

CHƯƠNG 7: ĐA THỨC

Dạng 1: Xác định đa thức
Dạng 2: Tính giá trị của đa thức
Dạng 3: Dấu của đa thức
Dạng 4: Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết
Dạng 5: Nghiệm của đa thức

Dạng 3. Dấu của đa thức

Câu 1. (HSG 7 Thị xã Nghi Sơn Tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ biết $21a - 3b + 5c = 0$. Chứng minh $f(1).f(-3) \leq 0$.

Lời giải

$$3.f(1) + 2.f(-3) = 3.(a.1^2 + b.1 + c) + 2.[a.(-3)^2 + b.(-3) + c]$$

Ta có

$$3.(a + b + c) + 2.(9a - 3b + c) = 21a - 3b + 5c = 0$$

$$\Rightarrow 3.f(1) = -2f(-3)$$

$$\Rightarrow f(1).f(-3) = \frac{-2}{3}[f(-3)]^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow f(1).f(-3) \leq 0 \quad (\text{đpcm}).$$

Câu 2. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)

$$\text{Cho } A = |2x^4 + 3x^2 + 1| - |-2x^4 - x^2 - 1|$$

Cho

Chứng tỏ rằng giá trị biểu thức A luôn không âm với mọi giá trị của x .

Lời giải

$$\forall x \quad 2x^4 \geq 0, 3x^2 \geq 0 \Rightarrow 2x^4 + 3x^2 + 1 > 0$$

$$\text{Từ đó } |-2x^4 - x^2 - 1| = 2x^4 + x^2 + 1$$

$$\Rightarrow A = 2x^4 + 3x^2 + 1 - 2x^4 - x^2 - 1 = 2x^2 \geq 0 \quad \text{với mọi } x$$

Vậy giá trị của A luôn không âm với mọi x .

Câu 3. (HSG 7 _2018-2019)

$$A = -\frac{1}{2}x^2yz^2, B = -\frac{3}{4}xy^2z^2, C = x^3y$$

Cho các đơn thức

Chứng minh rằng các đơn thức A, B, C không thể cùng nhận giá trị âm

Lời giải

Giả sử cả 3 đơn thức A, B, C cùng có giá trị âm

$\Rightarrow A.B.C$ có giá trị âm (1)

$$A.B.C = \left(-\frac{1}{2}x^2yz^2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}xy^2z^2\right) \cdot x^3y = \frac{3}{8}x^6y^4z^4$$

Mặt khác

$$\frac{3}{8}x^6y^4z^4 \geq 0 \forall x, y$$

Vì

$$\Rightarrow ABC \geq 0 \forall x, y \quad (2)$$

Ta thấy (1) mâu thuẫn với (2)

\Rightarrow điều giả sử sai.

Vậy ba đơn thức A, B, C không thể cùng giá trị âm.

Câu 4. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2022 - 2023)

Xác định dấu của c , biết rằng $2a^3bc$ trái dấu với $-3a^5b^3c^2$

Lời giải

Do $2a^3bc$ và $-3a^5b^3c^2$ trái dấu nên $a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$

$$2a^3bc \cdot (-3a^5b^3c^2) < 0$$

$$\Rightarrow -6a^8b^4c^3 < 0$$

$$\Rightarrow a^8b^4c^3 > 0$$

$$\Rightarrow c^3 > 0 \quad (\text{do } a^8b^4 > 0 \quad \forall a, b \neq 0)$$

$$\Rightarrow c > 0$$

Vậy $c > 0$ tức là mang dấu dương.

Câu 5. (HSG 7 huyện, trường THCS Phú Trường 2022 - 2023)

Chứng minh đa thức $x^2 + 4x + 10$ dương.

Lời giải

$$\text{Ta có: } x^2 + 4x + 10 = x^2 + 2x + 2x + 4 + 6 = (x+2)^2 + 6$$

$$\text{Vì } (x+2)^2 \geq 0 \quad \forall x \quad \text{nên } (x+2)^2 + 6 > 0 \quad \forall x$$

Do đó $x^2 + 4x + 10$ dương.

Câu 6. (HSG 7 huyện Tam Hưng 2013 - 2014)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Chứng tỏ rằng: $f(-2) \cdot f(3) \leq 0$ nếu $13a + b + 2c = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(-2) + f(3) = (4a - 2b + c) + (9a + 3b + c) = 13a + b + 2c$$

$$\Rightarrow f(-2) + f(3) = 0 \quad (\text{vì } 13a + b + 2c = 0)$$

$$\Rightarrow f(-2) = -f(3)$$

$$\Rightarrow f(-2).f(3) = -f(3).f(3) = -[f(3)]^2 \leq 0$$

Câu 7. (HSG 7 Đề huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, biết $5a - b + 2c = 0$. Chứng minh rằng $f(1).f(-2) \leq 0$

Lời giải

$$f(1) = a + b + c$$

Ta có:

$$f(-2) = 4a - 2b + c$$

$$f(1) + f(-2) = a + b + c + 4a - 2b + c = 5a - b + 2c = 0$$

$$\Rightarrow f(1) = -f(-2)$$

$$\Rightarrow f(1).f(-2) = -[f(-2)]^2 \leq 0$$

Câu 8. (HSG 7 Đề quận Tây Hồ 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, với a, b, c là các hệ số thỏa mãn $5a - 7b - c = 0$. Chứng tỏ tích $f(-2).f(1)$ là một số không âm

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-2) = 4a - 2b + c \\ f(1) = a + b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2f(-2) = 8a - 4b + 2c \\ -3f(1) = -3a - 3b - 3c \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } 2f(-2) - 3f(1) = 5a - 7b - c = 0$$

$$\Rightarrow 2f(-2) - 3f(1) = 0$$

$$\Rightarrow 2f(-2) = 3f(1)$$

Suy ra $f(-2)$ và $f(1)$ cùng dấu

Do đó $f(-2).f(1)$ là số không âm. Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>