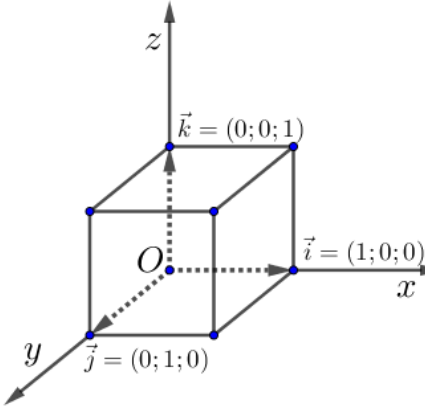


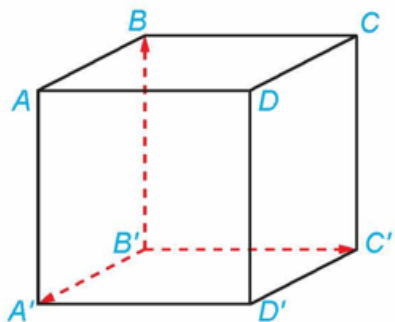
PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN
NHẮC LẠI LÝ THUYẾT

	1.Hệ trục tọa độ Oxyz: ☞ Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau. ☞ Trục Ox : trục hoành , có vector đơn vị $i = (1; 0; 0)$. ☞ Trục Oy : trục tung , có vector đơn vị $j = (0; 1; 0)$. ☞ Trục Oz : trục cao , có vector đơn vị $k = (0; 0; 1)$. ☞ Điểm $O(0; 0; 0)$ là gốc tọa độ .	
	2.Tọa độ vector: Vector $u = xi + yj + zk \Leftrightarrow u = (x; y; z)$. Cho $a = (a_1; a_2; a_3), b = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:	
$a \pm b = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$	a cùng phương $b \Leftrightarrow a = kb \ (k \in R)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \ (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$	
$ka = (ka_1; ka_2; ka_3)$		
$a = b \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$		
$a \cdot b = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$	$ a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$	$a^2 = a ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
$a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$	$\cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{ a \cdot b } = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$	
3.Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow OM = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:		
$AB = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$	
☞ Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.	☞ Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC : $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.	
QUY TẮC CHIẾU ĐẶC BIỆT		
Chiếu điểm trên trục tọa độ ☞ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu trên } x)} M_1(x_M; 0; 0)$ ☞ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu trên } y)} M_2(0; y_M; 0)$ ☞ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu trên } z)} M_3(0; 0; z_M)$	Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ ☞ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu trên } xy)} M_1(x_M; y_M; 0)$ ☞ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu trên } yz)} M_2(0; y_M; z_M)$ ☞ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu trên } xz)} M_3(x_M; 0; z_M)$	
Đối xứng điểm qua trục tọa độ ☞ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu qua } x)} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$ ☞ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu qua } y)} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$ ☞ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu qua } z)} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$	Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ ☞ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu qua } xy)} M_1(x_M; y_M; -z_M)$ ☞ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu qua } yz)} M_2(x_M; -y_M; z_M)$ ☞ $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(G\text{ chiếu qua } xz)} M_3(-x_M; y_M; z_M)$	
4.Tích có hướng của hai vector: KIẾN THỨC BỔ SUNG		

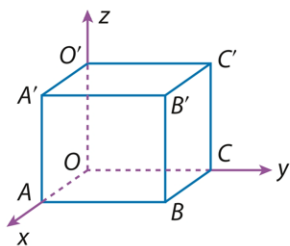
Định nghĩa: Cho $a = (a_1, a_2, a_3)$, $b = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của a và b là: $[a, b] = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$			
Tính chất:	$[a, b] \perp a$	$[a, b] \perp b$	$ [a, b] = a \cdot b \cdot \sin(a, b)$
Điều kiện cùng phương của hai vector a & b là $[a, b] = 0$ với $0 = (0; 0; 0)$.		Điều kiện đồng phẳng của ba vector a, b và c là $[a, b] \cdot c = 0$.	
Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{\square ABCD} = [AB, AD] $.		Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [AB, AC] $.	
Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = [AB, AD] \cdot AA' $.		Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [AB, AC] \cdot AD $.	

DẠNG 1. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Có thể lập một hệ toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vector i, j, k lần lượt là các vector $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ không? Giải thích vì sao.



Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$. Hệ toạ độ $Oxyz$ được chọn sao cho các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các điểm A, C, O' (Hình).



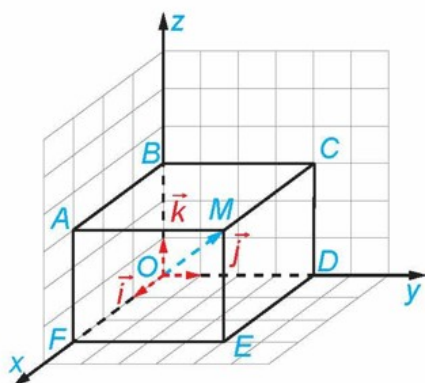
a) Mặt bên $OCC'O'$ nằm trong mặt phẳng toạ độ nào?

b) Ox có vuông góc với mặt bên $OCC'O'$ không?

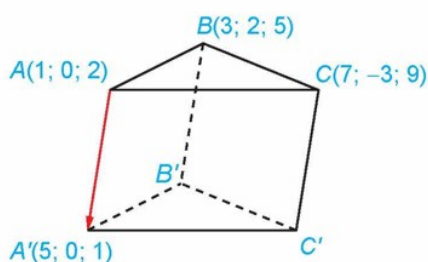
c) Mặt bên $OAA'O'$ có vuông góc với mặt phẳng toạ độ (Oxy) không?

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh $OA=4, OC=6, OO'=3$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định toạ độ các điểm A, B, B' .

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với i, j, k và có $AB=8, AD=6, AA'=4$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.
- Câu 5.** Hình minh họa một hệ tọa độ $Oxyz$ trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm tọa độ của điểm M .



- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OBCD.O'B'C'D'$ có $B(2;0;0), D(0;1;0), O(0;0;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A(1;0;2), B(3;2;5), C(7;-3;9)$ và $A'(5;0;1)$.



- a) Tìm tọa độ của $\overrightarrow{AA'}$.
- b) Tìm tọa độ của các điểm B', C' .
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(2; -1; 4), B(3; 5; -1), C(-1; 1; 2)$.
- a) Tìm tọa độ của $\overrightarrow{AB}$.
- b) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3), B(2;3;-4), C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3), C(7;4;-2)$. Tìm điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

DẠNG 2. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO

- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$ và vector $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2 \right)$.

a) Tìm tọa độ của u .

b) Biểu diễn v theo các vector đơn vị i, j, k .

c) Tìm tọa độ của $\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$.

Câu 13. Cho $\vec{a} = (2; -1; 5), \vec{b} = (0; 3; -3), \vec{c} = (1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{d} = 2\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b} + 3\vec{c}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (-2; 3; -2)$.

a) Tìm $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

b) Tìm $(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 4; 2)$ và $\vec{b} = (-4; 1; 0)$.

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và cho biết hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có vuông góc với nhau hay không.

b) Tính độ dài của vector $\vec{a}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 5)$ và $\vec{b} = (2; 2; 1)$. Tìm tọa độ của mỗi vector sau:

a) $\vec{a} - \vec{b}$;

b) $3\vec{a} + 2\vec{b}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{p} = (3; -2; 1), \vec{q} = (6; -4; 2), \vec{r} = (2; 1; -3)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.

b) Tìm hai vector cùng phương trong các vector đã cho.

Câu 18. Cho ba vector $\vec{a} = (3; 0; 1), \vec{b} = (1; -1; -2), \vec{c} = (2; 1; -1)$.

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}$.

b) Tính $|\vec{a}|, |\vec{b}|, \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

c) Cho $\vec{d} = (1; 7; -3)$. Chứng minh $\vec{d} \perp \vec{a}$.

Câu 19. Cho ba điểm $A(2; 0; 2), B(1; 2; 3), C(2; 1; 2)$.

a) Tìm tọa độ của các vector $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CA}$.

b) Tính các độ dài AB, BC, CA .

Câu 20. Cho tam giác ABC có $A(1; -1; 1), B(0; 1; 2), C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ:

a) Trung điểm M của AB ;

b) Trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(3; 2; 1)$ và $C(2; -1; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(3; 7; 2), N(5; 1; -1)$ và $P(4; -4; -2)$. Tìm tọa độ:

a) Trung điểm I của đoạn thẳng MN ;

b) Trọng tâm G của tam giác MNP .

Câu 23. Cho tam giác ABC có $A(7; 3; 3), B(1; 2; 4), C(2; 3; 5)$.

a) Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

b) Tìm độ dài cạnh AB và AC .

c) Tính góc A .

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; -2), B(2; -1; 3), C(1; 3; -2), D(5; -1; 8)$.

a) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không?

b) Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

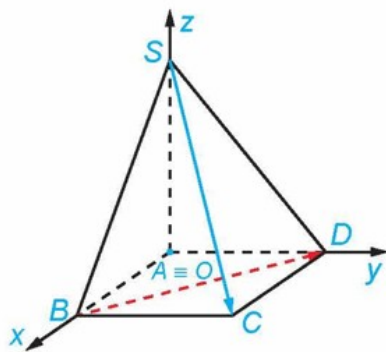
Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 3; -2), B(3; 2; -4), C(2; 1; 0), D(3; 5; -1)$.

a) Chứng minh rằng $AB \perp CD$.

b) Chứng minh rằng BCD là tam giác đều.

c) Tính số đo của $\angle AMD$ với M là trung điểm của BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Giả sử $SA=2, AB=3, AD=4$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS .



a) Xác định tọa độ của các điểm S, A, B, C, D .

b) Tính BD và SC .

c) Tính $(\vec{BD}, \vec{SC})$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), B(3; 0; 0), D(0; 3; 0), D'(0; 3; -3)$. Tìm tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

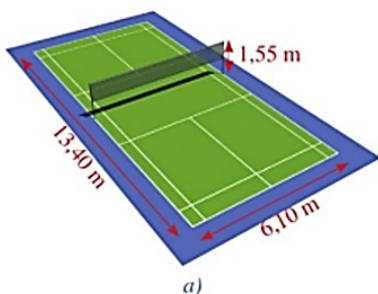
Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC .

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$.

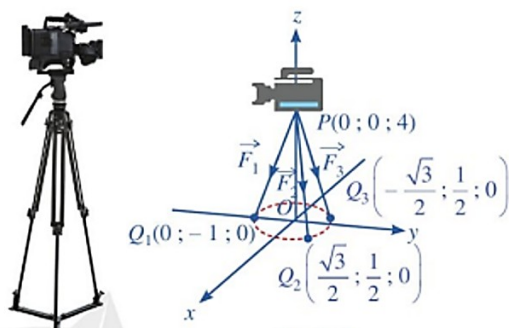
- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù?
- Câu 32.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{m} = (4; 3; 1)$, $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi $\vec{p}$ là vector cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ (tích có hướng của hai vector $\vec{m}$ và $\vec{n}$). Biết $|\vec{p}| = 15$, tìm tọa độ vector $\vec{p}$.
- Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$ và $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi $\vec{p}$ là vec tơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ và $|\vec{p}| = 15$. Tìm tọa độ của vec tơ $\vec{p}$.
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$, $N(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .
- Câu 35.** Cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$.
- Chứng minh: A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác
 - Tính chu vi và diện tích tam giác ABC
 - Tính độ dài đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .
 - Tính các góc của tam giác ABC .
- Câu 36.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$
- Chứng minh rằng A, B, C, D là 4 đỉnh của một khối tứ diện.
 - Tính thể tích của khối tứ diện
 - Tính độ dài đường cao hạ từ A của khối tứ diện $ABCD$

DẠNG 3. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

- Câu 37.** Hình a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như ở Hình b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử $\vec{AB}$ là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vector $\vec{AB}$.

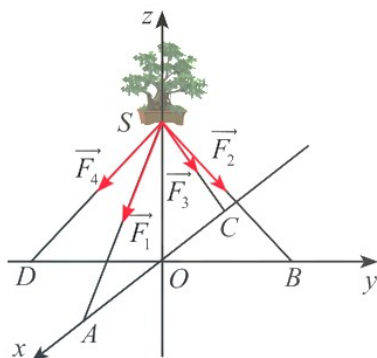


- Câu 38.** Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $P(0; 0; 4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $Q_1(0; -1; 0)$, $Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$, $Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ (Hình). Biết rằng trọng lượng của máy quay là 360 N .



Làm thế nào để tìm được tọa độ của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tác dụng lên giá đỡ?

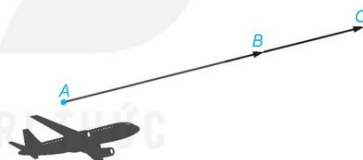
- Câu 39.** Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0), B(0; 20; 0), C(-20; 0; 0), D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như Hình. Tìm tọa độ của các lực nói trên (mỗi centimet biểu diễn 1 N).



- Câu 40.** Trong Vật lí, ta biết rằng nếu lực F tác động vào một vật và làm vật dịch chuyển theo đoạn thẳng từ M đến N , thì công A sinh bởi lực F được tính bằng công thức $A = F \cdot \vec{MN}$.

Trong không gian $Oxyz$, một người tác động một lực không đổi $\vec{F} = (2; 3; -1)$ vào một vật đang ở gốc tọa độ O và làm cho vật dịch chuyển thẳng từ O đến điểm $M(1; 2; 1)$. Biết lực tính bằng newton (N) và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét, làm thế nào để tính công A (đơn vị: J) sinh ra bởi lực F trong tình huống này?

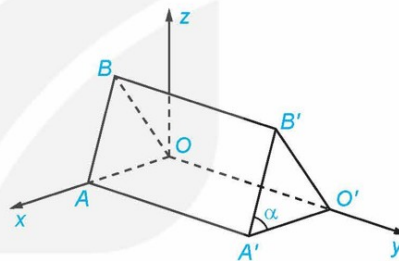
- Câu 41.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?



- Câu 42.** Những căn nhà gỗ trong Hình a được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình b. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình b (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Từ những thông tin trên, có thể tính được kích thước mỗi chiều của những căn nhà gỗ hay không?



a)

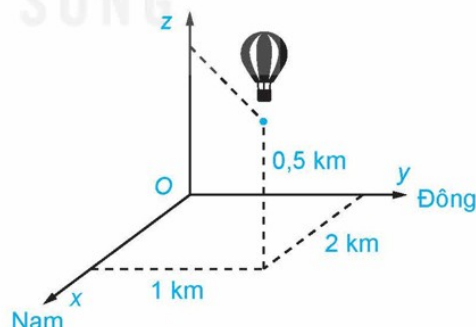


b)

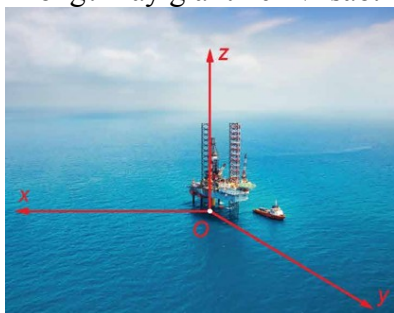
Câu 43. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5\text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét.

a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.

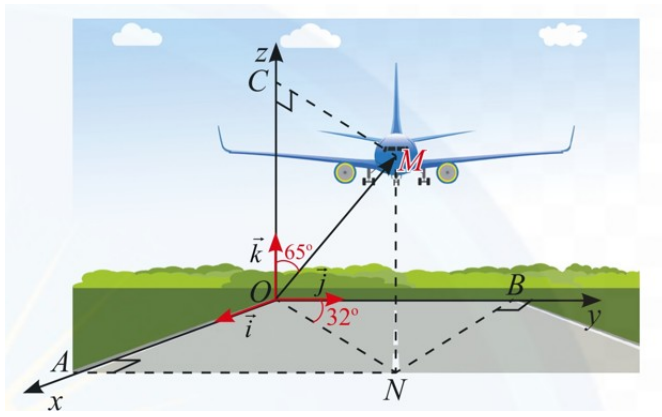
b) Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



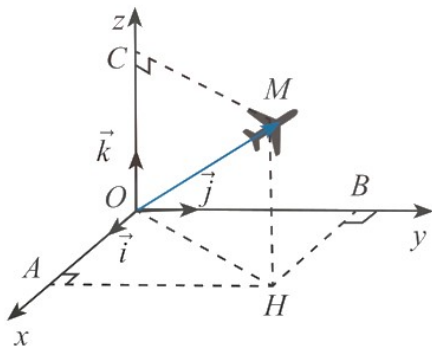
Câu 44. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km . Hỏi ra đa có thể phát hiện được một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25; 15; -10)$ đối với hệ tọa độ nói trên hay không? Hãy giải thích vì sao.



Câu 45. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như Hình, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\angle NOB = 32^\circ$, $\angle MOC = 65^\circ$. Tìm được tọa độ điểm M .



- Câu 46.** Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như Hình. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy) . Cho biết $OM = 50, (\vec{i}, \vec{OH}) = 64^\circ, (\vec{OH}, \vec{OM}) = 48^\circ$.



Tìm tọa độ của điểm M .

- Câu 47.** Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;1;1), B(5;7;9), C(9;11;4)$. Tính:
- Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng.
 - Góc $\widehat{BAC}$.

