

Bài 7: Cho hình vuông $ABCD$ có E là trung điểm của AB , F là trung điểm của AD .

- 1) Chứng minh tứ giác $DFEB$ là hình thang cân.
- 2) Gọi I là trung điểm của EF . Từ I lần lượt vẽ $IP \perp AD$ tại P , $IQ \perp AB$ tại Q . Tứ giác $AQIP$ là hình đặc biệt gì? Vì sao?
- 3) Chứng minh: A, I, C thẳng hàng.
- 4) Vẽ $BH \perp CF$ tại H , BH cắt CD tại T . Chứng minh: T là trung điểm của CD .

Bài 8: Cho hình vuông $ABCD$. Trên tia đối của các tia AD, BA, CB, DC lần lượt lấy các điểm A', B', C', D' sao cho $AA' = BB' = CC'$. Chứng minh:

- 1) $\triangle AA'B' = \triangle BB'C' = \triangle CC'D' = \triangle DD'A'$.
- 2) $A'B'C' = 90^\circ$.
- 3) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Bài 9: Cho hình vuông $ABCD$. Hai đường thẳng d_1 và d_2 vuông góc nhau ở tâm O của hình vuông. Đường thẳng d_1 cắt AB, CD ở P và Q . Đường thẳng d_2 cắt BC, AD ở R và S . Chứng minh:

- 1) $\triangle AOP = \triangle BOR$.
- 2) $OP = OR = OS = OQ$.
- 3) Tứ giác $PRQS$ là hình vuông.

Bài 10: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC . Chứng minh:

- 1) $AIKD$ và $BIKC$ là hình vuông.
- 2) $IK = \frac{DC}{2}$ và $DIC = 90^\circ$.

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông cân ở A . Trên cạnh BC lấy các điểm H, G sao cho $BH = HG = GC$. Qua H và G kẻ các đường thẳng vuông góc với BC chúng cắt AB và AC theo thứ tự tại E, F . Chứng minh:

- 1) $\triangle BEH$ và $\triangle CFG$ là các tam giác vuông cân.
- 2) $EH = HG = CF$.

Bài 12: Cho $\angle xOy = 90^\circ$ có Ot là đường phân giác. D là điểm trên Ot với $OD = a$. Đường thẳng trung trực của OD cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại A, B .

- 1) Chứng minh: $\triangle OBD$ vuông cân và $\triangle OAD$ vuông cân.
- 2) Tứ giác $OBDA$ là hình gì? Vì sao?
- 3) Tính S_{OADB} theo a .

Bài 13: Cho $ABCD$ là hình vuông. Lấy E, F, G, H lần lượt là các điểm thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $AE = BF = CG = DH$. Chứng minh:

- 1) Tứ giác $EFGH$ có ba góc vuông.

2) $HE = HG$.

3) Tứ giác $EFGH$ là một hình vuông.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = \sqrt{2}$ và $BC = 2$. D là điểm đối xứng với A qua BC .

4) Tính BD, DC .

5) Tứ giác $ABDC$ là hình gì? Vì sao? Tính S_{ABDC} .

Bài 2: Cho hình thang $ABCD$ có độ dài đáy lớn bằng 2 lần đáy nhỏ CD . Gọi I là trung điểm của AB . Đường thẳng AD cắt đường thẳng BC tại E .

1) Chứng minh: tứ giác $AICD$ và tứ giác $BCDI$ là hình bình hành.

2) Chứng minh: $DIA = ECD$ và $AD = DE$.

3) Giả sử $A = D = 90^\circ$ và $AD = CD$. Chứng minh: $BC \perp AC$.

Bài 3: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC . Chứng minh:

1) $AIKD$ và $BIKC$ là hình vuông. 2) $IK = \frac{DC}{2}$ và $DIC = 90^\circ$.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại B , gọi O là trung điểm của AC ; D là điểm đối xứng của B qua O . Trên cạnh BC lấy điểm M và trên tia đối của DC lấy điểm N sao cho $DN = BM$.

1) Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?

2) Chứng minh: tam giác MAN là tam giác cân.

3) Chứng minh: BD đi qua trung điểm của MN , (gợi ý: từ N vẽ đường thẳng song song với BM và cắt BD tại T).

Bài 5: Cho hình bình hành $ABCD$ có . Gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của AB và CD .

1) Chứng minh: $AECF$ là hình bình hành.

2) Chứng minh: $AEFD$ là hình thoi.

3) Gọi M là giao điểm của AF và DE ; N là giao điểm của BF và CE . Chứng minh: $EMFN$ là hình chữ nhật.

4) Hình bình hành $ABCD$ cần điều kiện gì thì $EMFN$ là hình vuông?

Bài 6: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi DE, BK lần lượt là đường phân giác góc trong của các $\triangle ADB$ và $\triangle DBC$.

1) Chứng minh: $DE \parallel BK$.

2) Tứ giác $DEBK$ là hình gì? Vì sao?

3) Tìm điều kiện của $\triangle ABD$ để $DEBK$ trở thành: a) Hình chữ nhật. b) Hình vuông.

Bài 7: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2AD$. Gọi M và N là trung điểm của AB và CD .

1) Xác định dạng tứ giác $AMND$.

2) Chứng minh: $AN \parallel MC$.

3) E là giao điểm của AN và DM , F là giao điểm của MC và BN . Chứng minh: $EF \parallel BC$.

4) Xác định dạng của tứ giác $MENF$.

5) Tìm điều kiện của hình bình hành $ABCD$ để tứ giác $MENF$ là hình vuông.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường trung tuyến AM . Gọi P là trung điểm của AB , Q là điểm đối xứng với M qua P .