

ĐỀ THI KHU VỰC GIẢI TOÁN THPT TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI NĂM 2004

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định là chính xác tới 5 chữ số thập phân.

Bài 1. Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của

đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ tại tiếp điểm có hoành độ $x = 1 + \sqrt{2}$.

Đáp số: $a \approx -0,04604$; $b \approx 0,74360$

Bài 2. Tính gần đúng các nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình
 $\sin 2x + 3(\sin x - \cos x) = 2$.

Đáp số: $x_1 \approx 60^\circ 40' 11'' + k 360^\circ$; $x_2 \approx 209^\circ 19' 49'' + k 360^\circ$

Bài 3. Tính gần đúng diện tích tứ giác ABCD với các đỉnh $A(1; 3)$, $B(2\sqrt{3}; -5)$,
 $C(-4; -3\sqrt{3})$, $D(-3; 4)$.

Đáp số: $S \approx 48,99038$

Bài 4. Tính gần đúng khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị

hàm số $y = \frac{x^2 + 5x + 1}{3x - 2}$.

Đáp số: $d \approx 5,25404$

Bài 5. Tính gần đúng diện tích toàn phần của hình tứ diện ABCD có
 $AB = AC = AD = CD = 8\text{dm}$, góc $CBD = 90^\circ$ và góc $BCD = 50^\circ 28' 36''$.

Đáp số: $S \approx 85,50139 \text{ dm}^3$

Bài 6. Tính gần đúng các nghiệm của phương trình $3^x = x + 2\cos x$.

Đáp số: $x_1 \approx 0,72654$; $x_2 \approx -0,88657$

Bài 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{a \sin x + b \cos x}{c \cos x + 1}$ đi qua các điểm $A(1; 1,5)$, $B(-1; 0)$,
 $C(-2; -2)$. Tính gần đúng giá trị của a, b, c.

Đáp số: $a \approx 1,07752$; $b \approx 1,67814$; $c \approx 0,38671$

Bài 8. Tính gần đúng giới hạn của dãy số có số hạng tổng quát là

$$u_n = \underbrace{\sin(1 - \sin(1 - \dots - \sin 1))}_n$$

Đáp số: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \approx 0,48903$

Bài 9. Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

$$f(x) = \frac{2 \sin x + 3 \cos x - 1}{\cos x + 2}$$

Đáp số: $\max f(x) \approx 0,93675$; $\min f(x) \approx -4,27008$

Bài 10. Trong quá trình làm đèn chùm pha lê, người ta cho mài những viên bi thủy tinh pha lê hình cầu để tạo ra những hạt thủy tinh pha lê hình đa diện để có độ chiết quang cao hơn. Biết rằng các hạt thủy tinh pha lê được tạo ra có hình đa diện đều nội tiếp hình cầu với 20 mặt là những tam giác đều mà cạnh của tam giác đều này bằng hai lần cạnh của thập giác đều nội tiếp đường tròn lớn của hình cầu. Tính gần đúng khối lượng thành phẩm có thể thu về từ 1 tấn phôi các viên bi hình cầu.

Đáp số: 737,59644 kg

■ DÀNH CHO BỒ TÚC THPT

Qui định: Khi tính gần đúng chỉ lấy kết quả với 4 chữ số thập phân, riêng số đo góc thì lấy đến số nguyên giây.

Bài 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$.

- Tính gần đúng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó.
- Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số trên. Tính giá trị của a và b .

Đáp số: $y_{\text{CD}} - 5,8284$; $y_{\text{CT}} - 0,1716$; $a = 2$, $b = -3$

Bài 2. Tam giác ABC có các cạnh $AB = 4\text{dm}$, $AC = 6\text{dm}$ và góc $A = 61^\circ 43'$.

- Tính giá trị gần đúng chu vi của tam giác đó.
- Tính giá trị gần đúng diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác trên.

Đáp số: $AB + AC + BC \approx 15,4089\text{ dm}$; $S \approx 29,6301\text{ dm}^2$

Bài 3. Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\cos 2x - 5\cos x$.

Đáp số: $\max f(x) = 7$, $\min f(x) = -3,5625$

Bài 4. Tính gần đúng diện tích toàn phần của hình chóp S.ABCD biết rằng đáy là hình vuông có cạnh $AB = 7\text{dm}$, cạnh bên $SA = 8\text{dm}$ và vuông góc với đáy.

Đáp số: $S_{\text{p}} \approx 181,4110\text{ dm}^2$

Bài 5. Tính giá trị gần đúng tọa độ các giao điểm của đường thẳng

$$2x - 5y + 6 = 0 \text{ và elip } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 2,6379 \\ y_1 \approx 2,2552 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx -3,9666 \\ y_2 \approx -0,3867 \end{cases}$

Bài 6. Tính nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình $3\cos 2x + 4\sin 2x - 2 = 0$.

Đáp số: $x_1 \approx 59^\circ 46' 33'' + k 180^\circ$; $x_2 \approx -6^\circ 38' 45'' + k 180^\circ$

Bài 7. Cho hai đường tròn có các phương trình $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 1 = 0$ (1) và $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 12 = 0$.

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua tâm của hai đường tròn đó.

b) Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của đường thẳng nói trên với đường tròn (1).

Đáp số: $x - 2y - 11 = 0$, $\begin{cases} x_1 \approx 10,1381 \\ y_1 \approx -0,4310 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 \approx -0,1381 \\ y_2 \approx -5,5690 \end{cases}$

Bài 8. Tính giá trị gần đúng tọa độ các giao điểm của hypebol $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng $x - 8y + 4 = 0$.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx -3,0058 \\ y_1 \approx 0,1243 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 \approx 3,2973 \\ y_2 \approx 0,9122 \end{cases}$

Bài 9. Tính giá trị gần đúng nghiệm của phương trình $2^x + x = 4$.

Đáp số: $x \approx 1,3862$

Bài 10. Cho tam giác ABC có các đỉnh A(1; 3), B(-5; 2), C(5; 5).

a) Tính giá trị gần đúng độ dài ba cạnh.

b) Tính giá trị gần đúng (độ, phút, giây) số đo của góc A.

Đáp số: $AB \approx 6,0828$; $AC \approx 4,4721$;
 $BC \approx 10,4403$; góc A $\approx 162^\circ 53' 50''$