|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****HÀ TĨNH****ĐỀ THI CHÍNH THỨC**  | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10****TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ TĨNH** **NĂM HỌC 2022-2023****Môn thi: TOÁN** Thời gian làm bài : 150 phút  |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho là các số thực khác 0 thỏa mãn và 

Tính giá trị biểu thức 

1. Cho là các số thực dương thỏa mãn 

Chứng minh rằng 

**Câu 2. (2,5 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 3. (1,5 điểm)**

1. Tìm số nguyên để là số chính phương
2. Cho là các số nguyên thỏa mãn . Tìm số dư khi chia cho 16

**Câu 4. (2,5 điểm)** Cho hai đường tròn và cắt nhau tại hai điểm phân biệt và B. Trên tia đối của tia lấy điểm kẻ các tiếp tuyến với đường tròn , trong đó thuộc đường tròn nằm trong đường tròn (O). Hai đường thẳng và cắt đường tròn lần lượt tại và (P, Q khác A). Tia cắt PQ tại K

1. Chứng minh tam giác đồng dạng với tam giác 
2. Gọi và lần lượt là giao điểm của với và Chứng minh 
3. Chứng minh 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho các số thực dương thỏa mãn 

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : 

**Câu 6. (0,5 điểm)** Lớp có 34 học sinh, các học sinh lớp này đều tham gia một số câu lạc bộ của trường. Mỗi học sinh của lớp tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kỳ của lớp này thì luôn có ít nhất 3 học sinh thâm gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh rằng có 1 câu lạc bộ gồm ít nhất 9 học sinh lớp 9A tham gia

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Cho là các số thực khác 0 thỏa mãn và **

**Tính giá trị biểu thức **

Ta có 



Vậy 

1. **Cho là các số thực dương thỏa mãn **

**Chứng minh rằng **



(đúng vì 

**Câu 2. (2,5 điểm)**

1. **Giải phương trình : **

Điều kiện 

Phương trình đã cho tương đương 



Vậy 

1. **Giải hệ phương trình **

Điều kiện Đặt . Thay vào hệ phương trình đã cho, ta có :



Vậy tập nghiệm là 

**Câu 3. (1,5 điểm)**

1. **Tìm số nguyên để là số chính phương**

Ta có 

Xét ta có là số chính phương

Xét để A là số chính phương khi 
Do đó, ta có . Ta có các trường hợp :



Vậy hoặc thì A là số chính phương

1. **Cho là các số nguyên thỏa mãn . Tìm số dư khi chia cho 16**

Ta có nếu nếu do đó với mọi số nguyên . Ta có



Do đó chia hết cho 2

Suy ra lẻ, do đó lẻ, nên chia 8 dư 1

Suy ra và 

Vậy chia cho 16 dư 1

**Câu 4. (2,5 điểm) Cho hai đường tròn và cắt nhau tại hai điểm phân biệt và B. Trên tia đối của tia lấy điểm kẻ các tiếp tuyến với đường tròn , trong đó thuộc đường tròn nằm trong đường tròn (O). Hai đường thẳng và cắt đường tròn lần lượt tại và (P, Q khác A). Tia cắt PQ tại K**

****

1. **Chứng minh tam giác đồng dạng với tam giác **

Ta có (góc nội tiếp cùng chắn 

(góc nội tiếp cùng chắn 

tứ giác nội tiếp

Do là các tứ giác nội tiếp nên (cùng bù với 



1. **Gọi và lần lượt là giao điểm của với và Chứng minh **

Do nên các điểm cùng nằm trên đường tròn đường kính Suy ra (góc nội tiếp cùng chắn 

Và (góc nội tiếp cùng chắn hai cung và bằng nhau)

từ đó suy ra 

1. **Chứng minh **

Ta có (vì tứ giác nội tiếp)

Và (vì tứ giác nội tiếp), suy ra 

Ta có và (góc nội tiếp cùng chắn 

Mặt khác, ta có : (vì tứ giác nội tiếp)

Suy ra 

Từ (1) và (3), ta có : 

Từ (2) và (4), ta có là trung điểm vuông tại K

Vậy, ta có 

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho các số thực dương thỏa mãn **

**Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : **

Áp dụng bất đẳng thức Cosi, ta có 

Mặt khác, ta có 

Áp dụng bất đẳng thức Co – si , ta có:



Tương tự, ta có :



Suy ra ; Đẳng thức xảy ra khi 

**Câu 6. (0,5 điểm) Lớp có 34 học sinh, các học sinh lớp này đều tham gia một số câu lạc bộ của trường. Mỗi học sinh của lớp tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kỳ của lớp này thì luôn có ít nhất 3 học sinh thâm gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh rằng có 1 câu lạc bộ gồm ít nhất 9 học sinh lớp 9A tham gia**

Giả sử các câu lạc bộ đều không có quá 8 học sinh của lớp tham gia

Gọi là số câu lạc bộ có hơn  học sinh của lớp 9A

Nếu thì từ 5 trong số các câu lạc bộ này, ta chọn mỗi câu lạc bộ 2 học sinh của lớp 9A, khi đó 10 học sinh này sẽ không thỏa mãn bài toán

* Nếu thì tổng số học sinh của lớp 9A tham gia các câu lạc bộ này không quá nghĩa là còn có ít nhất học sinh của lớp 9A, mỗi học sinh tham gia 1 câu lạc bộ mà mỗi câu lậc bộ này chỉ có 1 học sinh của lớp 9A. Chọn 10 học sinh này thì không thỏa mãn điều kiện bài toán
* Nếu thì số học sinh của lớp 9A tham gia 4 câu lạc bộ này không quá , nghĩa là còn có ít nhất 2 học sinh của lớp 9A, mỗi học sinh này tham gia 1 câu lạc bộ mà mỗi câu lạc bộ này chỉ có 1 học sinh lớp 9A. Chọn 2 học sinh trong số những học sinh còn lại này và 4 câu lạc bộ trên mỗi câu lạc bộ chọn 2 học sinh của lớp 9A, khi đó học sinh của lớp 9A được chọn không thỏa mãn điều kiện

Vậy điều giả sử ở trên sai, nghĩa là tồn tại một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh của lớp 9A tham gia