**Bài 5.** Ta có: . Nên số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  là 2 . Vậy chi phí sản xuất tối đa cho mỗi sản phẩm không vượt quá 2 triệu đồng.

**Bài 6.** Ta có: , suy ra hàm số  là hàm số đồng biến trên .

Ta lại có: 

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là .

Vậy số sản phẩm sản xuất được tối đa khi số người tham gia là rất lớn không vượt quá 1250 .

**Bài 7.** Ta có: .

Suy ra, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là .

Vậy số lượng sản phẩm của công ty bán được trong thời gian dài không thể thấp hơn 600 sản phẩm.

**Bài 8.** Ta có . Vậy điều này có nghĩa là khi  dần về 0 thì lực hấp dẫn tiến đến .

**Bài 9.** Ta có:  nên  là tiệm cận đứng của đồ thị. Vậy khi hệ số tương đối dần về  thì vận tốc gần bằng .

**Bài 10.**

a) Ta có: .

Sau 15 năm thì . Nên .

Vậy sau 15 năm, giá trị của xe ô tô đó bằng 4000 (USD).

b) Ta có: .

Suy ra, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  là .

Vậy khi thời gian tăng lên, giá trị của xe ô tô đó ngày càng giảm về và gần bằng 2000 USD.

**Bài 11.**

a) Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ  có  (gam) muối tinh khiết. Khi thêm  (gam) muối tinh khiết vào 200 gam dung dịch muối nồng độ  thì có  (gam) muối tinh khiết. Khi đó, ta có hàm số là .
b) Ta có .

Vì  đồng biến trên khoảng  nên khi  tăng thì  tăng. Nghĩa là khi thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì dung dịch có nồng độ phần trăm càng tăng.

Vì  với mọi  nên  dẫn đến .

Nghĩa là nồng độ phần trăm không vượt quá  khi cho thêm nhiều gam muối tinh khiết vào.

**Bài 12.**

a) Dân số của thị trấn đó vào năm 2025 là  nghìn người.

b) Ta có  luôn nhận giá trị dương trên khoảng . Nên hàm số đồng biến trên .

Ta lại có: . Do đó đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang là .

Vì vậy dân số của thị trấn đó không thể vượt quá 26 nghìn người.

**Bài 13.**

a) Số lượng xe máy điện của cửa hàng được bán ra trong tháng đầu là  (xe).

b) Ta có:  để bán được từ 45 xe trở lên trong mỗi tháng thì phải từ tháng thứ tư trở đi.

c) Ta có:  Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  là đường thẳng .

Vì tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  là đường thẳng  nên khi  càng lớn thì số lượng xe bán ra càng tiến gần đến mức  tháng.

**Bài 14.** Tổng số tiền cần bỏ ra để in  cuốn sách là:  (nghìn đồng).

Chi phí trung bình của mỗi cuốn sách là .

Ta có .

Suy ra  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số . Vậy chi phí trung bình của mỗi cuốn sách thấp nhất càng gần nhưng không thể thấp hơn 50000 đồng.

**Bài 15.** Một đồ chơi  công ty phải trả 6 USD nên  đồ chơi  công ty phải trả  (USD) . Khi đó tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất  đồ chơi  là: .

Ta có 

Suy ra  là phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số . Vậy chi phí trung bình của mỗi đồ chơi  thấp nhất càng gần nhưng không thể nhỏ hơn 6 USD.

**Bài 16.** Ta có .

Vậy dân số của huyện đó không vượt quá 20 ( nghìn người).

**Bài 17.** Ta có .

Suy ra, đường thẳng  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

Vậy để đạt được gần như loại bỏ  chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy thì cần chi phí là vô cùng lớn và gần như là không thể thực hiện được.

**Bài 18.** Chi phí để sản xuất trung bình một sản phẩm là

 (nghìn đồng).

Ta có .

Vậy đường thẳng  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số .

Bài 19. Sau  phút khối lượng muối trong bể là  (gam).

Thể tích của bể sau  phút là  (lít).

Khi đó  lít .

.

Vậy nồng độ muối tối đa có trong bể là 25 (gam/lít).

**BÀI 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Bài 1.** Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm:  và nhận  làm 1 cực trị.

Ta có: 

Khi đó ta có hệ sau: 

Nên: .

Thầy Hiếu dừng đi bộ khi: 

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của  trên .

Ta có: .

Khi đó: 

Vậy vận tốc lớn nhất mà thầy Hiếu đạt được là  tại thời điểm .

**Bài 2.** 

 

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | 0 |  |  20 |  30 |  |
|   |  | + |  0  | - |  |
|   |  |  |   |   |  |
|  | 0  |  |  |  | 0 |

Vậy để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là .

**Bài 3.** Đặt  ;

Gọi  tổng diện tích của hình vuông ở giữa và bốn tam giác cân nhỏ.



 ![](data:application/octet-stream;base64...)

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   |  |  |  |
|   |  |  |  |
|   |  |   |  |
|  |  |  |  |

Vậy .

**Bài 4.** Gọi giá vé sau khi điều chỉnh là 

Số khách là: 

Tổng thu nhập: 

Bảng biến thiên

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

. Suy ra giá vé là:  USD

**Bài 5.**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Gọi  là cạnh của tam giác đều, .

Suy ra cạnh hình vuông là  (m).

Gọi  là tổng diện tích của hai hình.

. Ta có: .

.

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Dựa vào bảng biến thiên,  đạt giá trị nhỏ nhất tại .

Vậy độ dài phần đầu là .

**Bài 6.** Sau  phút, trong bể chứa  lít nước và  gam chất khử trùng.

Suy ra nồng độ chất khử trùng trong bể sau  phút là  gam/lít.

Khảo sát sự biến thiên hàm số .

Ta có: 

 

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Dựa vào BBT ta thấy giá trị  tăng theo  nhưng không vượt ngưỡng 0,4 gam/lít.

Vậy .

**Bài 7.** Gọi  là chiều rộng, ta có chiều dài là .

Do diện tích đáy và các mặt bên là  nên có chiều cao ,

Ta có:  nên .



Thể tích bể cá là  và 

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Bể cá có dung tích lớn nhất bằng .

**Bài 8.** Đặt . Theo đề bài, ta có .

.

. Khi đó .

![](data:application/octet-stream;base64...)

Vậy chiều rộng đáy mương  thỏa ycbt.

**Bài 9.** Gọi độ dài đoạn dây gấp tam giác đều là  thì độ dài đoạn dây gấp hình vuông là  (mét)

Khi đó 

Mặt khác:

 

Khi đó 

Dễ dàng tính được .

**Bài 10.** Gọi độ dài đoạn dây gấp đường tròn là  thì độ dài đoạn dây gấp hình vuông là  (mét)

Khi đó 

Mặt khác:

 

Khi

 

Dễ dàng tính được .

**Bài 11.** Gọi chiều dài, chiều rộng của hộp là  và .

Khi đó, ta có thể tích của cái hộp là:

 

Do giá thành làm đáy và mặt bên hộp là 3 , giá thành làm nắp hộp là 1 nên giá thành làm hộp là:

 

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số không âm ta được:

 

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: 

Vậy  và .

**Bài 12.** Gọi độ dài của hàng rào song song với bờ sông là  với 

Gọi độ dài của mỗi hàng rào trong ba hàng rào song song nhau là  với 

Diện tích đất mà bác nông dân rào được là: .

Tổng chi phí là 15000000 dồng nên ta có phương trình:


Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương ta có:

 

Vậy diện tích lớn nhất mà bác nông dân có thể tạo rào là .

**Bài 13.**

a) Chi phí để  sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là  triệu đồng.

b) Số tiền  thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho  là

  ( triệu đồng).

c) Lợi nhuận mà  thu được là:

 

d) Xét hàm số  ta có ,  (chọn).

Ta có .

Vậy  bán cho  khoảng  tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất bằng .

**Bài 14.** Theo bài ra ta có: phương trình của parabol là .

Khoảng cách giữa khung Parabol và đường xuyên núi là:

  với 

Xét 

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Dựa vào bảng biến thiên,  là đoạn có độ dài lớn nhất khi 

 

Vì  và  là hai điểm đối xứng qua 

 

Tổng độ dài .

**Bài 15.** Để nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi thời gian di chuyển về đến tại thấp nhất.

Vậy nên Quãng đuờng ông Vinh di chuyển về đến trại phải thấp nhất.

Quãng đường của Ông Vinh

Theo bài ra ta có: ông Vinh sẽ đi qua các quãng đường .

Ta có: 

Thời gian Ông Vinh chạy đến Trại nghỉ là:  với 

Xét  ( thỏa mãn)

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của  nhỏ nhất khi .

 

Vậy, nồng độ chất độc trong máu thấp nhất là 

**Bài 16.** Gọi  (km) là độ dài quãng đường ;

 là độ dài quãng đuờng DB.

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường 

là:  (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường  là:  (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ  đến  là:

![](data:application/octet-stream;base64...)

 

Xét hàm số  trên khoảng .