# Chuyên đề 5. Hệ phương trình

**TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

**I**

1. **Khái niệm**

* Một tập hợp các phương trình được gọi là một ***hệ phương trình***.
* Giá trị  hoặc bộ giá trị  thỏa mãn tất cả các phương trình của hệ được gọi là ***nghiệm*** của hệ phương trình.
* Giải hệ phương trình là đi tìm tất cả các nghiệm của hệ phương trình đó.

1. **Một số kỹ năng cơ bản**

* Kĩ năng nhẩm nghiệm bằng máy tính cầm tay
* Chức năng **Solve**
* Chức năng **Table**
* Kĩ năng phân tích thành nhân tử (phân tích đa thức, sử dụng lượng liên hợp, dùng delta…)
* Lược đồ **Hoocner** chia đa thức

Lược đồ Horner hay phương pháp Horner là 1 trong 2 cách:

* Loại 1. Thuật toán để biến đổi đa thức
* Loại 2. Phương pháp để tính xấp xỉ nghiệm đa thức

Loại 2 còn gọi là ***phương pháp Ruffini-Horner***. Phương pháp đặt tên theo nhà toán học người Anh William George Horner, mặc dù các phương pháp này đã được biết đến trước đó bởi Paolo Ruffini và sáu trăm năm trước bởi nhà toán học Trung Quốc Tần Cửu Thiều.

1. **Các phương pháp giải hệ phương trình**

* ***Phương pháp thế và cộng đại số***

Thông thường, với phương này, chúng biến đổi độc lập một phương của hệ, tìm được mối quan hệ x, y rồi thay vào phương trình còn lại và giải quyết nó. Có một số hướng biến đổi phương trình thứ nhất như sau: quan sát và nhóm nhân tử chung; nếu phương trình dạng đa thức có thể nghĩ đến việc coi nó là phương trình theo ẩn  hoặc ẩn  tính delta. Cao cấp hơn một chút là dùng hệ số bất định. Tức là nhân phương trình (2) với hệ số  nào đó, cộng với phương trình (1) tạo nên một phương trình hệ quả có thể giải được (bằng nhóm nhân tử, hoặc dạng phương trình bậc 2).

* ***Phương pháp phân tích thành nhân tử***
* Kỹ thuật chung
* Kỹ thuật liên hợp
* Kỹ thuật gọi số hạng vắng
* ***Phương pháp đặt ẩn phụ***
* ***Phương pháp đánh giá***
* ***Phương pháp dùng bất đẳng thức***

1. **Các dạng hệ phương trình thường gặp**

* ***Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn***
* Hệ có dạng *** .***
* Nghiệm của hệ là một bộ số 
* ***Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn***
* Hệ có dạng******
* Nghiệm của hệ là một bộ số 
* ***Hệ phương trình đối xứng loại 1***
* Hệ có dạng*,* trong đó  là các biểu thức đối xứng.

Tức là  và .

* Nếu  là nghiệm của hệ thì  cũng là nghiệm của hệ.
* ***Hệ phương trình đối xứng loại 2***
* Hệ có dạng**
* Nếu  là nghiệm của hệ thì  cũng là nghiệm của hệ.
* ***Hệ phương trình đẳng cấp***

Hệ phương trình đẳng cấp là hệ gồm 2 phương trình 2 ẩn mà ở mỗi phương trình thì bậc của mỗi ẩn là bẳng nhau.

Dạng , với  là các hàm số có bậc của hai biến  ở các số hạng là bằng nhau.

1. **Kỹ thuật xử lí đặc biệt khác**

* ***Kỹ thuật xử lí lũy thừa bậc cao***
* ***Kỹ thuật xử lí căn thức bậc cao***

1. **Các bất đẳng thức thường sử dụng**

* ***Bất đẳng thức Cauchy***
* ***Bất đẳng thức Bunhiacopski***

**CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**II**

**Phương pháp 1. Thế và cộng đại số**

Phương pháp

**1**

Sử dụng các phép biến đổi đại số sau đây để phân tích một phương trình nào đó trong hệ thành phương trình tích hoặc đơn giản hệ:

**** Nhân, chia, thêm, bớt các lượng thích hợp của biến

**** Dùng hằng đẳng thức

**** Thế hệ số hoặc biểu thức

**** Đưa về phương trình bậc 2 chứa 2 ẩn ; từ đó phân tích thành nhân tử. Trường hợp đặc biệt là đưa về phương trình đẳng cấp.

Dấu hiệu nhận biết:

* Trong hai phương trình của hệ có ít nhất một phương trình bậc nhất của  và .
* Có thể rút một biến theo biến còn lại từ một phương trình của hệ

Ví dụ minh họa

**2**

1. Giải các hệ phương trình sau

a)  b) 

c)  d)

1. Giải các hệ phương trình sau

a)  b) 

1. Giải các hệ phương trình sau

a)  b) 

1. Giải các hệ phương trình sau

a)

Bài tập tương tự

**3**

1. Giải các phương trình sau

a) b)

c) d)

e)

1. Cho hệ phương trình  có nghiệm là  và  Tính .

Các bài toán thi

**4**

1. Giải hệ phương trình 

*(Tuyển chọn đội tuyển HSG thành phố Nha Trang)*

1. Giải hệ phương trình 

*(TS10\_Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ 2015-2016)*

1. Giải hệ phương trình: 

*(THPT Chuyên Ngoại Ngữ - Đại học Quốc gia Hà Nội, năm học 2010-2011)*

1. Giải hệ phương trình: 

*(THPT Chuyên Ngoại Ngữ - Đại học Quốc gia Hà Nội, năm học 2011-2012)*

1. Giải hệ phương trình : 

*(Vòng 2, THPT chuyên - Đại học Quốc gia Hà Nội, năm học 2005-2006)*

1. Giải hệ phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 

*(Vòng 2, THPT chuyên - Đai học Quốc gia Hà Nội, năm học 2003-2004)*

1. Giải hệ phương trình : 

*(THPT Chuyên Ngoại Ngữ - Đại học Quốc gia Hà Nội, năm học 2009-2010)*

1. Giải hệ phương trình: 

*(Vòng 2,THPT Chuyên – Đại học Quốc gia Hà Nội , năm học 2007-2008)*

1. Giải hệ phương trình: 

*(Vòng 2,THPT Chuyên – Đại học Quốc gia Hà Nội , năm học 2004-2005)*

1. Cho x, y là các số thục thỏa mãn: 

a) Chứng minh rằng: 

b) Tìm  thỏa mãn hệ (I) sao cho 

*(Vòng 1, THPT Chuyên Đại học Sư phạm, năm học 2010-2011)*

**Phương pháp 2. Phương pháp phân tích thành nhân tử**

Phương pháp

**1**

Hệ có dạng 

Trong đó có một phương trình của hệ đưa được về dạng tích  
Chẳng hạn:  thông thường  là phương trình đa thức 2  
ẩn, hoặc phương trình đẳng cấp, tìm được mối quan hệ các biến trong phương   
trình.  
Ta biến đổi:  

**Dấu hiệu nhận biết:**

* Có một phương trình trình là phương trình đa thức, nhưng đôi khi có thể là bậc cao chẳng hạn bậc 4 hoặc 6, chúng ta giải xuống bằng cách đặt ẩn phụ 
* Hệ có phương trình đẳng cấp, hoặc có thể dùng phép thế để kết hợp 2 hệ chuyển được về phương trình đẳng cấp.
* Hệ có căn thức cũng rất thường xuyên có thể chuyển về dạng tích bằng cách sử dụng lượng liên hợp, đặt ẩn phụ.

Ví dụ minh họa

**2**

1. Giải các hệ phương trình sau

a)  b) 

Bài tập tương tự

**3**

1. Giải các phương trình sau

a) b)

Các bài toán thi

**4**

1. Giải hệ phương trình 

*(TS10\_Chuyên Yên Bái\_2012-2013)*

**Lời giải**

Biến đổi phương trình (1) của hệ ta đưọc:







Với  thế vào (2) ta được: 

Với  thế vào (2) ta được:



Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là 

**Phương pháp 3. Phương pháp đặt ẩn phụ**

Phương pháp

**1**

Dấu hiệu nhận biết:

Ví dụ minh họa

**2**

1. Giải các hệ phương trình sau

a) b)

**Lời giải:**

a) Từ

1. Giải các hệ phương trình sau

a) b)

**Lời giải:**

a) Ta có

Bài tập tương tự

**3**

1. Giải các phương trình sau

a) b)

**Lời giải**

a) Ta có

b) Ta có

Các bài toán thi

**4**

1. Giải hệ phương trình

*(Tuyển chọn đội tuyển HSG thành phố Nha Trang)*

**Lời giải**

Ta có

**Phương pháp 4. Phương pháp đánh giá**

Phương pháp

**1**

Dấu hiệu nhận biết:

Ví dụ minh họa

**2**

1. Giải các hệ phương trình sau

a) b)

**Lời giải:**

a) Từ

1. Giải các hệ phương trình sau

a) b)

**Lời giải:**

a) Ta có

Bài tập tương tự

**3**

1. Giải các phương trình sau

a) b)

**Lời giải**

a) Ta có

b) Ta có

Các bài toán thi

**4**

1. Giải hệ phương trình

*(Tuyển chọn đội tuyển HSG thành phố Nha Trang)*

**Lời giải**

Ta có

**Phương pháp 5. Phương pháp sử dụng bất đẳng thức**

Phương pháp

**1**

Dấu hiệu nhận biết:

Ví dụ minh họa

**2**

1. Giải các hệ phương trình sau

a) b)

**Lời giải:**

a) Từ

1. Giải các hệ phương trình sau

a) b)

**Lời giải:**

a) Ta có

Bài tập tương tự

**3**

1. Giải các phương trình sau

a) b)

**Lời giải**

a) Ta có

b) Ta có

Các bài toán thi

**4**

1. Giải hệ phương trình

*(Tuyển chọn đội tuyển HSG thành phố Nha Trang)*

**Lời giải**

Ta có

**CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH THƯỜNG GẶP**

**III**

**Dạng 1. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ****

Phương pháp

**1**

***Phương pháp 1.*** Phương pháp cộng đại số ***(phương pháp tam giác)***

***Phương pháp 2.*** Phương pháp thế

***Phương pháp 3.*** Quy tắc Cramer (Cramer’s Rule)

Ví dụ minh họa

**2**

1. Giải các phương trình sau

a) b)

c) d)

**Lời giải**

a) Điều kiện

Bài tập tương tự

**3**

1. Giải các phương trình

a) b)

c) d)

**Lời giải**

a) Phương trình

1.

2.

Các bài toán thi

**4**

1. Giải phương trình

**Lời giải**

Ta có

**Dạng 2. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn ****

Phương pháp

**1**

***Phương pháp 1.*** Phương pháp cộng đại số ***(phương pháp tam giác)***

***Phương pháp 2.*** Phương pháp thế

***Phương pháp 3.*** Quy tắc Cramer (Cramer’s Rule)

Ví dụ minh họa

**2**

1. Giải các phương trình sau

a) b)

c) d)

**Lời giải**

a) Điều kiện

Bài tập tương tự

**3**

1. Giải các phương trình

a) b)

c) d)

**Lời giải**

a) Phương trình

1.

2.

Các bài toán thi

**4**

1. Giải phương trình

**Lời giải**

Ta có