 15 nhóm

→ có hai số được xếp vào cùng một nhóm, mà 11 nhóm cuối chỉ có 1 số

→ hai số đó ở cùng một nhóm trong các nhóm từ nhóm 1 đến nhóm 4

 tích của chúng là số chính phương.