

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

1. Lý do chọn đề tài.

Trong cấu trúc đề thi THPT Quốc gia hay các kì thi chọn học sinh giỏi luôn có bài toán hình học về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng. Đó là phần bài tập khó, có tính phân loại, vì vậy đa số học sinh gặp nhiều khó khăn trong việc giải quyết các bài toán này.

Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng là chương trình hình học 10, là phần tiếp nối với hình học phẳng ở THCS nhưng nhìn dưới quan điểm đại số và giải tích. Như vậy mỗi bài toán hình học tọa độ phẳng đều mang bản chất của một bài toán hình học phẳng nào đó. Tuy nhiên khi giải các bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng, học sinh thường khó vận dụng được các tính chất của hình học phẳng vì hình học phẳng thường khó và các tính chất đó thường khó phát hiện trong các bài toán về phương pháp tọa độ. Bên cạnh đó phép biến hình là mảng kiến thức khó, học sinh ngại học. Vì vậy, thực tế yêu cầu phải trang bị cho học sinh một hệ thống các phương pháp suy luận để giải các bài toán hình học phẳng hiệu quả hơn.

Với những lý do đó, tôi đưa ra sáng kiến kinh nghiệm “ ***Phép đối xứng trục trong một số bài toán về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng***” nhằm giúp học sinh có định hướng tốt hơn để giải các bài toán về tọa độ trong mặt phẳng và nhằm nâng cao chất lượng giảng dạy, giúp học sinh đạt kết quả cao hơn trong các kì thi.

2. Mục đích nghiên cứu.

Tìm ra phương pháp dạy học phù hợp với học sinh trường THPT. Làm cho học sinh hiểu, dễ nhớ và vận dụng được các tính chất của hình học phẳng vào giải quyết các bài toán về tọa độ trong mặt phẳng. Học sinh tìm được mối liên hệ giữa các tính chất của phép đối xứng trục với các tính chất hình học phẳng, với bản chất hình học của bài toán tọa độ trong mặt phẳng.

3. Phạm vi nghiên cứu.

Nghiên cứu và vận dụng một số tính chất của phép đối xứng trục vào giải các bài toán về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng cho học sinh khối 10, khối 11 và học sinh ôn thi đại học.

B. NỘI DUNG

1. Cơ sở lý luận

1.1. Một số tính chất của một số phép đối xứng trục.

- Phép đối xứng trục: Điểm M và M' ($M \neq M'$) được gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là đường trung trực của đoạn MM'.

- Phép đối xứng trục là phép dời hình, tức là nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

- Hệ quả: Phép biến hình biến 3 điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của chúng; biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó; biến một đường thẳng thành một đường thẳng; biến một tia thành một tia; biến một góc thành một góc bằng nó; biến một tam giác bằng một tam giác bằng nó; biến một đường tròn bằng một đường tròn bằng nó.

1.2. Một số vấn đề về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng.

- Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

Trung điểm M của đoạn AB có tọa độ được xác định $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

- Cho đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$, đi qua $M(x_0; y_0)$ có phương trình $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ hay $Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$)

- Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$ thì có vector pháp tuyến $\vec{n} = (b; -a)$.

- Cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Khoảng cách từ M đến Δ được xác định bởi: $d(M; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

- Đường tròn tâm I(a; b) có bán kính R có phương trình: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

2. Thực trạng của vấn đề nghiên cứu.

Mỗi chúng ta đều nhận thấy Toán học là môn học khó, không phải học sinh nào cũng tiếp thu tốt kiến thức toán học. Các bài toán về tọa độ trong mặt phẳng trong các đề thi đại học, cao đẳng lại càng làm cho học sinh lúng túng vì không biết định hướng từ đâu. Nhiều học sinh thường có thói quen không tốt là đọc đề chưa kĩ đã làm ngay, có khi sự thử nghiệm đó cũng đưa đến kết quả nhưng hiệu suất không cao. Với tình hình ấy để giúp học sinh định hướng tốt hơn trong

quá trình giải toán hình học tọa độ trong mặt phẳng, người giáo viên cần tạo cho học sinh thói quen xem xét bài toán dưới nhiều góc độ, khai thác các yếu tố đặc trưng hình học của bài toán để tìm lời giải. Trong đó việc hình thành cho học sinh khả năng tư duy theo các phương pháp giải là một điều cần thiết. Việc trải nghiệm qua quá trình giải toán sẽ giúp học sinh hoàn thiện kỹ năng định hướng và giải toán.

Cần nhấn mạnh một điều rằng, đa số các học sinh sau khi tìm được một lời giải cho bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng thường không suy nghĩ, đào sâu thêm. Học sinh thường không chú ý đến bản chất hình học phẳng của bài toán nên mặc dù làm rất nhiều bài toán hình học tọa độ nhưng vẫn không phân loại được dạng toán cơ bản cũng như bản chất của bài toán. Thậm chí một bài toán tương tự nhau xuất hiện trong nhiều đề thi mà học sinh vẫn làm miệt mài như lần đầu tiên giải nó, bởi không nhận biết được dạng toán này đó từng làm.

Với thực trạng đã chỉ ra, thông thường học sinh sẽ dễ dàng cho lời giải đối với các bài toán có cấu trúc đơn giản. Còn khi đưa ra bài toán khác một chút cấu trúc cơ bản học sinh thường tỏ ra rất lúng túng và không biết định hướng tìm lời giải bài toán. Từ đó, hiệu quả giải toán của học sinh bị hạn chế rất nhiều. Trước thực trạng đó của học sinh, tôi thấy cần thiết phải hình thành cho học sinh thói quen xem xét bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng theo bản chất hình học phẳng. Và vì vậy song song với các lời giải cho bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng, tôi luôn yêu cầu học sinh chỉ ra bản chất và bài toán hình phẳng tương ứng, từ đó phân tích ngược lại cho bài toán vừa giải.

Trong sáng kiến kinh nghiệm này, tôi đưa ra một số nội dung vận dụng phép đối xứng trục để tìm ra bản chất, tính chất hình học của bài toán tọa độ phẳng, để định hướng, tìm lời giải cho các bài toán đó. Qua đó giúp học sinh nhận thức được rằng: “Mỗi bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng luôn chứa đựng một bài toán hình phẳng tương ứng”. Vì vậy phân tích bản chất của bài toán hình học phẳng để hỗ trợ cho việc giải bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng là một suy nghĩ có chủ đích, giúp học sinh chủ động hơn trong việc tìm kiếm lời giải cũng như phân loại một cách tương đối các bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng.

Trên thực tế, tôi đã khảo sát chất lượng học tập của học sinh (về vấn đề giải các bài toán phương pháp tọa độ trong mặt phẳng) và đã thu được kết quả như sau:

Lớp	Số số	Giỏi		Khá		Trung bình		Yếu		Kém	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
10A1	43	7	16.3	18	41.9	13	30.2	5	11.6	0	0
11B2	40	6	15	17	42,5	10	25	7	17,5	0	0

Như vậy rõ ràng số lượng học sinh nắm bắt dạng toán này không nhiều với lý do không nhận dạng, không định hướng được cách giải rõ ràng.

3. Các biện pháp thực hiện

3.1. Các yêu cầu chung

- Điều tra học lực của học sinh qua các bài kiểm tra.
- Tổ chức ôn tập vào các buổi ngoại khoá nhằm tăng thời lượng luyện tập giải toán.
- Khi ra bài tập cho học sinh, giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện đầy đủ một số nội dung sau:
 - +) Đọc kỹ nội dung bài toán.
 - +) Nhận dạng bài toán thuộc dạng toán nào, thực hiện phép "quy lạ về quen".
 - +) Xác định rõ yêu cầu bài toán.
 - +) Xác định đúng giả thiết, kết luận (có thể viết giả thiết dưới dạng khác được không?)
 - +) Tự mình tiến hành giải bài toán.
 - +) Kiểm tra xem đã vận dụng hết giả thiết chưa, trong bài sử dụng những kiến thức nào?
 - +) Đối chiếu với cách giải của bạn, của thầy.
 - +) Tìm thêm các lời giải khác cho bài toán (nếu có).
 - +) Rút ra kinh nghiệm cho bản thân.

3.2. Thực hành qua các dạng toán

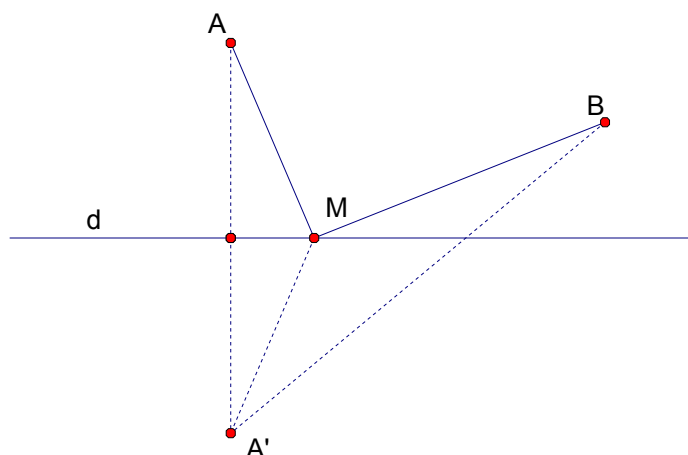
Trong phần này, tôi đưa ra một số dạng toán về vận dụng phép đối xứng trục vào giải các bài toán tọa độ trong mặt phẳng.

Các bài toán mang dấu hiệu của phép đối xứng trục.

Bài toán gốc: Cho hai điểm A, B nằm về cùng phía của đường thẳng d. Tìm M trên d sao cho $AM + BM$ ngắn nhất.

Cách giải:

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d. Khi đó với mọi $M \in d$, ta có: $MA = MA'$



$\Rightarrow MA + MB = MA' + MB \geq A'B$. Vậy $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi A' , M , B thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với d .

Từ đó, ta có thể áp dụng cách giải trên vào các bài toán tọa độ trong mặt phẳng như sau:

Bài 1.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình: $2x - y + 5 = 0$ và hai điểm $A(2; -1)$, $B(1; 2)$.

Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho chu vi ΔMAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Giáo viên hướng dẫn:

- Yêu cầu học sinh xác định dạng toán, phân tích giả thiết của bài toán.
- Kiểm tra xem A và B có cùng phía với d hay không?
- Từ đó có thể vận dụng bài toán tổng hợp ở trên.

Tiến hành giải toán:

Vì $(2 \cdot 2 + 1 + 5)(2 \cdot 1 - 2 + 5) > 0$ nên A và B nằm cùng phía so với d .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d , H là giao điểm của AA' và d .

AA' có phương trình: $1(x - 2) + 2(y + 1) = 0$ hay $x + 2y = 0$

$\Rightarrow$ Tọa độ của H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-2; 1)$

Vì H là trung điểm của AA' nên $A'(-6; 3)$

Với mọi M thuộc d , ta có $MA = MA'$

$\Rightarrow$ Chu vi ΔMAB được xác định: $MA + MB + AB \geq A'B + AB$

$\Rightarrow$ Chu vi ΔMAB đạt giá trị nhỏ nhất khi A' , M , B thẳng hàng hay M là giao điểm của $A'B$ và d .

Đường thẳng $A'B$ có phương trình: $x + 7y - 15 = 0$.

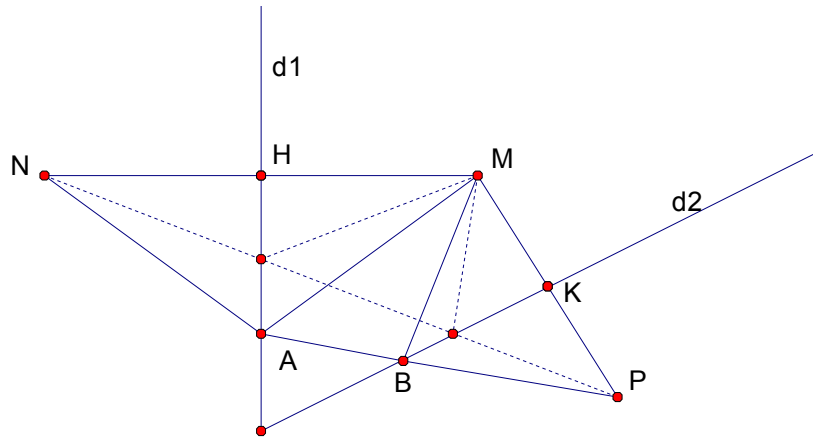
Tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x+7y-15=0 \\ 2x-y+5=0 \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Bài 2.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: $x - 2y = 0$ và điểm M(2; 3). Tìm A thuộc d, B thuộc trục Oy sao cho chu vi ΔMAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Định hướng:

- Phân tích giả thiết của bài toán: Vẽ hình, nhận xét vị trí của M đối với hai đường thẳng đã cho.
- Phép đối xứng trục được áp dụng như thế nào?
- Tổng quát bài toán.



Giả sử M là điểm nằm trong góc giữa hai đường thẳng d1, d2.

Gọi N là điểm đối xứng với M qua d1, P là điểm đối xứng với M qua d2.

Với mọi $A \in d1$, với mọi $B \in d2$, ta có $MA = NA$, $MB = PB$

Khi đó chu vi ΔMAB được xác định bởi:

$$C = MA + AB + MB = NA + AB + BP \geq NP$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi N, A, B, P thẳng hàng hay A là giao điểm của NP với d1, B là giao điểm của NP với d2.

Từ việc đưa ra bài toán tổng quát đó, ta đi đến cách giải bài toán trong mặt phẳng tọa độ như sau:

Gọi N là điểm đối xứng với M(2; 3) qua d: $x - 2y = 0$

MN có phương trình: $2(x - 2) + y - 3 = 0$ hay $2x + y - 7 = 0$

$\Rightarrow$ Tọa độ của H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases}$ hay $H\left(\frac{14}{5}; \frac{7}{5}\right)$

$$\Rightarrow N\left(\frac{18}{5}; -\frac{1}{5}\right)$$

Gọi P là điểm đối xứng với M qua trục Oy $\Rightarrow P(-2; 3)$

Khi đó NP có phương trình: $4x + 7y - 13 = 0$

Tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + 7y - 13 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{26}{15}; \frac{13}{15}\right)$$

Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + 7y - 13 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow B\left(0; \frac{13}{7}\right)$$

Bài 3.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có $A(1; 6)$, $B(-3; -2)$, $C(4; 1)$.

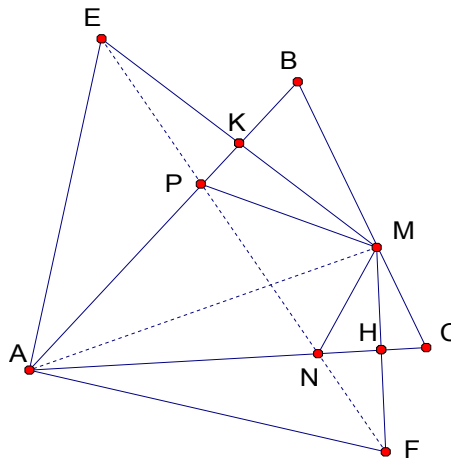
Tìm tọa độ các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, CA, AB sao cho chu vi ΔMNP đạt giá trị nhỏ nhất.

Định hướng:

- Bài toán này có dạng chung như hai bài toán trên. Điểm khác là ΔMNP có ba đỉnh chưa được xác định.

- Có thể sử dụng bài 2 như sau: Giả sử tìm được M thuộc BC thỏa mãn yêu cầu bài toán (M cố định). Bây giờ tìm N thuộc AC, P thuộc AB sao cho chu vi ΔMNP đạt nhỏ nhất. Sau đó tính chu vi đó theo AM.

- Tìm vị trí của M trên BC sao cho AM nhỏ nhất.



Cách giải:

Giả sử tìm được M thuộc BC thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Gọi E là điểm đối xứng với M qua AB, F là điểm đối xứng với M qua AC

Với mọi P thuộc AB, mọi N thuộc AC, ta có: $MP = EP$, $MN = NF$

Khi đó chu vi tam giác MNP đạt nhỏ nhất khi N là giao điểm của EF với AC, P là giao điểm của EF với AB và bằng $C = EF = 2AM \cdot \sin \angle BAC$

Mà AM ngắn nhất khi M là hình chiếu của A lên BC

Từ đó ta chứng minh được N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C của tam giác ABC.

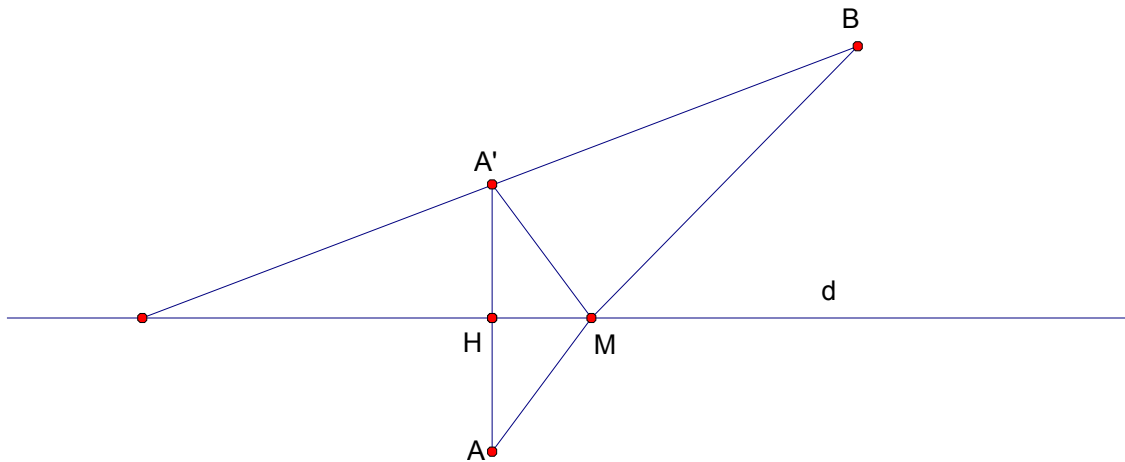
Từ việc sử dụng phép đối xứng trục để giải quyết bài toán tổng hợp, tìm ra kết quả của bài toán. Khi đó áp dụng vào tìm chân đường cao của tam giác ABC trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bài 4.

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: $3x - y - 2 = 0$ và hai điểm A(3; 1), B(-1; 2). Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Định hướng:

- Từ yêu cầu bài toán: Tìm M để $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất, học sinh sẽ liên tưởng đến bài toán cơ bản nào?
- Xét vị trí tương đối của A, B đối với d?
- Từ đó có thể áp dụng phép đối xứng trục như thế nào?



Cách giải

Dễ thấy A(3; 1), B(-1; 2) nằm về hai nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d: $3x - y - 2 = 0$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d (A' và B cùng phía với d).

Với mọi M thuộc d, ta có $MA = MA'$.

Khi đó $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi M, A', B thẳng hàng hay M là giao điểm của d và A'B.

Đường thẳng A'A có phương trình: $x + 3y - 6 = 0$.

Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x+3y-6=0 \\ 3x-y-2=0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{6}{5}; \frac{8}{5}\right)$

$\Rightarrow A'$ có tọa độ $A'\left(-\frac{3}{5}; \frac{11}{5}\right)$

Đường thẳng $A'B$ có phương trình: $x-2y+5=0$

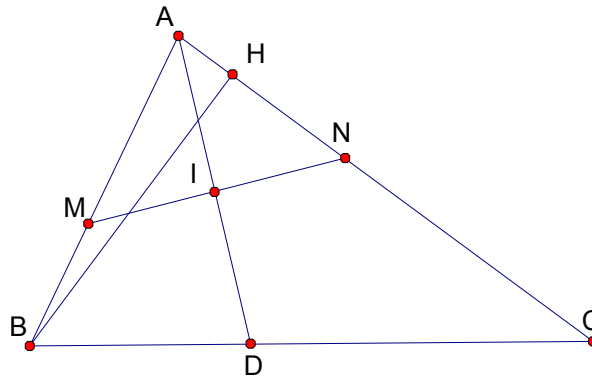
Tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x-2y+5=0 \\ 3x-y-2=0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{9}{5}; \frac{17}{5}\right)$

Mỗi chúng ta đều biết, nếu d là đường phân giác của $\angle Oy$, thì hai tia Ox và Oy đối xứng với nhau qua d hay phép đối xứng trục d biến tia Ox thành Oy hoặc ngược lại. Như vậy mỗi bài toán về đường phân giác của một góc, ta đều có thể sử dụng phép đối xứng trục để xử lý.

Bài 5.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $x+y+2=0$, đường cao kẻ từ B có phương trình: $2x-y+1=0$. Đường thẳng AB đi qua điểm $M(1; 1)$, diện tích tam giác ABC là $\frac{27}{2}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Định hướng:



Từ giả thiết của bài toán, có AD là đường phân giác trong góc A

$\Rightarrow AB$ và AC đối xứng với nhau qua AD

Mà AB đi qua M $\Rightarrow AC$ đi qua N đối xứng với M qua AD

Xác định được N, ta xác định được A, rồi B.

Sử dụng giả thiết diện tích tam giác để tìm C. Ở đây, ta tìm được 2 điểm C, nhưng chỉ có 1 điểm thỏa mãn, vì B, C nằm về hai phía của AD.

Bài giải

Qua M, kẻ đường thẳng vuông góc với AD tại I, cắt AC tại N.

$\Rightarrow \Delta AMN$ cân tại $A \Rightarrow I$ là trung điểm của MN . (M và N đối xứng với nhau qua AD)

Đường thẳng MN có phương trình: $x - 1 - y + 1 = 0$ hay $x - y = 0$.

Tọa độ của I là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1) \Rightarrow N(-3; -3)$$

Cạnh AC có phương trình: $x + 3 + 2(y + 3) = 0$ hay $x + 2y + 9 = 0$

Tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y + 9 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(5; -7)$$

Cạnh AB có phương trình: $2x + y - 3 = 0$

Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương
$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}; 2\right)$$

$$\Rightarrow AB = \frac{9\sqrt{5}}{2} \Rightarrow d(C; AB) = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

Mà AC có phương trình: $x + 2y + 9 = 0 \Rightarrow C(2c - 9; -c)$

$$\Rightarrow \frac{|2(2c - 9) - c - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |3c - 21| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 \\ c = 5 \end{cases}$$

Với $c = 9 \Rightarrow C(9; -9)$ (loại vì B và C cùng phía với AD)

Với $c = 5 \Rightarrow C(1; -5)$ (thỏa mãn)

Sau đây là một số bài tập tương tự:

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1; 3)$, đường phân giác trong góc B có phương trình: $x + 2y - 2 = 0$, trung tuyến kẻ từ C có phương trình: $2x - 4y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B và C .

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4; 6)$, $C\left(\frac{4}{3}; 2\right)$

và tâm đường tròn nội tiếp là $K\left(-\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ đỉnh B .

3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đường cao AH : $2x - y - 3 = 0$, trung tuyến BM : $x - 2y + 1 = 0$ và đường phân giác trong góc C có phương trình: $x + y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đường phân giác trong góc A , đường cao kẻ từ B lần lượt có phương trình: $12x + 4y - 5 = 0$, $x - y - 2 = 0$, $M\left(1; -\frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh BC . Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC .

- 5 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại C có đường phân giác trong góc A là AD, với $D\left(\frac{7}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ thuộc BC. Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc AB, AC sao cho $AE = AF$. Đường thẳng EF cắt BC tại K. Biết $E\left(\frac{3}{5}; -\frac{5}{2}\right)$, F có hoành độ nhỏ hơn 3, AK có phương trình: $x - 2y - 3 = 0$. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.
6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD có A(2; 0), đường chéo BD đi qua điểm M(- 1; 1), đỉnh C thuộc đường thẳng d: $x + y + 4 = 0$. Biết chu vi của hình thoi bằng 20, đỉnh B có tung độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thoi.
7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD có phương trình đường chéo AC: $x + 7y - 31 = 0$, hai đỉnh B, D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x + y - 8 = 0$, $d_2: x - 2y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết diện tích hình thoi bằng 75(đvdt) và đỉnh A có hoành độ âm.
8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có AD là đường phân giác trong góc A, ($D \in BC$). Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $BM = BD$, $CN = CD$. Biết $D(2; 0)$, $M(-4; 2)$, $N(0; 6)$. Hãy viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.
9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A: $x + y - 2 = 0$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $4x + 5y - 9 = 0$, đường thẳng AC đi qua $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. Biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{5}{2}$, điểm C có hoành độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác.
10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có B(4; -3), M là trung điểm cạnh BC, D là giao điểm của đường phân giác trong góc $\widehat{MAC}$ và cạnh BC. Biết $CB = 3CD$, AD có phương trình: $3x - 2y - 5 = 0$, diện tích tam giác ABC bằng $\frac{39}{4}$, C có hoành độ dương. Tìm tọa độ A và C.

Bài 6.

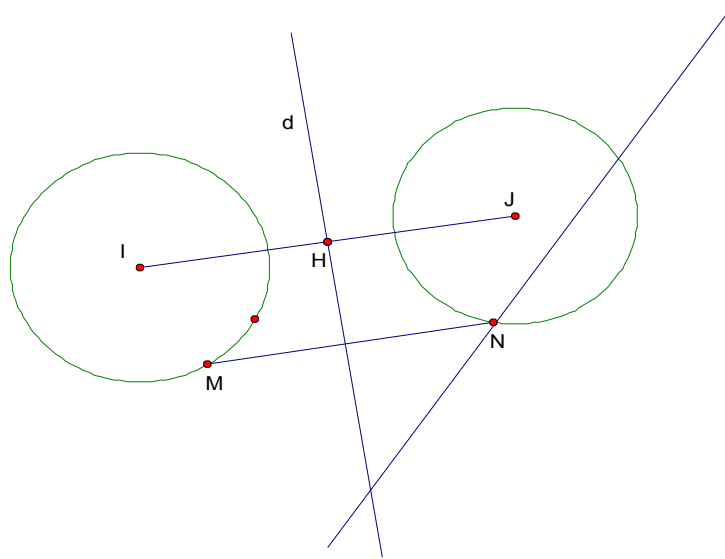
Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$, và hai đường thẳng(d): $x + y - 1 = 0, (\Delta): 3x + y -$

$l = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), điểm N thuộc Δ sao cho d là đường trung trực của đoạn thẳng MN.

Định hướng:

Từ yêu cầu của bài toán: Tìm M, N sao cho d là đường trung trực của MN, ta thấy được phép đối xứng trục đường thẳng d biến M thành N

Mà M thuộc (C) $\Rightarrow$ N thuộc ảnh của (C) qua phép đối xứng trục $\mathcal{D}_d$,
 $\Rightarrow$ N là giao điểm của Δ và đường tròn ảnh.



Bài giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Gọi J là điểm đối xứng với I qua d, IJ có phương trình: $x - y + 1 = 0$.

Tọa độ của trung điểm H của IJ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(0; 1)$$

$\Rightarrow J(-1; 0)$

Đường tròn (C') là ảnh của (C) qua $\mathcal{D}_d$ có phương trình: $(x + 1)^2 + y^2 = 8$.

Tọa độ N là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+1)^2 + y^2 = 8 \\ 3x + y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow N(1; -2) \text{ và } N\left(-\frac{3}{5}; \frac{14}{5}\right)$$

Ta tìm M đối xứng với N qua d, bài toán được giải quyết.

Bài 7.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta : x - y + 2 = 0$ và hai đường tròn (C1) : $x^2 + y^2 = 1$, (C2) : $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$. Tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường tròn (C1), đỉnh B thuộc đường tròn (C2) và đỉnh C nằm trên đường thẳng d. Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết rằng CA là tiếp tuyến của

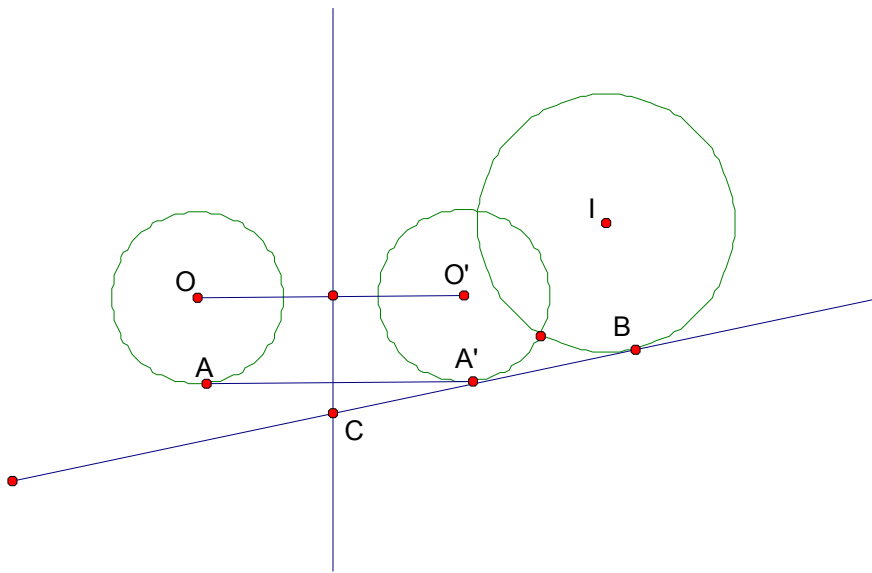
đường tròn (C1), CB là tiếp tuyến của đường tròn (C2) và đường thẳng Δ là phân giác của góc $\angle ACB$.

Định hướng:

Từ giả thiết: Δ là đường phân giác của $\angle ACB$, ta thấy AC và BC đối xứng với nhau qua Δ .

Mà AC là tiếp tuyến của (C1) $\Rightarrow$ BC là tiếp tuyến của đường tròn (C'1) đối xứng với (C1) qua Δ

Vậy BC là tiếp tuyến chung của (C'1) và (C2).

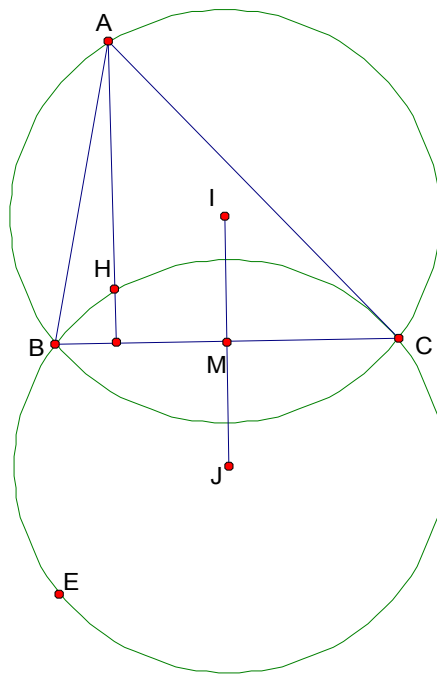


Bài toán trở về: Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn. B là tiếp điểm của BC và (C2).

Gọi A' là hình chiếu của O' lên BC, A là điểm đối xứng của A' qua Δ .

Bài 8.

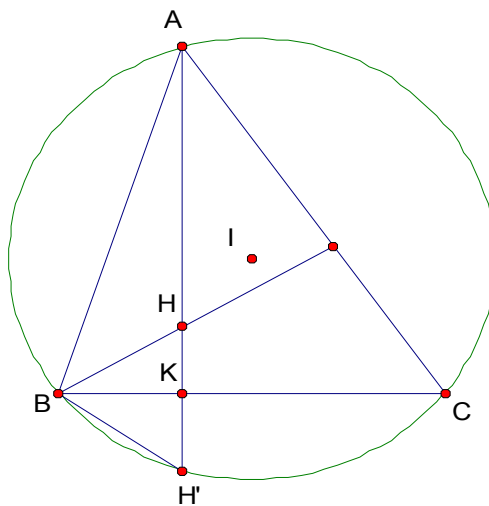
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nhọn có trực tâm H(2; 1), có tâm đường tròn ngoại tiếp là I(1; 0), trung điểm M của BC thuộc đường thẳng d: $x - 2y - 1 = 0$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC đi qua E(6; -1). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết $x_B < x_C$.



Định hướng:

Bằng phép đối xứng trục, ta chứng minh được đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC đối xứng với nhau qua BC.

Thật vậy, gọi H' là giao điểm của AH với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.



Ta có: $\angle H'BC = \angle H'AC = \angle HBC$

$\Rightarrow BC$ là đường phân giác góc $\angle H'BH$. Mà $BC \perp HH'$

$\Rightarrow H$ và H' đối xứng với nhau qua BC hay phép đối xứng trục BC biến tam giác HBC thành tam giác H'BC.

⇒ Đường tròn ngoại tiếp ΔABC và đường tròn ngoại tiếp ΔHBC đối xứng với nhau qua BC.

Cách giải.

- Chứng minh đường tròn ngoại tiếp ΔABC và đường tròn ngoại tiếp ΔHBC đối xứng với nhau qua BC. (như trên)

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHBC . ⇒ M là trung điểm IJ

Vì M thuộc d: $x - 2y - 1 = 0$ nên $M(2m + 1; m)$

⇒ $J(4m + 1; 2m)$

Theo giả thiết: $JH = JE \Rightarrow (4m - 1)^2 + (2m - 1)^2 = (4m - 5)^2 + (2m + 1)^2$

$$\Rightarrow m = 1$$

⇒ $M(3; 1), J(5; 2)$

⇒ Bán kính $R = JH = \sqrt{10}$

Cạnh BC có phương trình: $2(x - 3) + y - 1 = 0$ hay $2x + y - 7 = 0$.

⇒ $B(b; 7 - 2b) \Rightarrow (b - 1)^2 + (7 - 2b)^2 = 10 \Leftrightarrow b = 2$ hoặc $b = 4$.

⇒ $B(2; 3), C(4; -1)$

Đường thẳng AH có phương trình: $x - 2 - 2(y - 1) = 0$ hay $x - 2y = 0$.

Đường thẳng AC có phương trình: $y + 1 = 0 \Rightarrow A(-2; -1)$

C. KẾT LUẬN

1. Kết quả nghiên cứu:

Phương pháp sử dụng trong đề tài là một trong những phương pháp mang nhiều ưu điểm, việc sử dụng phương pháp này một cách hiệu quả sẽ góp phần nâng cao chất lượng dạy và học môn hình học 10.

Với những biện pháp và giải pháp đã đề ra, kết hợp với việc soạn giáo án và giảng dạy ở 2 lớp 11B2, 10A1. Để đảm bảo tính khả thi và xem thực nghiệm có đem lại hiệu quả dạy học hay không. Sau khi giảng dạy tôi đã soạn ra một số bài tập kiểm tra học sinh để thu bài, chấm điểm và lấy kết quả thực nghiệm. Sau khi kiểm tra chấm lấy ngẫu nhiên mỗi lớp 35 bài. Kết quả được tổng hợp và cụ thể hóa như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Lớp 11B2 (§C)	1	2	7	7	8	9	1	
TỔ L % (§C)	2,9 %	5,7 %	20%	20%	22,8%	25,7%	2,9 %	
Lớp 10A1 (TN)		1	5	6	9	10	3	1
TỔ L % (TN)		2,9 %	14,3 %	17,1%	25,7%	28,5%	8,6 %	2,9 %

(§C: Đối chứng, TN: thực nghiệm)

Tính hiệu quả của phương pháp này trong dạy học hình học 10 thể hiện như sau: Qua kết quả tổng hợp tôi tính được mức độ trung bình kiến thức về việc vận dụng phương pháp sử dụng thống kê vào dạy học Hình học 10 THPT:

$$\bar{X}_{DC} = \frac{1.3 + 2.4 + 7.5 + 7.6 + 8.7 + 9.8 + 1.9}{35} = 6,4$$

$$\bar{X}_{TN} = \frac{1.4 + 5.5 + 6.6 + 9.7 + 10.8 + 3.9 + 1.10}{35} = 7,0$$

Trong đó: $\bar{X}_{DC}$ là giá trị trung bình của lớp đối chứng

$\bar{X}_{TN}$ là giá trị trung bình của lớp thực nghiệm.

Giữa kết quả của đối chứng và thực nghiệm ta thấy rõ ràng việc vận dụng phương pháp sử dụng số liệu thống kê vào dạy học môn hình học 10 mang lại hiệu quả cao. Nó góp phần bổ sung cho phương pháp dạy học, lấy học sinh làm trung tâm hiện nay.

2. Kết luận về phương pháp đề xuất.

Đề tài đã được kiểm nghiệm trong quá trình dạy học toán trong nhà trường, đặc biệt là trong quá trình bồi dưỡng học sinh giỏi, ôn thi THPT quốc gia và đã thu được kết quả khả quan trong những năm gần đây. Với hướng tư duy về bài toán tọa độ trong mặt phẳng mà tôi đề xuất có những ưu điểm sau.

- Có định hướng nhận dạng bài toán tìm cách giải và quy trình giải rõ ràng.
- Các bài toán giải một cách tự nhiên, phù hợp với tư duy toán học.
- Giải được lớp bài toán rộng hơn, ngoài ra áp dụng cho một số lớp bài toán mới.
- Gây hứng thú học tập cho học sinh, học sinh tự tin hơn khi gặp các dạng toán này.

Tuy nhiên trong một số ví dụ đơn giản của dạng toán này có thể dùng phương pháp tọa độ để giải một cách ngắn gọn hơn.

3. Kiến nghị áp dụng vào thực tiễn giảng dạy.

Để giúp học sinh giải các lớp bài toán về tọa độ trong mặt phẳng, trong quá trình dạy người dạy cần chú ý làm rõ các nội dung sau:

- Khi dạy về các phép biến hình nói chung, phép đối xứng trục nói riêng, ngoài việc áp dụng một chiều ta cần cho học sinh tập suy luận ngược lại.
- Đối với học sinh khá giỏi, khuyến khích từ các dữ liệu bài toán này để đặt ra các bài toán mới, như thế tạo hứng thú học tập trong học sinh.

4. Khả năng ứng dụng của đề tài.

Đề tài có nhiều hướng để mở rộng, không chỉ dừng lại ở việc khai thác một số dạng bài toán đã có trong sách giáo khoa; mà còn có thể xây dựng một hệ thống các bài toán vận dụng các tính chất của phép đối xứng trục, cũng như phép biến hình nói chung. Chúng ta cũng có thể xây dựng và hoàn thiện theo hướng ứng dụng tính chất của phép biến hình trong các bài toán hình học, giải tích ở mức độ cao hơn.

Nội dung đề tài phù hợp cho nhiều đối tượng học sinh, giúp quy “khó thành dễ”, “lạ thành quen” để giải các bài toán về tọa độ trong mặt phẳng.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ *Thanh Hóa, ngày 20 tháng 5 năm 2016*
CAM KẾT KHÔNG COPY.

Tác giả

Lê Vinh Quang

MỤC LỤC

TT	Nội dung	Trang
A. ĐẶT VẤN ĐỀ		
1	Lý do chọn đề tài	01
2	Mục đích nghiên cứu	01
3	Phạm vi nghiên cứu	01
B. NỘI DUNG		
1	Cơ sở lý luận	02
2	Thực trạng của vấn đề nghiên cứu	02
3	Các biện pháp thực hiện	04
C. KẾT LUẬN		
1	Kết luận về phương pháp đề xuất	15
2	Kiến nghị áp dụng vào thực tiễn giảng dạy	16
3	Khả năng ứng dụng của đề tài	16
D. TÀI LIỆU THAM KHẢO		