ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC PHÉP TOÁN VÉCTƠ

Dạng 1. Các bài toán về khái niệm véctơ

Câu 1. Nếu $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$ thì:

A. tam giác ABC là tam giác cân **B.** tam giác ABC là tam giác đều

C. A là trung điểm đoạn BC **D.** điểm B trùng với điểm C

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}\Rightarrow B\equiv C$

Câu 2. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P. Khi đó cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ **B.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$ **C.** $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$ **D.** $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$

Lời giải

Đáp án A

Câu 3. Cho tam giác ABC, có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C?

A. 4 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 12

Lời giải

Ta có các vectơ: $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA},\overrightarrow{AC}.$

Đáp án B.

Câu 4. Cho hai vectơ không cùng phương a và b. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ a và b

B. Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ a và b

C. Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ a và b, đó là vectơ 0

D. Cả A, B, C đều sai

Lời giải

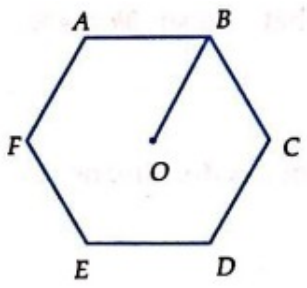
Vì vectơ 0 cùng phương với mọi vectơ. Nên có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ a và b, đó là vectơ 0.

Đáp án C.

Câu 5. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O. Số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OB}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

Lời giải



Các vectơ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OB}$ là:

$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$.

Đáp án B.

Câu 6. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

A. $ABCD$ là hình bình hành

B. $ACBD$ là hình bình hành

C. AD và BC có cùng trung điểm

D. $\overrightarrow{AB} = CD$ và $AB // CD$

Lời giải

Đáp án C

Câu 7. Cho hình vuông $ABCD$, câu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **C.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ **D.** $\left|\overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{CB}\right|$

Lời giải

Đáp án D

Câu 8. Cho vectơ $\overrightarrow{AB}$ và một điểm ***C.*** Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** Vô số

Lời giải

Đáp án A

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ với O là giao điểm của hai đường chéo. Câu nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **B.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ **C.** $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$ **D.** $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$

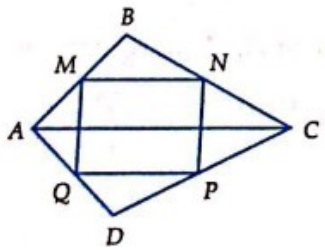
Lời giải

Đáp án A

Câu 10. Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$ **B.** $\left|\overrightarrow{QP}\right|=\left|\overrightarrow{MN}\right|$ **C.** $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP}$ **D.** $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$

Lời giải



Ta có $\begin{cases} MN//PQ \\ MN=PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2}AC$).

Do đó MNPQ là hình bình hành.

Đáp án D.

Câu 11. Cho ba điểm *A, B, C* phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng hướng

C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng **D.** $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương

Lời giải

Với ba trường hợp lần lượt *A, B, C* nằm giữa thì ta luôn có $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

Đáp án D.

Câu 12. Cho tứ giác *ABCD.* Có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

A. 4 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 12

Lời giải

Đáp án D

Một vectơ khác vectơ không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Do đó có 12 cách chọn 2 điểm trong 4 điểm của tứ giác.

Câu 13. Cho 5 điểm *A, B, C, D, E* có bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu là *A* và điểm cuối là một trong các điểm đã cho:

A. 4 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 12

Lời giải

Đáp án A

Câu 14. Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi:

A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau

B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành

C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều

D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau

Lời giải

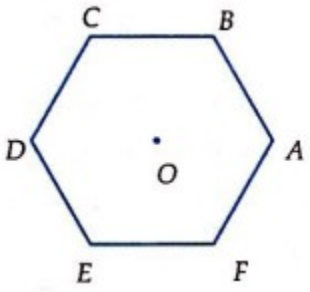
Đáp án D

Câu 15. Cho lục giác đều *ABCDEF* tâm *O*. Hãy tìm các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm *O* sao cho bằng với $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{FO},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{FD}$ **B.** $\overrightarrow{FO},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{ED}$ **C.** $\overrightarrow{BO},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{ED}$ **D.** $\overrightarrow{FO},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{ED}$

Lời giải

Đáp án D



Các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

$\overrightarrow{FO},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{ED}$

Câu 16. Cho tam giác *ABC.* Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm của *AB, BC, CA.* Xác định các vectơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CA},\overrightarrow{AP},\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PC},\overrightarrow{CP}$ **B.** $\overrightarrow{NM},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CB},\overrightarrow{PA},\overrightarrow{AP}$

C. $\overrightarrow{NM},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CA},\overrightarrow{AP},\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PC},\overrightarrow{CP}$ **D.** $\overrightarrow{NM},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA},\overrightarrow{AM},\overrightarrow{MA},\overrightarrow{PN},\overrightarrow{CP}$

Lời giải

Đáp án C

Có 3 đường thẳng song song với *MN* là *AC, AP, PC*

Nên có 7 vectơ

$\overrightarrow{NM},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CA},\overrightarrow{AP},\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PC},\overrightarrow{CP}$

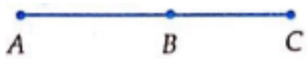
Câu 17. Cho ba điểm *A, B, C* cùng nằm trên một đường thẳng. Các vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi:

A. Điểm *B* thuộc đoạn *AC* **B.** Điểm *A* thuộc đoạn *BC*

C. Điểm *C* thuộc đoạn *AB* **D.** Điểm *A* nằm ngoài đoạn *BC*

Lời giải

Đáp án A



Câu 18. Cho tam giác đều cạnh $2a$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AB}=2a$ **C.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=2a$ **D.** $\overrightarrow{AB}=AB$

Lời giải

Đáp án C

Vì tam giác đều nên $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=2a$

Câu 19. Cho tam giác không cân ABC. Gọi H, O lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. M là trung điểm của BC. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Tam giác ABC nhọn thì $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{OM}$ cùng hướng.

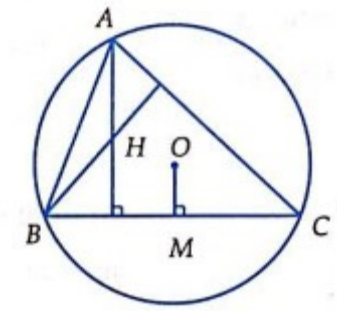
B. $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{OM}$ luôn cùng hướng.

C. $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{OM}$ cùng phương nhưng ngược hướng.

D. $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{OM}$ có cùng giá

Lời giải

Đáp án A



Thật vậy khi ΔABC nhọn thì ta có:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \parallel OM$$

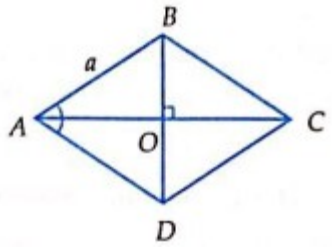
O, H nằm trong tam giác $\Rightarrow \overrightarrow{AH},\overrightarrow{OM}$ cùng hướng

Câu 20. Cho hình thoi tâm O, cạnh bằng a và $\widehat{A}=60^\circ$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $\left|\overrightarrow{AO}\right|=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\left|\overrightarrow{OA}\right|=a$ **C.** $\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|$ **D.** $\left|\overrightarrow{OA}\right|=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Đáp án A



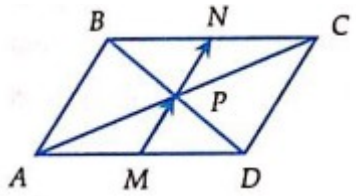
Vì $\widehat{A}=60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ đều $\Rightarrow AO=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left|\vec{AO}\right|=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 21. Cho tứ giác *ABCD.* Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm của *AD, BC* và *AC.* Biết $\vec{MP}=\vec{PN}$. Chọn câu đúng.

A. $\vec{AC}=\vec{BD}$ **B.** $\vec{AC}=\vec{BC}$ **C.** $\vec{AD}=\vec{BC}$ **D.** $\vec{AD}=\vec{BD}$

Lời giải

Đáp án C



Ta có: $MP//DC, MP=\frac{1}{2}DC$, $PN//AB, PN=\frac{1}{2}AB$ .Mà $MP=PN$

$\Rightarrow \vec{AB}=\vec{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AD}=\vec{BC}$

Câu 22. Cho tam giác *ABC* với trực tâm *H*. *D* là điểm đối xứng với *B* qua tâm *O* của đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC.* Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{HA}=\vec{CD}$ và $\vec{AD}=\vec{CH}$ **B.** $\vec{HA}=\vec{CD}$ và $\vec{DA}=\vec{HC}$

C. $\vec{HA}=\vec{CD}$ và $\vec{AD}=\vec{HC}$ **D.** $\vec{AD}=\vec{HC}$ và $\vec{OB}=\vec{OD}$

Lời giải

Ta có *BD* là đường kính $\Rightarrow \vec{OB}=\vec{DO}$.

$AH\perp BC, DC\perp BC \Rightarrow AH//DC$ (1)

Ta lại có $CH\perp AB, DA\perp AB \Rightarrow CH//DA$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ tứ giác *HADC* là hình bình hành $\Rightarrow \vec{HA}=\vec{CD}; \vec{AD}=\vec{HC}$.

Đáp án C.

Câu 23. Cho ΔABC với điểm M nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với M qua A', B', C'. Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$ và $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{NC}$ **B.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$ và $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QN}$ **D.** $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$

Lời giải

Ta có $AMCP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

Lại có $AQBM$ và $BMCN$ là hình bình hành

$\Rightarrow NC = BM = QA$

$\Rightarrow AQNC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$.

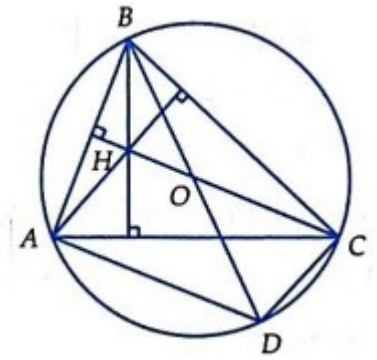
Đáp án B.

Câu 24. Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O. Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$ **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ **C.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ **D.** $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có thể chỉ ra được $ADCH$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$

Câu 25. Cho đường tròn tâm O. Từ điểm A nằm ngoài (O), kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O). Xét mệnh đề:

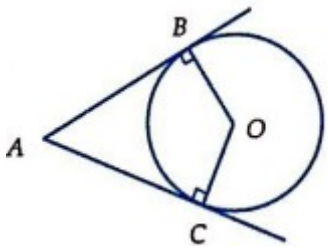
(I) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ (II) $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$ (III) $\left|\overrightarrow{BO}\right| = \left|\overrightarrow{CO}\right|$

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I) **B.** (I) và (III) **C.** (I), (II), (III) **D.** Chỉ (III)

Lời giải

Đáp án D



$OB = OC = R \Rightarrow \left|\overrightarrow{BO}\right| = \left|\overrightarrow{CO}\right|$

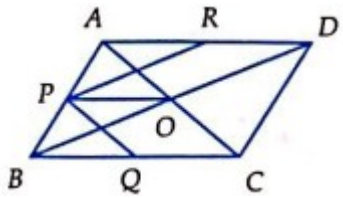
Ta có:

Câu 26. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD. Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm mệnh đề sai?

A. Có 2 vectơ bằng $\overrightarrow{PR}$ **B.** Có 4 vectơ bằng $\overrightarrow{AR}$ **C.** Có 2 vectơ bằng $\overrightarrow{BO}$ **D.** Có 5 vectơ bằng $\overrightarrow{OP}$

Lời giải

Đáp án D



$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

Ta có:

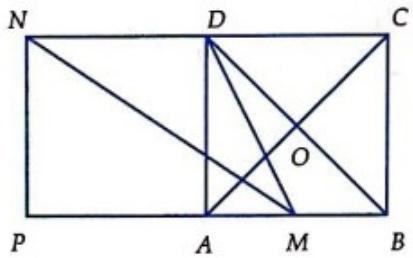
$\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{PO} = \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{QC},\ \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{PR},\ \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{RA} = \overrightarrow{DR} = \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{QB}$

Câu 27. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm đối xứng với C qua D. Hãy tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ **B.** $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ **C.** $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ **D.** $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$

Lời giải

Đáp án C



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông MAD ta có:

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2$$

$$= \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P.

$$PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$$

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông NPM ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{13a^2}{4}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

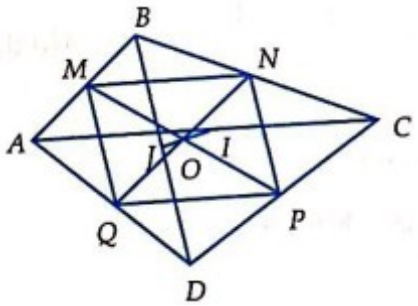
Suy ra $\left|\vec{MN}\right| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

Câu 28. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Gọi O là giao điểm của các đường chéo của tứ giác $MNPQ$, trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD tương ứng là I, J. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{OI} = \vec{OJ}$ **B.** $MP = NQ$ **C.** $\vec{MN} = \vec{PQ}$ **D.** $\vec{OI} = -\vec{OJ}$

Lời giải

Đáp án D



Ta có: $MNPQ$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{MN} = \vec{QP}$

Ta có:

$$\vec{OI}+\vec{OJ}=\frac{1}{2}\left(\vec{OA}+\vec{OC}\right)+\frac{1}{2}\left(\vec{OD}+\vec{OB}\right)=\frac{1}{2}\left(\vec{OA}+\vec{OB}\right)+\frac{1}{2}\left(\vec{OC}+\vec{OD}\right)$$
$$=\vec{OM}+\vec{ON}=0$$
$$\Rightarrow \vec{OI}=-\vec{OJ}$$

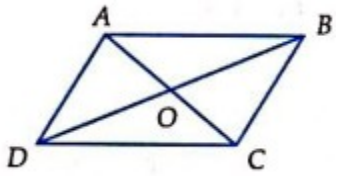
Dạng 2. Chứng minh đẳng thức véctơ

Câu 29. Cho hình bình hành tâm O. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\vec{AB}=\vec{OA}-\vec{AB}$ **B.** $\vec{CO}-\vec{OB}=\vec{BA}$ **C.** $\vec{AB}-\vec{AD}=\vec{AC}$ **D.** $\vec{AO}+\vec{OD}=\vec{CB}$

Lời giải

Đáp án B



$$\vec{CO}-\vec{OB}=\vec{CO}+\vec{OD}=\vec{CD}=\vec{BA}$$

Câu 30. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD. Tìm đẳng thức sai:

A. $\vec{AM}+\vec{AN}=\vec{AC}$ **B.** $\vec{AM}+\vec{AN}=\vec{AB}+\vec{AD}$

C. $\vec{AM}+\vec{AN}=\vec{MC}+\vec{NC}$ **D.** $\vec{AM}+\vec{AN}=\vec{DB}$

Lời giải

+ Tứ giác $AMCN$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AM}+\vec{AN}=\vec{AC}\Rightarrow$ A đúng.

+ $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AB}+\vec{AD}=\vec{AC}=\vec{AM}+\vec{AN}\Rightarrow$ B đúng.

+ $\vec{AM}=\vec{NC},\vec{AN}=\vec{MC}\Rightarrow \vec{AM}+\vec{AN}=\vec{MC}+\vec{NC}\Rightarrow C$ đúng.

Đáp án D.

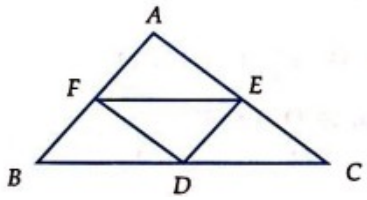
Câu 31. Cho $\Delta ABC, D, E, F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=\vec{AB}+\vec{AC}+\vec{BC}$ **B.** $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=\vec{AF}+\vec{CE}+\vec{BD}$

C. $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=\vec{AE}+\vec{BF}+\vec{CD}$ **D.** $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=\vec{BA}+\vec{BC}+\vec{AC}$

Lời giải

Đáp án C



$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DF}$

$=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}+\left(\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{FE}\right)=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$

Câu 32. Cho 6 điểm *A, B, C, D, E, F* bất kì trên mặt phẳng. Tìm đẳng thức sai trong các đẳng thức sau:

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{CB}$

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{CF}$

D. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BD}=0$

Lời giải

Đáp án D

Ta có:

$\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}\right)=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}=0 \Leftrightarrow B\equiv A$. Vì *A, B* bất kì $\Rightarrow D$ sai.

Câu 33. Cho ΔABC, các điểm *M, N, P* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, AC, BC.* Với *O* là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\left(\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}\right)$

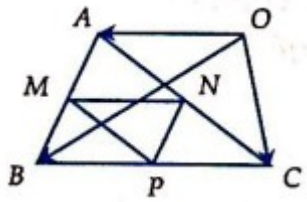
B. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}$

C. $2\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}$

D. $2\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=3\left(\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}\right)$

Lời giải

Đáp án B



VT $=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$

$=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PC}$ Mà $\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NP}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NC}=0 \Rightarrow$ VT $=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}$

Câu 34. Cho 4 điểm *A, B, C, D.* Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DA}$

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}$

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}$

Lời giải

Đáp án A

VT $= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \left(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD}\right) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \text{VP}$

Câu 35. Cho hai tam giác ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có trọng tâm lần lượt là G và G'. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = 3\overrightarrow{GG'}$

B. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = 3\overrightarrow{GG'}$

C. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = 3\overrightarrow{GG'}$

D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'} = 3\overrightarrow{GG'}$

Câu 36. Cho 5 điểm *A, B C, D, E*. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = 2\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}\right)$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}\right)$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}\right)$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}\right) + \overrightarrow{CD} + \left(\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA'}\right) = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}\right) + \overrightarrow{DA}$

$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA}\right) = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

Câu 37. Cho ΔABC và một điểm *M* tùy ý. Chọn hệ thức đúng?

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$

B. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

D. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Đáp án C

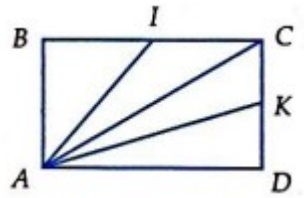
$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

Câu 38. Cho hình chữ nhật *ABCD, I, K* lần lượt là trung điểm của *BC* và *CD*. Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ **C.** $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$ **D.** $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Đáp án D



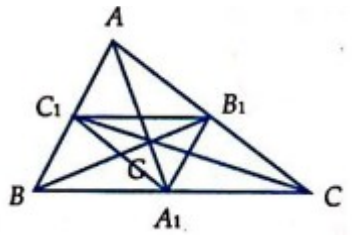
$$\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

Câu 39. Cho ΔABC có trọng tâm *G*. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của *BC, CA, AB.* Chọn đẳng thức sai.

A. $\overrightarrow{GA_1}+\overrightarrow{GB_1}+\overrightarrow{GC_1}=0$ **B.** $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=0$ **C.** $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=0$ **D.** $\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GC_1}$

Lời giải

Đáp án D



Ta có: $\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{C_1G}\Rightarrow D$ sai. Nhận xét: ΔABC và $\Delta A_1B_1C_1$ cùng trọng tâm.

Câu 40. Cho 4 điểm *M, N, P, Q* bất kì. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng.

A. $\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{MN}$ **B.** $\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MQ}$

C. $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{MQ}$ **D.** $\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{MQ}$

Lời giải

Đáp án B

Ta có:

$$\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{QN}=\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MQ}+\left(\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QN}\right)=\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MQ}=\text{VP}$$

Câu 41. Cho 6 điểm *A, B, C, D, E, F* phân biệt. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{FA}=0$ **B.** $\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CF}-\overrightarrow{BF}=0$

C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$ **D.** $\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CF}$

Lời giải

+ Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{AA}=0\Rightarrow A$ đúng.

+ $\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CF}-\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}=0\Rightarrow B$ đúng.

+ $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BF}\Leftrightarrow\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AF}$

$\Rightarrow$ C đúng.

+ $\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{FC}=0\Leftrightarrow 2\overrightarrow{FC}=0\Leftrightarrow F\equiv C$ (mâu thuẫn giả thiết)

$\Rightarrow$ D sai.

Đáp án D.

Câu 42. Cho ΔABC với *H, O, G* lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp trọng tâm. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OH}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$ **B.** $\overrightarrow{HO}=3\overrightarrow{OG}$ **C.** $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ **D.** $2\overrightarrow{GO}=-3\overrightarrow{OH}$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0\Rightarrow\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OG}$ (1)

Gọi *I* là trung điểm *BC*, A' đối xứng với *A* qua *O*.

Dễ thấy $HBA'C$ là hình bình hành

$\Leftrightarrow\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HA'}\Leftrightarrow\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HA'}=2\overrightarrow{HO}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{HO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{HO}\Leftrightarrow\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow\overrightarrow{OH}=3\overrightarrow{OG}\Leftrightarrow\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GH}=3\overrightarrow{OG}\Leftrightarrow\overrightarrow{GH}=2\overrightarrow{OG}\Leftrightarrow\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

Đáp án C.

Câu 43. Cho 4 điểm *A, B, C,**D.*** Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của *AB* và *CD.* Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{IJ}$ **B.** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{IJ}$ **C.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{IJ}$ **D.** $2\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CA}=0$

Lời giải

+ B đúng vì $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JD}$

$=2\overrightarrow{IJ}+\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}\right)+\left(\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{JD}\right)=2\overrightarrow{IJ}$

+ C đúng vì $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JD}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JC}=2\overrightarrow{IJ}$

+ D đúng vì $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{IJ}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}=0$

Đáp án A.

Câu 44. Cho ΔABC, M là một điểm trên cạnh BC. Khi đó đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{BM}=\frac{MA}{AB}.\overrightarrow{AC}+\frac{MB}{AB}.\overrightarrow{BC}$

C. $3\overrightarrow{CM}=\frac{MB}{AC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MA}{AB}.\overrightarrow{AC}$

D. $2\overrightarrow{AM}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Kẻ $MN//AC, N\in AB$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có $\overrightarrow{AN}=\frac{AN}{AB}.\overrightarrow{AB}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{NM}=\frac{NM}{AC}.\overrightarrow{AC}=\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NM}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$.

Đáp án A.

Câu 45. Cho ΔABC, AM, BN, CP là các trung tuyến. D, E, F là trung điểm của AM, BN và CP. Với O là điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}$

B. $2\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=3\left(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}\right)$

C. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\left(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}\right)$

D. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\left(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}\right)$

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OM}=4\overrightarrow{OD}$ (1)

Tương tự $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=4\overrightarrow{OE}$ (2)

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=4\overrightarrow{OF}$ (3)

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta được đáp án **A.**

Đáp án A.

Câu 46. Cho tam giác ABC đều tâm O, M là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của M xuống ba cạnh lần lượt là D, E, F. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$

B. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$

C. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$

D. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

Lời giải

Qua M kẻ các đường thẳng $A_1B_1//AB, A_2C_1//AC, B_2C_2//BC$

$\Rightarrow$ Các tam giác đều $\Delta MB_1C_1, \Delta MA_1C_2, \Delta MA_2B_2$

Ta có: $\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MB_1}+\overrightarrow{MC_1}\right), \overrightarrow{ME}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{MC_2}\right), \overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MB_2}+\overrightarrow{MA_2}\right)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{MA_2}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MB_1}+\overrightarrow{MB_2}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MC_1}+\overrightarrow{MC_2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}.$$

Đáp án D.

Câu 47. Cho tứ giác $ABCD$. I, J lần lượt là trung điểm của AB và DC. G là trung điểm của IJ. Xét các mệnh đề:

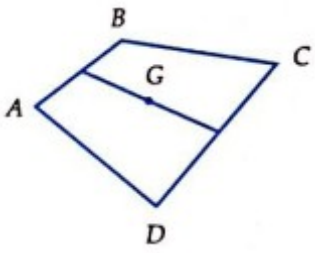
(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AG}$ (II) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{IG}$ (III) $\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JD}=\overrightarrow{JI}$

Mệnh đề sai là:

A. (I) và (II) **B.** (II) và (III) **C.** Chỉ (I) **D.** Tất cả đều sai

Lời giải

Đáp án B



$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}\right)+\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GD}\right)$$
$$=3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=4\overrightarrow{GA}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=4\overrightarrow{AG}+2\overrightarrow{I}+2\overrightarrow{GJ}=4\overrightarrow{AG}$$

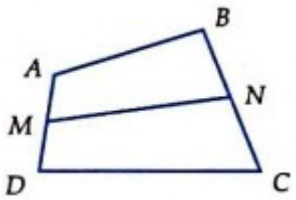
(II) và (III) sai vì G không phải là trung điểm của AC và BD.

Câu 48. Cho tứ giác $ABCD$, các điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn AD và BC sao cho $\frac{MA}{MD}=\frac{NB}{NC}=\frac{m}{n}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MN}=\frac{n\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{DC}}{m+n}$ **B.** $\overrightarrow{AM}=\frac{n\overrightarrow{AC}+m\overrightarrow{AB}}{m+n}$ **C.** $\overrightarrow{BN}=\frac{n\overrightarrow{BC}+m\overrightarrow{CD}}{m+n}$ **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{n\overrightarrow{CD}+m\overrightarrow{AD}}{m+n}$

Lời giải

Đáp án A



$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \end{cases}$$

Ta có

$$\Rightarrow \begin{cases} n\overrightarrow{MN} = n\overrightarrow{MA} + n\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{BN} \\ m\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{MD} + m\overrightarrow{DC} + m\overrightarrow{CN} \end{cases} \Rightarrow (m+n)\overrightarrow{MN}$$

$$= \left(n\overrightarrow{MA} + m\overrightarrow{MD}\right) + \left(n\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{DC}\right) + \left(n\overrightarrow{BN} + m\overrightarrow{CN}\right) = 0 + n\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{DC} + 0 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{n\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{DC}}{m+n}$$

Câu 49. Cho ΔABC và một điểm M bất kì trong tam giác. Đặt $S_{MBC} = S_a$, $S_{MCA} = S_b$, $S_{MAB} = S_c$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $S_a.\overrightarrow{MA} + S_b.\overrightarrow{MB} + S_c.\overrightarrow{MC} = 0$

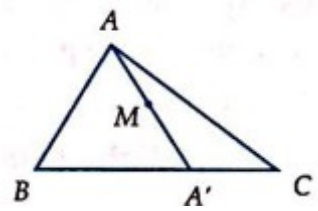
B. $S_a.\overrightarrow{AB} + S_b.\overrightarrow{BC} + S_c.\overrightarrow{CA} = 0$

C. $S_a.\overrightarrow{MC} + S_b.\overrightarrow{MB} + S_c.\overrightarrow{MA} = 0$

D. $S_a.\overrightarrow{AC} + S_b.\overrightarrow{AB} + S_c.\overrightarrow{BC} = 0$

Lời giải

Đáp án A



Gọi $A' = AM \cap BC$

$$\overrightarrow{MA'} = \frac{A'C}{BC}\overrightarrow{MB} + \frac{A'B}{BC}\overrightarrow{MC}$$

Ta có

$$\frac{A'C}{A'B} = \frac{S_{MA'C}}{S_{MA'B}} = \frac{S_{MAC}}{S_{MAB}} = \frac{S_b}{S_c} \Rightarrow \frac{A'C}{BC} = \frac{S_b}{S_b + S_c}; \frac{A'B}{BC} = \frac{S_c}{S_b + S_c}$$

$$\overrightarrow{MA'} = \frac{S_b}{S_b + S_c}\overrightarrow{MB} + \frac{S_c}{S_b + S_c}\overrightarrow{MC} (*) \qquad \frac{MA'}{MA} = \frac{S_{MA'B}}{S_{MAB}} = \frac{S_{MA'C}}{S_{MAC}} = \frac{S_{MA'B} + S_{MA'C}}{S_{MAB} + S_{MAC}} = \frac{S_a}{S_b + S_c}$$

Mặt khác

$$\Rightarrow \overrightarrow{Ma'} = \frac{-S_a}{S_b + S_a}\overrightarrow{MA} \qquad -S_a\overrightarrow{MA} = S_b\overrightarrow{MB} + S_c\overrightarrow{MC}$$

, thay vào (*) ta được:

$\Leftrightarrow S_a\overrightarrow{MA}+S_b\overrightarrow{MB}+S_c\overrightarrow{MC}=0$

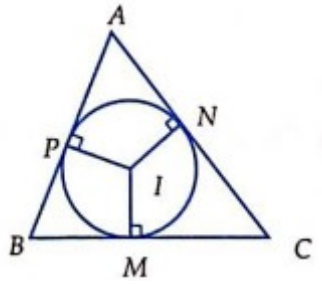
Câu 50. Cho ΔABC với $BC=a, AC=b, AB=c$. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại M, N, P. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a.\overrightarrow{IM}+b.\overrightarrow{IN}+c.\overrightarrow{IP}=0$ **B.** $a.\overrightarrow{MA}+b.\overrightarrow{NB}+c.\overrightarrow{PC}=0$

C. $a.\overrightarrow{AM}+b.\overrightarrow{BN}+c.\overrightarrow{CP}=0$ **D.** $a.\overrightarrow{AB}+b.\overrightarrow{BC}+c.\overrightarrow{CA}=0$

Lời giải

Đáp án A



Gọi p là nửa chu vi ΔABC, ta có:

$AP=AN=p-a$

$BM=BP=p-b$

$CN=CM=p-c$

Ta có $\overrightarrow{IM}=\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{IB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{IC}\Leftrightarrow a\overrightarrow{IM}=(p-c)\overrightarrow{IB}+(p-b)\overrightarrow{IC}(1)$

Tương tự:

$b\overrightarrow{IN}=(p-a)\overrightarrow{IC}+(p-c)\overrightarrow{IA}(2), c\overrightarrow{IP}=(p-b)\overrightarrow{IA}+(p-a)\overrightarrow{IB}(3)$

Cộng từng vế (1), (2), (3) ta được:

$\Leftrightarrow a\overrightarrow{IM}+b\overrightarrow{IN}+c\overrightarrow{IC}$

$=(2p-b-c)\overrightarrow{IA}+(2p-a-c)\overrightarrow{IB}+(2p-a-b)\overrightarrow{IC}=a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}=0$

Nhận xét: Áp dụng kết quả nếu I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC thì

$\Leftrightarrow a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{BI}+c\overrightarrow{CI}=0$

Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 51. Cho hai điểm A và ***B.*** Tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=0$.

A. Điểm I ngoài đoạn AB sao cho $IB=\frac{1}{3}AB$

B. Điểm I thuộc đoạn AB sao cho $IB = \frac{1}{3}AB$

C. Điểm I là trung điểm đoạn AB

D. Điểm I nằm khác phía với B đối với A và $IB = \frac{1}{3}AB$.

Lời giải

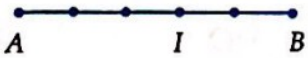
$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$.

Vậy I thuộc đoạn AB sao cho $IB = \frac{1}{3}AB$.

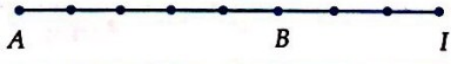
Đáp án B.

Câu 52. Cho đoạn thẳng AB. Hình nào sau đây biểu diễn điểm I sao cho $\overrightarrow{AI} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}$.

A.

B. 

C.

D. 

Lời giải

Đáp án B.

Câu 53. Cho hai điểm A, B phân biệt. Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0$

A. M ở vị trí bất kì

B. M là trung điểm của AB

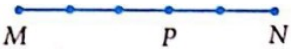
C. Không tìm được M

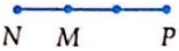
D. M nằm trên đường trung trực của AB

Lời giải

Đáp án B

Câu 54. Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Hình vẽ nào sau đây xác định đúng vị trí điểm M.

A. 

B. 

C.

D.

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{MP}$ và P, N khác đối với M

Câu 55. Cho đoạn thẳng AB và điểm M là một điểm trong đoạn AB sao cho $AM=\frac{1}{5}AB$. Tìm k để $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$.

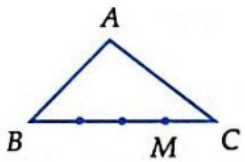
A. $k=\frac{1}{4}$ **B.** $k=4$ **C.** $k=-\frac{1}{4}$ **D.** $k=-4$

Lời giải

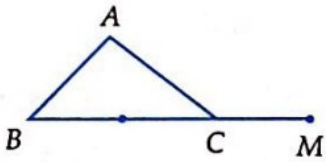
Đáp án C

Câu 56. Cho ΔABC. Trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC}$. Điểm M được vẽ đúng trong hình nào sau đây?

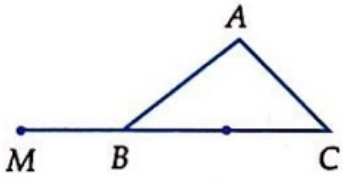
A.



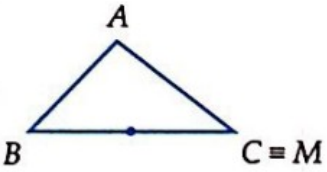
B.



C.



D.



Lời giải

Đáp án B

Câu 57. Cho ΔABC có G là trọng tâm. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=0$.

A. Điểm M là trung điểm cạnh AC.

B. Điểm M là trung điểm cạnh GC.

C. Điểm M chia đoạn AB theo tỉ số 4.

D. Điểm M chia đoạn GC thỏa mãn $\overrightarrow{GC}=4\overrightarrow{GM}$.

Lời giải

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{MG}+2\overrightarrow{GC}=0$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{MG}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+\overrightarrow{GC}=0\Leftrightarrow \overrightarrow{GC}=4\overrightarrow{GM}$

Đáp án D.

Câu 58. Cho ΔABC, I là trung điểm của AC. Vị trí điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{CB}$ xác định bởi hệ thức:

A. $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BI}$ **B.** $\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{BI}$ **C.** $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$ **D.** $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{BI}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow \overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{NB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NC}=-\overrightarrow{NB}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{NI}=-\overrightarrow{NB}\Rightarrow \overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

Đáp án C.

Câu 59. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm N thỏa mãn:
$\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}-\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}$.

A. Điểm N là trung điểm cạnh AB **B.** Điểm C là trung điểm cạnh BN
C. Điểm C là trung điểm cạnh AM **D.** Điểm B là trung điểm cạnh NC

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}-\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{NC}-\overrightarrow{NA}\right)+\overrightarrow{ND}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)-\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{ND}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DN}$

$\Rightarrow ACND$ là hình bình hành $\Rightarrow C$ là trung điểm cạnh BN.

Đáp án B.

Câu 60. Cho 2 điểm A, B là hai số thực a, b sao cho $a+b\neq 0$. Xét các mệnh đề:

(I) Tồn tại duy nhất một điểm M thỏa mãn $a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}=0$.

(II) $\overrightarrow{MA}=-\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$.

(III) M là điểm nằm trên đường thẳng AB.

Trong các mệnh đề trên thì:

A. (I) và (III) tương đương nhau **B.** (II) và (III) tương đương nhau
C. (I) và (II) tương đương nhau **D.** (I), (II), (III) tương đương nhau

Lời giải

$a\overrightarrow{AM}+b\overrightarrow{MB}=0\Leftrightarrow a\overrightarrow{MA}+b\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)=0\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}=-\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$

Do giả thiết M được xác định duy nhất trên đường thẳng AB.

Đáp án C.

Câu 61. Cho ΔABC với $BC=a, AC=b, AB=c$. Nếu điểm I thỏa mãn hệ thức $a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}=0$ thì:

A. Điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

B. Điểm I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.

C. Điểm I là trực tâm của ΔABC.

D. Điểm I là trọng tâm của ΔABC.

Lời giải

Lấy A' sao cho $\frac{A'B}{A'C}=\frac{c}{b}$ hay AA' là đường phân giác.

Ta có: $a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}=0 \Leftrightarrow a\overrightarrow{IA}+(b+c)\overrightarrow{IA'}=0$

$$\frac{IA}{IA'}=\frac{b+c}{a}=\frac{c}{\frac{ac}{b+c}}=\frac{BA}{BA'}$$

$\Leftrightarrow$ I thuộc đoạn AA' và

$\Rightarrow$ I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.

Đáp án B.

Câu 62. Cho ΔABC. Xác định điểm I sao cho: $2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}=3\overrightarrow{BC}$.

A. Điểm I là trung điểm của cạnh AC

B. Điểm C là trung điểm của cạnh IA

C. Điểm C chia đoạn IA theo tỉ số -2

D. Điểm I chia đoạn AC theo tỉ số 2

Lời giải

Đáp án C

$$2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}=3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IB}=3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}\right)=2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}$$
$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{IC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{IC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{IC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI}=-2\overrightarrow{CA}$$

Câu 63. Cho ΔABC có M là trung điểm AB và N trên cạnh AC sao cho $NC=2NA$. Xác định điểm K sao cho $3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}-12\overrightarrow{AK}=0$.

A. Điểm K là trung điểm cạnh AM

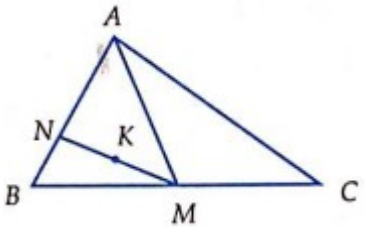
B. Điểm K là trung điểm cạnh BN

C. Điểm K là trung điểm cạnh BC

D. Điểm K là trung điểm cạnh MN

Lời giải

Đáp án D



M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AN}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}-12\overrightarrow{AK}=0$

$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{AM}+6\overrightarrow{AN}-12\overrightarrow{AK}=0\Leftrightarrow \overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}\right)\Rightarrow$ K là trung điểm của MN.

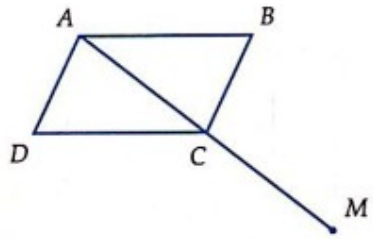
Câu 64. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AD}$.

A. Điểm M là trung điểm cạnh AC **B.** Điểm M là trung điểm cạnh BD

C. Điểm C là trung điểm cạnh AM **D.** Điểm B là trung điểm cạnh MC

Lời giải

Đáp án C



$\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BA}\Rightarrow \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow \overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$

Vậy C là trung điểm của AM

Câu 65. Cho ΔABC. Tìm điểm N sao cho: $2\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=0$.

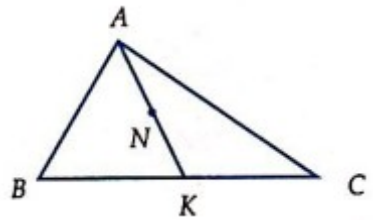
A. N là trọng tâm ΔABC **B.** N là trung điểm của BC

C. N là trung điểm của AK với K là trung điểm của BC

D. N là đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm 2 cạnh

Lời giải

Đáp án C



Gọi K là trung điểm BC $\Rightarrow \overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=2\overrightarrow{NK}$

Nên $2\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=0\Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NK}=0\Leftrightarrow \overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NK}=0\Rightarrow$ N là trung điểm AK

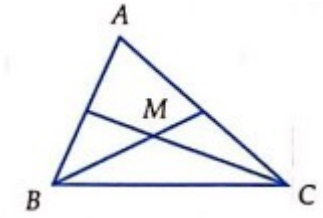
Câu 66. Cho ΔABC. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CB}$.

A. M là trung điểm cạnh AB **B.** M là trung điểm cạnh BC

C. M chia đoạn AB theo tỉ số 2 **D.** M là trọng tâm ΔABC

Lời giải

Đáp án D



$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}\Rightarrow$ M là trọng tâm ΔABC

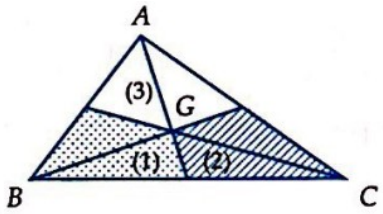
Câu 67. Cho ΔABC có trọng tâm G, điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}$. Khi đó điểm M thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$ **C.** $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$ **D.** $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

Đáp án A

$2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=2\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)+\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}=6\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}\Rightarrow \overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

Câu 68. Gọi G là trọng tâm ΔABC. Nối điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}$ thì M ở vị trí nào trong hình vẽ:



A. Miền (1) **B.** Miền (2) **C.** Miền (3) **D.** Ở ngoài ΔABC

Lời giải

Đáp án B

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-3\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MG}=-3\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow \overrightarrow{MG}=-\overrightarrow{MC}$

Hay M là trung điểm của GC

Câu 69. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AM}$. Khi đó điểm M trùng với điểm:

A. O **B.** I là trung điểm đoạn OA

C. I là trung điểm đoạn OC **D.** C

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AM}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AC}\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\Rightarrow M\equiv O$

Câu 70. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Gọi điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}=\alpha\overrightarrow{MB}+\beta\overrightarrow{MC}$; $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$. Nếu M là trọng tâm ΔABC thì α,β thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $\alpha^2-\beta^2=0$ **B.** $\alpha.\beta=1$ **C.** $\alpha-\beta=0$ **D.** Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Đáp án D

Ta có M là trọng tâm thì $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=0$

So sánh với $\overrightarrow{MA}=\alpha\overrightarrow{MB}+\beta\overrightarrow{MC}\Rightarrow \alpha=-1;\beta=-1$

Câu 71. Cho ΔABC. Nếu điểm D thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{CD}$ với M tùy ý, thì D là đỉnh của hình bình hành:

A. $ABCD$ **B.** $ACBD$

C. $ABED$ với E là trung điểm của BC **D.** $ACED$ với B là trung điểm của EC

Lời giải

Đáp án D

$$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{CM}=\left(\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}$$

Vậy D là đỉnh của hình bình hành $ACED$.

Câu 72. Cho đoạn AB và điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=0$. Tìm số $k\in\mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AI}=k\overrightarrow{AB}$.

A. $k=\frac{3}{4}$ **B.** $k=\frac{3}{5}$ **C.** $k=\frac{2}{5}$ **D.** $k=\frac{3}{2}$

Lời giải

Đáp án B

$$2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=0\Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-3\overrightarrow{IA}=0\Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}\Rightarrow k=\frac{3}{5}$$

Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện

Câu 73. Gọi G là trọng tâm của ΔABC. Tập hợp điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=6$ là:

A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. **B.** Đường tròn tâm G bán kính là 1.

C. Đường tròn tâm G bán kính là 2. **D.** Đường tròn tâm G bán kính là 6.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}\Rightarrow 3\left|\overrightarrow{MG}\right|=6\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MG}\right|=2$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G bán kính là 2.

Đáp án C.

Câu 74. Cho ΔABC có trọng tâm G. I là trung điểm của BC. Tập hợp điểm M sao cho: $2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. đường trung trực của đoạn GI **B.** đường tròn ngoại tiếp ΔABC

C. đường thẳng GI **D.** đường trung trực của đoạn AI

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG},\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}\Rightarrow 2\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3\left|2\overrightarrow{MI}\right|$

$\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MG}\right|=\left|\overrightarrow{MI}\right|\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là trung trực của GI.

Đáp án A.

Câu 75. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}$ là

A. một đoạn thẳng **B.** một đường tròn **C.** một điểm **D.** tập hợp rỗng

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$

$\Rightarrow 2\overrightarrow{MI}=2\overrightarrow{MJ}\Leftrightarrow\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MJ}$ với I, J là trung điểm của AB, CD

$\Rightarrow$ Không có điểm M nào thỏa mãn.

Đáp án D.

Câu 76. Trên đường tròn $C(O;R)$ lấy điểm cố định A; B là điểm di động trên đường tròn đó. Gọi M là điểm di động sao cho $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$. Khi đó tập hợp điểm M là:

A. đường tròn tâm O bán kính $2R$. **B.** đường tròn tâm A bán kính R

C. đường thẳng song song với OA **D.** đường tròn tâm C bán kính $R\sqrt{3}$

Lời giải

Từ giả thiết $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\Rightarrow$ O, A, M, B theo thứ tự là các đỉnh của hình bình hành. Do $AM=OB=R\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A bán kính R.

Đáp án B.

Câu 77. Cho ΔABC. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|=\overrightarrow{MC}$ là:

A. một đường tròn tâm C

B. đường tròn tâm I (I là trung điểm của AB)

C. một đường thẳng song song với AB

D. là đường thẳng trung trực của BC

Lời giải

Đáp án A

$$\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}\right|\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{BA}\right|=\left|\overrightarrow{MC}\right|$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm C bán kính AB.

Câu 78. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=k, k>0$ là:

A. đường tròn tâm O bán kính là $\frac{k}{4}$

B. đường tròn đi qua A, B, C, D

C. đường trung trực của AB

D. tập rỗng

Lời giải

Đáp án A

$$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|4\overrightarrow{MO}\right|=k\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MO}\right|=\frac{k}{4}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính $\frac{k}{4}$

Câu 79. Cho ΔABC trọng tâm G. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm BC, AB, CA. Quỹ tích các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. đường tròn tâm I bán kính $\frac{1}{2}JK$

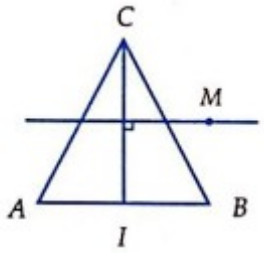
B. đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}IJ$

C. đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}CA$

D. trung trực AC

Lời giải

Đáp án B



Gọi I là trung điểm của AB thì

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2\left|\overrightarrow{MC}\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{2MI}\right|=\left|\overrightarrow{2MC}\right| \Leftrightarrow$ Tập hợp điểm M là trung trực của IC

Câu 80. Cho đường tròn $(O;R)$ và hai điểm A, B cố định. Với mỗi điểm M ta xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$, lúc đó:

A. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên đường thẳng AB

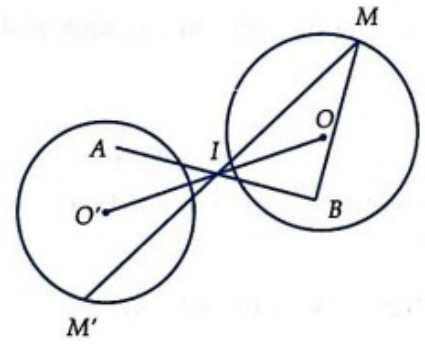
B. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên đường thẳng đối xứng với AB qua O

C. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định

D. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định bán kính R

Lời giải

Đáp án D



Gọi I là trung điểm AB

$\Rightarrow$ I là điểm cố định: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI} \Rightarrow \overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MI} \Rightarrow$ I là trung điểm của MM'

Gọi O' là điểm đối xứng của O qua điểm I thì O' cố định và $MOM'O'$ là hình bình hành

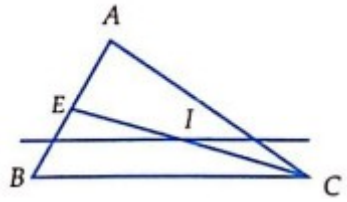
$\Rightarrow OM=OM'=R \Rightarrow M'$ nằm trên đường tròn cố định tâm O' bán kính R.

Câu 81. Cho ΔABC. Tìm tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}$ với $k\in\mathbb{R}$

A. là một đoạn thẳng **B.** là một đường thẳng **C.** là một đường tròn **D.** là một điểm

Lời giải

Đáp án B



Gọi E là trung điểm của AB, I là trung điểm của EC

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{ME}+2\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MI}\Rightarrow \overrightarrow{MI}=\frac{k}{4}\overrightarrow{BC}$$

Do I, B, C cố định nên tập hợp điểm M là một đường thẳng đi qua I và song song với BC.

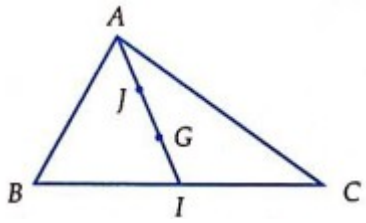
Câu 82. Cho ΔABC. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn: $\left|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. đường thẳng qua A **B.** đường thẳng qua B và C

C. đường tròn **D.** một điểm duy nhất

Lời giải

Đáp án C



$$\Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MA}\right|=\left|2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MI}\right|$$

GT đã cho

$$\Leftrightarrow \left|3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MA}\right)\right|=2\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MI}\right|$$

(I là trung điểm AB)

$$\Leftrightarrow 6\left|\overrightarrow{MJ}\right|=2\left|\overrightarrow{IA}\right|\Leftrightarrow MJ=\frac{1}{3}IA$$

(G là trọng tâm ΔABC)

$$\Leftrightarrow JM=\frac{1}{2}AG$$

(J là trung điểm của AG)

$$R=\frac{AG}{2}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính

Câu 83. Tập hợp điểm M mà $k\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MC}$, $k\neq 1$ là:

A. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ C **B.** đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ B

C. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ A **D.** đường trung trực của AB

Lời giải

Đáp án A

$k\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow 2k\overrightarrow{MI}=2\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow \overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{MI}$ (I là trung điểm AB)

$\Rightarrow M$ nằm trên đường thẳng CI.

Câu 84. Cho ΔABC. Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn: $\left|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$

A. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{3}$

B. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{4}$

C. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{9}$

D. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{2}$

Lời giải

Đáp án C

Vì A, B, C cố định nên ta chọn điểm I thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}=0$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}+3\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+4\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}\right)=0\Leftrightarrow 9\overrightarrow{IA}=-3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{IA}=-\frac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{9}$

$\Rightarrow I$ duy nhất từ đó $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=9\overrightarrow{MI}+\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}\right)=9\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$

Từ giả thiết $\Rightarrow \left|9\overrightarrow{MI}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right|\Leftrightarrow MI=\frac{AB}{9}$

Câu 85. Cho ΔABC. Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn điều kiện: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=k\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right),k\in\mathbb{R}$.

A. Tập hợp điểm M là đường trung trực của EF, với E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC

B. Tập hợp điểm M là đường thẳng qua A và song song với BC

C. Tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{9}$

D. Với H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AH}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ thì tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua E và song song với HB với E là trung điểm của AB

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$
$=\overrightarrow{MA}+(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})-3(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC})$
$=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{HB}$ (với H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AH}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$)

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=k(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC})\Leftrightarrow 2\overrightarrow{ME}=2k\overrightarrow{HB}\Leftrightarrow \overrightarrow{ME}=k\overrightarrow{HB}$ $\Rightarrow$ Đáp án D

Câu 86. Cho tứ giác $ABCD$ với K là số tùy ý. Lấy cá điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DN}=k\overrightarrow{DC}$. Tìm tập hợp trung điểm I của đoạn MN khi k thay đổi.

A. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AC, BD

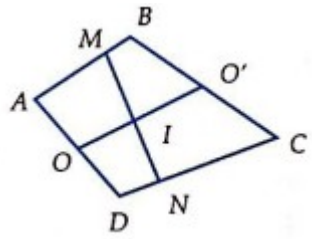
B. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AD, BC

C. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AB, DC

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Đáp án B



Gọi O, O' lần lượt là trung điểm AD và BC, ta có: $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{O'B}$

và $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{O'C}\Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{OO'}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM}+\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{OI}\Rightarrow \overrightarrow{OI}=\frac{1}{2}(k\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{DC})=k\overrightarrow{OO'}$$

Gọi I là trung điểm MN

Vậy tập hợp điểm I là đường thẳng OO'

Câu 87. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}\right|$ nhận giá trị nhỏ nhất.

A. Tập hợp điểm M là một đường thẳng

B. Tập hợp điểm M là một đoạn thẳng

C. Tập hợp điểm M là một đường tròn

D. Là một điểm

Lời giải

Đáp án B

Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔDEF.

$$\Rightarrow \left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}\right|=3\left|\overrightarrow{MP}\right|+3\left|\overrightarrow{MQ}\right|\geq 3(MP+MQ)\geq 3PQ$$

Dấu $"="$ xảy ra khi M thuộc đoạn PQ. Vậy tập hợp điểm M là đoạn thẳng PQ.

Câu 88. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $2\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}+(1-k)\overrightarrow{MC}=0, k\in\mathbb{R}$ là:

A. đường thẳng **B.** đường tròn **C.** đoạn thẳng **D.** một điểm

Lời giải

Đáp án A

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=k\left(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right)\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}(*)$$

Từ giả thiết

$$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=0\Rightarrow IC=2IA, I\in AC$$

Gọi I là điểm sao cho:

$$2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}=k\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MI}=k\overrightarrow{BC}$$

Từ (*):

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng qua I và song song với BC.

Câu 89. Cho ΔABC và điểm M thỏa mãn đẳng thức: $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$.

Tập hợp điểm M là

A. một đoạn thẳng **B.** nửa đường tròn **C.** một đường tròn **D.** một đường thẳng

Lời giải

Gọi E là trung điểm của AC $\Rightarrow \left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$

$$\Leftrightarrow \left|2\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|\Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{ME}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|$$

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{EI}$

$$\Leftrightarrow \left|2\left(\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{ME}\right)\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|\Leftrightarrow 2\left|\overrightarrow{MI}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|\Leftrightarrow MI=\frac{1}{2}AB$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{2}$.

Đáp án C.

Câu 90. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $\left|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$

A. là một đường tròn có bán kính là $\frac{AB}{2}$ **B.** là một đường tròn có bán kính là $\frac{BC}{3}$

C. là một đường thẳng qua A và song song với BC

D. là một điểm

Lời giải

Chọn điểm I sao cho

$$3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-2\overrightarrow{IC}=0\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AI}+2\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AI}\right)-2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AI}+2\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)=0\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)-2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)=3\overrightarrow{MI}$$

$$\Rightarrow \left|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|\Leftrightarrow 3MI=CB\Leftrightarrow MI=\frac{1}{3}CB$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{CB}{3}$.

Đáp án **B.**

Câu 91. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn hệ thức: $2\overrightarrow{MA}-(1+k)\overrightarrow{MB}-3k\overrightarrow{MC}=0$, k là giá trị thay đổi trên $\mathbb{R}$.

A. Tập hợp điểm M là một đoạn thẳng.
B. Tập hợp điểm M là một đường tròn.
C. Tập hợp điểm M là một đường thẳng.
D. Tập hợp điểm M là một nửa đường tròn.

Lời giải

Từ giả thiết $\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=k\left(\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right)$ (*)

Gọi I, K là các điểm sao cho $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=0;\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=0$

Thì I, K là các điểm cố định: $I\in AB:IB=2IA;K\in BC:KB=3KC$

Từ (*) $\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=k\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{MK}+3\overrightarrow{KC}\right)\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}=4k\overrightarrow{MK}$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng.

Đáp án **C.**

Dạng 5. Phân tích vectơ qua hai vectơ không cùng phương. Sự thẳng hàng, song song

Câu 92. Cho AK và BM là hai trung tuyến của ΔABC. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AK}$ và $\overrightarrow{BM}$.

A. $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$ **B.** $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$ **C.** $\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$ **D.** $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{BM}\right)$

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AK}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BM}$ (vì $KM=\frac{1}{2}AB$)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\Leftrightarrow \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$

Cách 2: Giả sử có cặp số *m, n* sao cho $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AK}+n\overrightarrow{BM}$, với $G=AK\cap BM$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB},\overrightarrow{AK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG},\overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\frac{3}{2}m\overrightarrow{AG}-\frac{3}{2}n\overrightarrow{GB}\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}m-1\right)\overrightarrow{AG}=\left(-\frac{3}{2}n-1\right)\overrightarrow{BG}$ (*)

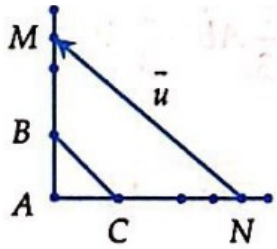
Do $\overrightarrow{AG},\overrightarrow{BG}$ không cùng phương $\Rightarrow$ (*) $\Rightarrow \begin{cases}\frac{3}{2}m-1=0\\ -\frac{3}{2}n-1=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m=\frac{2}{3}\\ n=-\frac{2}{3}\end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$.

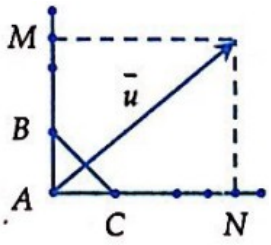
Đáp án A.

Câu 93. Cho ΔABC vuông cân, $AB=AC$. Khi đó vectơ $\vec{u}=\frac{11}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào sau đây?

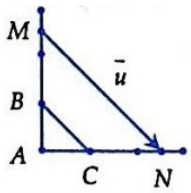
A.



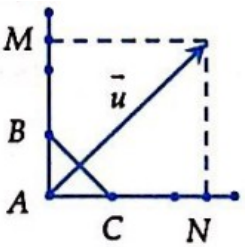
B.



C.



D.

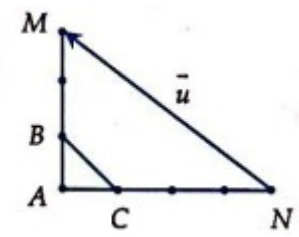


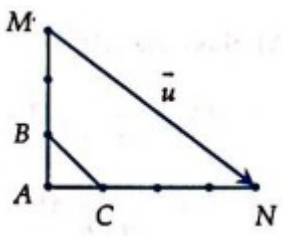
Lời giải

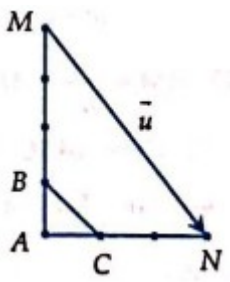
Theo hình vẽ $\overrightarrow{AM}=\frac{11}{4}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}\Rightarrow$ Chọn đáp án **D.**

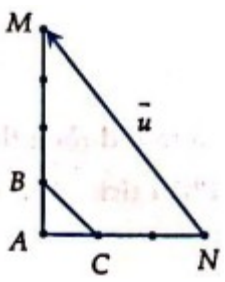
Đáp án D.

Câu 94. Cho tam giác ABC vuông cân tại A, vectơ $\vec{u} = 3\vec{AB} - 4\vec{AC}$ đuược vẽ đúng ở hình nào dưới đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Đáp án A

Câu 95. Cho ΔABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Phân tích $\vec{AB}$ theo hai vectơ $\vec{BN}$ là $\vec{CP}$.

A. $\vec{AB} = \frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$

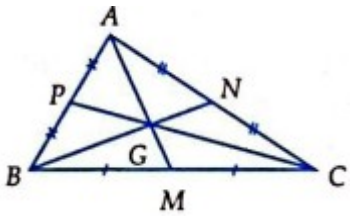
B. $\vec{AB} = -\frac{4}{3}\vec{BN} + \frac{2}{3}\vec{CP}$

C. $\vec{AB} = -\frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$

D. $\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{BN} - \frac{4}{3}\vec{CP}$

Lời giải

Đáp án C



$$\vec{AB} = \vec{AM} + \vec{MB} = 3\vec{GM} + \left(\vec{GB} - \vec{GM}\right) = 2\vec{GM} + \vec{GB}$$

$$= \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GB} = 2\vec{GB} + \vec{GC} = -\frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$$

Câu 96. Cho ΔABC. Diểm M nằm trên đường thẳng BC sao cho $\vec{MB} = k\vec{MC}\,(k \neq 1)$. Phân tích $\vec{AM}$ theo $\vec{AB}, \vec{AC}$.

A. $\vec{AM} = \frac{\vec{AB} + k\vec{AC}}{1-k}$

B. $\vec{AM} = \frac{\vec{AB} - k\vec{AC}}{1+k}$

C. $\vec{AM} = \frac{\vec{AB} - k\vec{AC}}{1-k}$

D. $\vec{AM} = \frac{\vec{AB} + k\vec{AC}}{1-k}$

Lời giải

Đáp án C

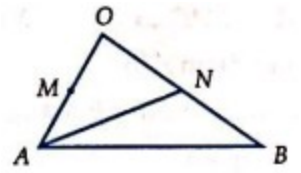
$$\overrightarrow{MB}=k\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AM}=k\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}-k\overrightarrow{AC}}{1-k}$$

Câu 97. Cho ΔOAB với M, N lần lượt là trung điểm của OA, OB. Tìm số m, n thích hợp để $\overrightarrow{NA}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$.

A. $m=-1,n=\frac{1}{2}$ **B.** $m=1,n=-\frac{1}{2}$ **C.** $m=1,n=\frac{1}{2}$ **D.** $m=-1,n=-\frac{1}{2}$

Lời giải

Đáp án B



$$\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$$

Câu 98. Cho hình bình hành $ABCD$ có E, N lần lượt là trung điểm của BC, AE. Tìm các số p và q sao cho $\overrightarrow{DN}=p\overrightarrow{AB}+q\overrightarrow{AC}$.

A. $p=\frac{5}{4};q=\frac{3}{4}$ **B.** $p=-\frac{4}{3};q=\frac{2}{3}$ **C.** $p=-\frac{4}{3};q=-\frac{2}{3}$ **D.** $p=\frac{5}{4};q=-\frac{3}{4}$

Lời giải

Đáp án D

$$\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

Vậy $p=\frac{5}{4},q=-\frac{3}{4}$

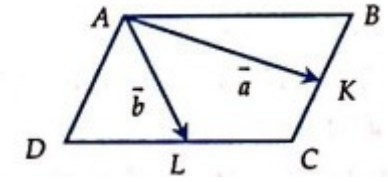
Câu 99. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm BC, CD. Biết $\overrightarrow{AK}=a,\overrightarrow{AL}=b$. Biểu diễn $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}$ theo a,b

A. $\overrightarrow{BA}=\frac{4}{3}a+\frac{2}{3}b,\overrightarrow{BC}=-\frac{2}{3}a+\frac{4}{3}b$ **B.** $\overrightarrow{BA}=-\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b,\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{3}a+\frac{4}{3}b$

C. $\overrightarrow{BA}=-\frac{1}{3}a-\frac{2}{3}b,\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{3}a+\frac{4}{3}b$ **D.** $\overrightarrow{BA}=-\frac{4}{3}a+\frac{2}{3}b,\overrightarrow{BC}=-\frac{2}{3}a+\frac{4}{3}b$

Lời giải

Đáp án D



$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BK}=2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AK}\right)=2\overrightarrow{BA}+2a\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=-2a$

$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{LD}=2\left(\overrightarrow{LA}+\overrightarrow{AD}\right)=2\overrightarrow{BC}-2b\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}=-2b$

$$\begin{cases}2\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=-2a\\ \overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}=-2b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{BA}=-\frac{4}{3}a+\frac{2}{3}b\\ \overrightarrow{BC}=-\frac{2}{3}a+\frac{4}{3}b\end{cases}$$

Từ đó ta có hệ phương trình:

Câu 100. Cho ΔABC có trọng tâm G. Gọi I là điểm trên BC sao cho $2CI=3BI$ và J là điểm trên BC kéo dài sao cho $5JB=2JC$. Tính $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AJ}$

A. $\overrightarrow{AG}=\frac{15}{16}\overrightarrow{AI}-\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

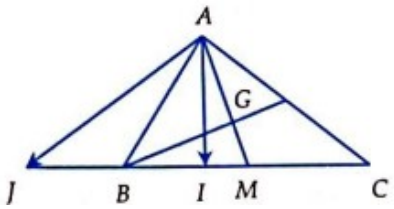
B. $\overrightarrow{AG}=\frac{35}{48}\overrightarrow{AI}-\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{15}{16}\overrightarrow{AI}+\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

D. $\overrightarrow{AG}=\frac{35}{48}\overrightarrow{AI}+\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

Lời giải

Đáp án B



Gọi M là trung điểm BC:

$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)2\overrightarrow{IC}=-3\overrightarrow{IB}\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}\right)=-3\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AI}\right)\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Tương tự:

$$\begin{cases}\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AI}\\ \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AJ}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AJ}\\ \overrightarrow{AC}=\frac{25}{16}\overrightarrow{AI}-\frac{9}{16}\overrightarrow{AJ}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\begin{array}{l}\frac{5}{8}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AJ}\\ +\frac{25}{16}\overrightarrow{AI}-\frac{9}{16}\overrightarrow{AJ}\end{array}\right)$$

Ta có hệ:

$$=\frac{35}{48}\overrightarrow{AI}-\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$$

Câu 101. Cho ΔABC. Điểm M nằm trên đường thẳng BC sao cho $n\overrightarrow{BM}=m\overrightarrow{BC}(n,m\neq 0)$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{m+n}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AM}=\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Đáp án D

$$n\overrightarrow{BM}=m\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow n\left(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}\right)=m\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}\right)$$

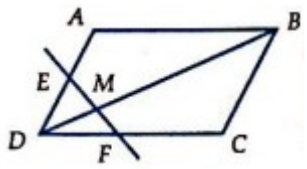
$$\Leftrightarrow(m+n)\overrightarrow{AM}=n\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$$

Câu 102. Một đường thẳng cắt các cạnh DA, DC và đường chép DB của hình bình hành $ABCD$ lần lượt tại các điểm E, F và M. Biết rằng $\overrightarrow{DE}=m\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DF}=n\overrightarrow{DC}$ $(m,n>0)$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{DM}$ qua $\overrightarrow{DB}$ và m, n.

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{m.n}{m+n}\overrightarrow{DB}$ **B.** $\overrightarrow{DM}=\frac{m}{m+n}\overrightarrow{DB}$ **C.** $\overrightarrow{DM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{DB}$ **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{m.n}{m-n}\overrightarrow{DB}$

Lời giải

Đáp án A



Đặt $\overrightarrow{DM}=x\overrightarrow{DB},\overrightarrow{EM}=y\overrightarrow{FM}\Rightarrow\overrightarrow{DM}=x\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}$ nên

$$\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{DM}-\overrightarrow{DE}=x\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}-m\overrightarrow{DA}=(x-m)\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}$$

$\overrightarrow{EM} = y\overrightarrow{FM} \Leftrightarrow (x-m)\overrightarrow{DA} + x\overrightarrow{DC} = xy\overrightarrow{DA} + y(x-n)\overrightarrow{DC}$

Ta có:

$$\begin{cases} x - m = xy \\ x = y(x-n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{m.n}{m+n} \\ y = -\dfrac{m}{n} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \frac{m.n}{m+n}\overrightarrow{DB}$$

Do DA và DC không cùng phương nên:

Câu 103. Cho ΔABC. Trên BC lấy điểm D sao cho $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Khi đó phân tích $\overrightarrow{AD}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

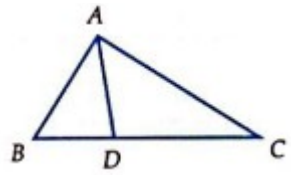
B. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Đáp án A



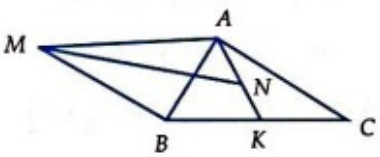
$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Câu 104. Cho tam giác ABC, hai điểm M, N thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 0$ và $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 0$. Tìm hai số p,q sao cho $\overrightarrow{MN} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}$.

A. $p = q = -\frac{3}{4}$ **B.** $p = 2, q = 0$ **C.** $p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{1}{2}$ **D.** $p = -\frac{3}{4}, q = \frac{5}{4}$

Lời giải

Đáp án D



Từ giả thiết: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow$ M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBM$.

Từ giả thiết: $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NK} = 0$

N là trung điểm AK, với K là trung điểm BC.

Ta có:

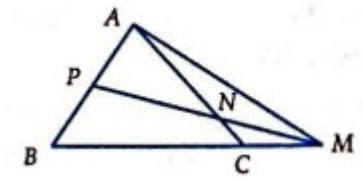
$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{4}\overrightarrow{AC}\Rightarrow p=-\frac{3}{4},q=\frac{5}{4}$$

Câu 105. Cho ΔABC. Lấy các điểm *M, N, P* sao cho $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC},\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NC}=0,\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=0$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để *M, N, P* thẳng hàng.

A. $\overrightarrow{MP}=-2\overrightarrow{MN}$ **B.** $\overrightarrow{MP}=3\overrightarrow{MN}$ **C.** $\overrightarrow{MP}=2\overrightarrow{MN}$ **D.** $\overrightarrow{MP}=-3\overrightarrow{MN}$

Lời giải

Đáp án C



$$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC},\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC}\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Do đó

$$\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}(1)$$

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}(2)$$

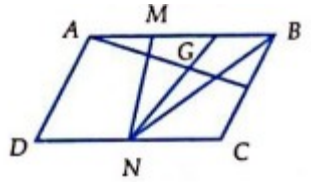
Từ (1), (2) $\Rightarrow\overrightarrow{MP}=2\overrightarrow{MN}\Rightarrow$ *M, N, P* thẳng hàng.

Câu 106. Cho hình bình hành *ABCD.* Gọi *M, N* là các điểm nằm trên cạnh *AB* và *CD* sao cho $AM=\frac{1}{3}AB$, $CN=\frac{1}{2}CD$. Gọi *G* là trọng tâm của ΔBMN. Gọi *I* là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI}=m\overrightarrow{BC}$. Xác định *m* để *AI* đi qua *G*.

A. $m=\frac{6}{11}$ **B.** $m=\frac{11}{6}$ **C.** $m=\frac{6}{5}$ **D.** $m=\frac{18}{11}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có: $3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AM}$

$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{5}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+m\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=(1-m)\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$

Để AI đi qua G thì $\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AG}$ cùng phương $\Rightarrow\overrightarrow{AI}=k\overrightarrow{AG}$

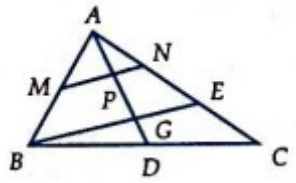
$$\Rightarrow(1-m)\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}=k.\frac{5}{18}\overrightarrow{AB}+k.\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\Rightarrow\begin{cases}1-m=\frac{5k}{18}\\m=\frac{k}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{6}{11}\\k=\frac{18}{11}\end{cases}$$

Câu 107. Cho ΔABC có trung tuyến AD. Xét các điểm M, N, P cho bởi $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AD}$. Tìm m để M, N, P thẳng hàng.

A. $m=\frac{1}{6}$ **B.** $m=\frac{1}{3}$ **C.** $m=\frac{1}{4}$ **D.** $m=\frac{2}{3}$

Lời giải

Đáp án B



Gọi E là trung điểm $AC\Rightarrow\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\Rightarrow MN//BE\Rightarrow$ G là trọng tâm ΔABE

$\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ nên M, N, P thẳng hàng $\Rightarrow$ P là trung điểm AG. Vậy $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Câu 108. Cho ΔABC. M và N là hai điểm xác định thỏa mãn: $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}=0$ và $\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}+3\overrightarrow{NC}=0$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, N, B thẳng hàng?

A. $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$ **B.** $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BN}$ **C.** $\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$ **D.** $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$

Lời giải

Đáp án B

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BM}+3\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BM}\right)=0\Leftrightarrow4\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}(1)$

Theo bài ra:

$\overrightarrow{AN}+2\overrightarrow{NB}+3\overrightarrow{NC}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BN}-2\overrightarrow{BN}+3\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BN}\right)=0 \Leftrightarrow 6\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}(2)$

$\Rightarrow 4\overrightarrow{BM}=6\overrightarrow{BN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BN}$

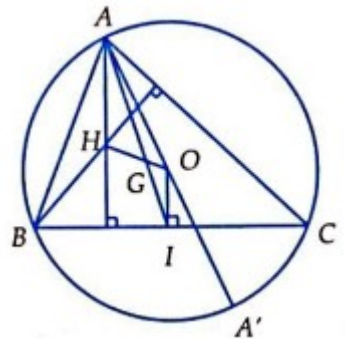
Từ (1), (2)

Câu 109. Cho ΔABC với *H, O, G* lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để *H, O, G* thẳng hàng?

A. $\overrightarrow{OH}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$ **B.** $\overrightarrow{HO}=3\overrightarrow{OG}$ **C.** $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ **D.** $2\overrightarrow{GO}=-3\overrightarrow{OH}$

Lời giải

Đáp án C



Lời giải chi tiết ở phần dạng toán 2.

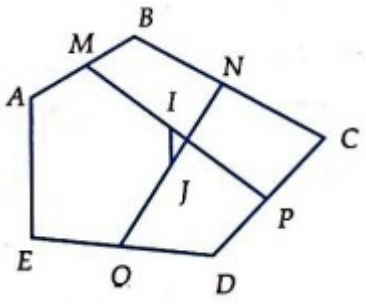
Nhận xét: Đường thẳng đi qua 3 điểm trực tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường Ơ – le.

Câu 110. Cho ngũ giác *ABCDE*. Gọi *M, N, P, Q* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB, BC, CD, DE*. Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của các đoạn *MP* và *NQ*. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $IJ//AE$?

A. $\overrightarrow{IJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ **B.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AE}$ **C.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$ **D.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

Lời giải

Đáp án C



$\overrightarrow{IQ}+\overrightarrow{IN}=2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{IP}+\overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{IJ}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BD}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{IJ}\Leftrightarrow \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{IJ}$$

Câu 111. Cho ΔABC. Các điểm *I, J* thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AC}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $IC//BJ$?

A. $\overrightarrow{CI}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$ **B.** $\overrightarrow{CI}=3\overrightarrow{BJ}$ **C.** $\overrightarrow{CI}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$ **D.** $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$

Lời giải

Đáp án C

$$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CI}=-\frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)(1)$$

$$\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}=3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BJ}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}(2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \overrightarrow{CI}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$

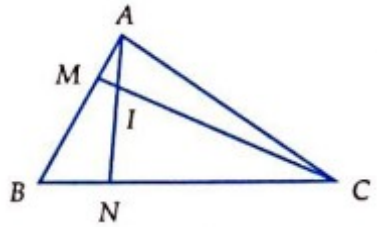
Câu 112. Cho ΔABC. Trên các cạnh *AB, BC* lấy các điểm *M, N* sao cho $AM=\frac{2}{5}MB,\frac{BN}{NC}=\frac{1}{3}$. Gọi *I* là giao điểm của *AN* và C*M*. Tính tỉ số $\frac{AI}{AN}$ và $\frac{CI}{IM}$.

A. $\frac{AI}{AN}=\frac{3}{7};\frac{CI}{IM}=\frac{21}{2}$ **B.** $\frac{AI}{AN}=\frac{4}{11};\frac{CI}{IM}=\frac{7}{2}$

C. $\frac{AI}{AN}=\frac{8}{23};\frac{CI}{IM}=\frac{7}{4}$ **D.** $\frac{AI}{AN}=\frac{8}{23};\frac{CI}{IM}=\frac{21}{2}$

Lời giải

Đáp án D



Đặt $\overrightarrow{AI}=x\overrightarrow{AN},\overrightarrow{CI}=y\overrightarrow{CM}$

Ta có: $\overrightarrow{AI}=x\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}\right)=x\overrightarrow{AB}+\frac{x}{4}\overrightarrow{AC}=\frac{3x}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{x}{4}\overrightarrow{AC}=\frac{21x}{8}\overrightarrow{AM}+\frac{x}{4}\overrightarrow{AC}$

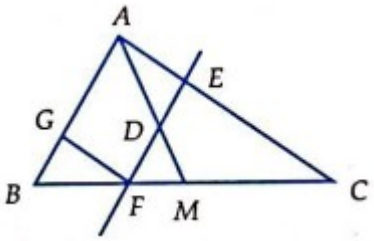
Vì M, C, I thẳng hàng $\Rightarrow \frac{21x}{8}+\frac{x}{4}=1\Leftrightarrow x=\frac{8}{23}$. Tương tự ta chưa tìm được $\frac{IC}{IM}=\frac{21}{2}$

Câu 113. Cho ΔABC và trung tuyến AM. Một đường thẳng song song với AB cắt các đoạn thẳng AM, AC và BC lần lượt tại $D, E,$ và F. Một điểm G nằm trên cạnh AB sao cho FG song song với AC. Tính $\frac{ED}{GB}$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 1

Lời giải

Đáp án D



Ta đặt: $\overrightarrow{CA}=a,\overrightarrow{CB}=b$. Khi đó $\overrightarrow{CM}=\frac{b}{2}\overrightarrow{CE}=k\overrightarrow{CA}=ka$

Vì E nằm ngoài AC nên có số k sao cho: $\overrightarrow{CE}=k\overrightarrow{CA}=ka$ với $0<k<1$.

Khi đó $\overrightarrow{CF}=k.\overrightarrow{CB}=kb$.

Điểm D nằm trên AM và EF nên có số x này:

$$\overrightarrow{CD}=x\overrightarrow{CA}+(1-x)\overrightarrow{CM}=y\overrightarrow{CE}+(1-y)\left(\overrightarrow{CF}\right)$$

Hay $xa+\frac{1-x}{2}b=kya+k(1-y)b$

Vì a,b không cùng phương nên $x=ky$ và $\frac{1-x}{2}=k(1-y)$

Suy ra $x=2k-1$ do đó

$$\overrightarrow{CD}=(2k-1)a+(1-k)b,\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{GB}=k\overrightarrow{AB}\Rightarrow(1-k)\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{GB}\Rightarrow\frac{ED}{GB}=1$$

Câu 114. Cho tứ giác $ABCD$ có hai đuruòng chéo cắt nhau tại O. Qua trung điểm M của AB dựng đường thẳng MO cắt CD tại N. Biết $OA=1, OB=2, OC=3$, $OD=4$. Tính $\dfrac{CN}{ND}$.

A. 1 **B.** $\dfrac{1}{2}$ **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $\dfrac{5}{2}$

Lời giải

Đáp án C

Vì $\overrightarrow{OC}=-\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}=-2\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}$ cùng phương $\Rightarrow \exists k$ sao cho

$\overrightarrow{ON}=k\overrightarrow{OM}\Rightarrow \overrightarrow{ON}=\dfrac{k}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$ $\dfrac{CN}{ND}=k, k>0$

Đặt

Ta có: $\overrightarrow{ON}=\dfrac{-3}{1+k}.\overrightarrow{OA}-\dfrac{2k}{k+1}\overrightarrow{OB}\Rightarrow \dfrac{-6}{k(k+1)}=\dfrac{-4k}{k(k+1)}\Leftrightarrow k=\dfrac{3}{2}$

Câu 115. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm nằm trên các cạnh AB và CD sao cho $AM=\dfrac{1}{3}AB, CN=\dfrac{1}{2}CD$. Gọi G là trọng tâm của ΔBMN. Hãy phân tích $\overrightarrow{AG}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}=a, \overrightarrow{AC}=b$.

A. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{18}a+\dfrac{5}{3}b$ **B.** $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{18}a+\dfrac{1}{5}b$ **C.** $\overrightarrow{AG}=\dfrac{5}{18}a+\dfrac{1}{3}b$ **D.** $\overrightarrow{AG}=\dfrac{5}{18}a-\dfrac{1}{3}b$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AG}$ mà $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=-\dfrac{1}{2}a+b$

$\Rightarrow 3\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=\dfrac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG}=\dfrac{5}{18}a+\dfrac{1}{3}b$.

Đáp án C.

Câu 116. Cho ΔABC. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI=3BI$ và J là điểm trên tia đối của BC sao cho $5JB=2JC$. Tính $\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AJ}$ theo $a=\overrightarrow{AB}, b=\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AI}=\dfrac{3}{5}a+\dfrac{2}{5}b, \overrightarrow{AJ}=\dfrac{5}{3}a-\dfrac{2}{3}b$ **B.** $\vec{AI}=\dfrac{3}{5}a-\dfrac{2}{5}b, \vec{AJ}=\dfrac{5}{3}a-\dfrac{2}{3}b$

C. $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}b, \overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}a-\frac{2}{3}b$ **D.** $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}a+\frac{2}{5}b, \overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}a+\frac{2}{3}b$

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{IC}=-3\overrightarrow{IB}\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}\right)=-3\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AI}\right)$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.

Ta lại có: $5\overrightarrow{JB}=2\overrightarrow{JC}\Leftrightarrow 5\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AJ}\right)=2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AJ}\right)$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AJ}=5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Đáp án A.

Câu 117. Cho tứ giác $ABCD$. Trên AB và CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DN}=k\overrightarrow{DC}$, $k\neq 1$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN}=k.\overrightarrow{AD}+(1-k).\overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{MN}=(1+k).\overrightarrow{AD}+k.\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{MN}=(1-k).\overrightarrow{AD}+k.\overrightarrow{BC}$ **D.** $\overrightarrow{MN}=-k.\overrightarrow{AD}+(k+1).\overrightarrow{BC}$

Lời giải

Với điểm O bất kì: $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{AB}$

$=\overrightarrow{OA}+k\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right)=(1-k)\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{OB}$

Tương tự $\overrightarrow{ON}=(1-k)\overrightarrow{OD}+k\overrightarrow{OC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=(1-k)\left(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}\right)+k\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\right)=(1-k)\overrightarrow{AD}+k\overrightarrow{BC}$

Đáp án C.

Câu 118. Cho ΔABC có trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm AM và K là điểm trên AC sao cho $AK=\frac{1}{3}AC$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để ba điểm B, I, K thẳng hàng.

A. $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$ **B.** $\overrightarrow{BK}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BI}$ **C.** $\overrightarrow{BK}=2\overrightarrow{BI}$ **D.** $\overrightarrow{BK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BI}$

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ (1)

$\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BK}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Leftrightarrow \overrightarrow{BK}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BI}\Leftrightarrow B,I,K$ thẳng hàng.

Đáp án **B.**

Câu 119. Cho $\Delta ABC, E$ là trung điểm *BC, I* là trung điểm của *AB.* Gọi *D, I, J, K* lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{IK}=m\overrightarrow{IJ}$. Tìm *m* để *A, K, D* thẳng hàng.

A. $m=\frac{5}{6}$ **B.** $m=\frac{1}{3}$ **C.** $m=\frac{1}{2}$ **D.** $m=\frac{2}{5}$

Lời giải

Ta có: *A, K, D* thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=n\overrightarrow{AK}=n\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IK}\right)$ (1)

$2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$=3\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}\right)=\frac{9}{2}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2}\overrightarrow{IJ}$

Mà $\overrightarrow{IK}=m\overrightarrow{IJ}$ nên $2\overrightarrow{AD}=\frac{9}{2}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2m}\overrightarrow{IK}\Rightarrow \overrightarrow{AD}=\frac{9}{4}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{4m}\overrightarrow{IK}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{9}{4}=\frac{3}{4m}\Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$.

Đáp án **B.**

Câu 120. Cho ΔABC. Hai điểm *M, N* được xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}=0$, $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{AC}=0$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $MN//AC$.

A. $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ **C.** $\overrightarrow{MN}=-3\overrightarrow{AC}$ **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}=0$ và $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{AC}=0$

$\Rightarrow \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{AC}=0$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MN}-3\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{AC}$

Ta có: $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}=0\Leftrightarrow \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AM}\Rightarrow ABCM$ là hình bình hành hay $M\notin AC$

$\Rightarrow MN//AC\Rightarrow$ Chọn đáp án **A.**

Đáp án **A.**

Câu 121. Cho $\Delta ABC; M$ và N xác định bởi $3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=0$, $\overrightarrow{NB}-3\overrightarrow{NC}=0$. Trọng tâm ΔABC là G. Gọi P là điểm trên cạnh AC sao cho $\frac{PA}{PC}=4$. Các đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, G, N, P thẳng hàng.

A. $7\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=0$ và $3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=0$ **B.** $5\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=0$ và $3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=0$

C. $7\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=0$ và $2\overrightarrow{PQ}-3\overrightarrow{PN}=0$ **D.** $3\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=0$ và $3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=0$

Lời giải

+ Ta có: $3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=0$

$\Leftrightarrow 3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)+4\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)=0\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}=7\overrightarrow{GM}$

Tương tự: $\overrightarrow{NB}-3\overrightarrow{NC}=0\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{GB}\right)-3\left(\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{GC}\right)=0$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{GC}-2\overrightarrow{NG}=0\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}=-2\overrightarrow{GN}$.

Vậy $7\overrightarrow{GM}=-2\overrightarrow{GN}\Leftrightarrow 7\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=0$

+ Gọi E là trung điểm $BC\Rightarrow 2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AN}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AN}\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ (1)

$\frac{PA}{PC}=4\Leftrightarrow\overrightarrow{PC}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{PA}\Rightarrow\overrightarrow{AC}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AP}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Leftrightarrow\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AP}$

$\Leftrightarrow\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PG}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PN}\right)=\frac{5}{4}\overrightarrow{AP}\Leftrightarrow\frac{3}{4}\overrightarrow{PG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PN}=0\Leftrightarrow 3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=0$.

Đáp án A.

Câu 122. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của ΔADC và ΔBCD. Đẳng thức nào là điều kiện cần và đủ để $IJ//AB$.

A. $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ **B.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{2}{3}.\overrightarrow{AB}$ **C.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ **D.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm $ĐƯỢC$. Ta có: $\overrightarrow{MI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$

$\Rightarrow\overrightarrow{MJ}-\overrightarrow{MI}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Đáp án A.

Câu 123. Cho ΔABC. Gọi M là điểm thuộc cạnh $AB; N \in$ cạnh AC sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Gọi O là giao điểm của CM và BN. Tính tỉ số $\frac{ON}{OB}$ và $\frac{OM}{OC}$ tương ứng.

A. $\frac{1}{9}$ và $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{6}$ và $\frac{1}{9}$

Lời giải

Giả sử: $\overrightarrow{ON} = n\overrightarrow{BN}; \overrightarrow{OM} = m\overrightarrow{CM}$

$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{AM} - m\overrightarrow{Cm} = \overrightarrow{AM} - m\left(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{3}(1-m).\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}$$

Tương tự: $$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NO} = \overrightarrow{AN} - n\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}(1-n)\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AB}$$

Và $\overrightarrow{AO}$ chỉ biểu diễn duy nhất qua $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}(1-m) = n \\ \frac{3}{4}(1-n) = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{ON}{OB} = \frac{1}{9}; \frac{OM}{OC} = \frac{2}{3}$$

.

Đáp án A.

Câu 124. Cho hình bình hành $ABCD$. M thuộc AC sao cho: $AM = kAC$. Trên cạnh AB, BC lấy các điểm P, Q sao cho $MP//BC, MQ//AB$. Gọi N là giao điểm của AQ và CP. Tính tỉ số $\frac{AN}{AQ}$ và $\frac{CN}{CP}$ theo k.

A. $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2+k-1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2+k+1}$ **B.** $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2-k+1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2-k+1}$

C. $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2+k+1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2+k-1}$ **D.** $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2+k+1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1-k}{k^2+k+1}$

Lời giải

Đặt $\overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AQ}; \overrightarrow{CN} = y\overrightarrow{CP}$

Ta có: $$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DA} + x\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ}\right)$$

$$= \overrightarrow{DA} + x\overrightarrow{DC} + x\frac{BQ}{BC}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} + x\overrightarrow{DC} - x\frac{BQ}{BC}.\overrightarrow{DA}$$

Vì $MQ//AB \Rightarrow \frac{BQ}{BC} = \frac{AM}{AC} = k \Rightarrow \overrightarrow{DN} = (1-kx)\overrightarrow{DA} + x.\overrightarrow{DC}$ (1)

Mặt khác: $\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{DC}+y\overrightarrow{DA}+y\dfrac{BP}{BA}.\overrightarrow{BA}$

Vì: $MP//BC\Rightarrow\dfrac{BP}{BA}=\dfrac{CM}{CA}=\dfrac{CM-AM}{CA}=1-k$

$\Rightarrow\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{DC}+y\overrightarrow{DA}-y(1-k)\overrightarrow{DC}=y\overrightarrow{DA}+(1-ky-y)\overrightarrow{DC}$ (2)

$\Rightarrow\begin{cases}y=1-kx\\x=1+ky-y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{k}{k^2-k+1}\\y=\dfrac{1-k}{k^2-k+1}\end{cases}$

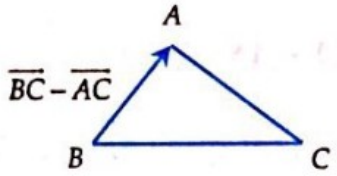
Từ (1), (2)

Đáp án B.

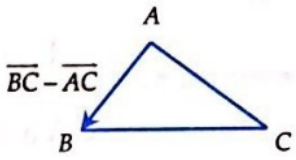
Dạng 6. Xác định và tính độ lớn véctơ

Câu 125. Cho ΔABC. Vectơ $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào sau đây?

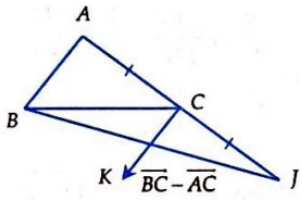
A.



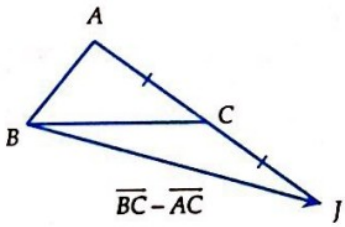
B.



C.



D.



Lời giải

Vì $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}$

Đáp án A.

Câu 126. Cho tam giác ΔABC vuông tại A có $AB=3cm$, $BC=5cm$. Khi đó độ dài $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right|$ là:

A. 4 **B.** 8 **C.** $2\sqrt{13}$ **D.** $\sqrt{13}$

Lời giải

Ta có:

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=4\Rightarrow AI=2;\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right|=2\left|\overrightarrow{BI}\right|=2\sqrt{AB^2+AI^2}=2\sqrt{13}$.

Đáp án C.

Câu 127. Cho hình thang cân $ABCD$, có đáy nhỏ và đường cao cùng bằng $2a$ và $\widehat{ABC}=45^\circ$. Tính $\left|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right|$.

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $2a\sqrt{5}$ **C.** $a\sqrt{5}$ **D.** $a\sqrt{2}$

Lời giải

$$\left|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|=\sqrt{BH^2+DH^2}=2a\sqrt{5}$$

Đáp án **B.**

Câu 128. Cho 2 vectơ a và b tạo với nhau góc 60°. Biết $|a|=6;|b|=3$. Tính $|a+b|+|a-b|$

A. $3\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)$ **B.** $3\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)$ **C.** $6\left(\sqrt{5}+3\right)$ **D.** $\frac{1}{2}\left(2\sqrt{3}+\sqrt{51}\right)$

Lời giải

Dựng $\overrightarrow{OA}=a;\overrightarrow{OB}=b$

Dựng hình bình hành $OACB \Rightarrow a+b=\overrightarrow{OC};a-b=\overrightarrow{BA}$

$\Rightarrow \Delta OAB$ vuông tại $B \Rightarrow IB=\frac{AB}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$$OI=\sqrt{OB^2+IB^2}=\frac{\sqrt{63}}{2}\Rightarrow OC=\sqrt{63}\Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right|+\left|a-b\right|=\sqrt{63}+3\sqrt{3}.$$

Đáp án **B.**

Câu 129. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA=OB=a$. Tính độ dài vectơ $\vec{v}=\frac{11}{4}\overrightarrow{OA}-\frac{3}{7}\overrightarrow{OB}$.

A. $2a$ **B.** $\frac{\sqrt{6073}}{28}a$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$

Lời giải

Biểu diễn vectơ v theo 2 vectơ $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$.

Áp dụng Pitago ta có: $\left|\vec{v}\right|=\sqrt{\left(\frac{11a}{4}\right)^2+\left(\frac{3a}{7}\right)^2}=\frac{\sqrt{6073}}{28}a$.

Đáp án **B.**

Câu 130. Một vật nặng ($Đ$) được kéo bởi hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ như hình vẽ. Xác định hướng di chuyển của ($Đ$) và tính độ lớn lực tổng hợp của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$. Biết $\overrightarrow{F_1}=\overrightarrow{F_2}=60N$ và góc giữa $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ là 60°.

A. $50\sqrt{3}N$ **B.** $30\sqrt{3}N$ **C.** $60N$ **D.** $60\sqrt{3}N$

Lời giải

Đặt $\overrightarrow{F_1}=\overrightarrow{OA};\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$

Ta có: ΔOAB là đều $\Rightarrow OI=\dfrac{60\sqrt{3}}{2}$, với $I=AB\cap OC\Rightarrow OC=60\sqrt{3}$.

Đáp án D.

Câu 131. Cho hình thang *ABCD* có *AB* song song với *CD*. Cho $AB=2a$, $CD=a$. Gọi *O* là trung điểm của *AD*. Khi đó:

A. $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=3a$ **B.** $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=a$ **C.** $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=\dfrac{3a}{2}$ **D.** $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=0$

Lời giải

$\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\right|\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{DC}\right|=3a$

(vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng)

Đáp án A.

Câu 132. Cho hình vuông *ABCD* cạnh *a*. Tính độ dài vectơ: $u=\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MD}$

A. $|u|=4a\sqrt{2}$ **B.** $|u|=a\sqrt{2}$ **C.** $|u|=3a\sqrt{2}$ **D.** $|u|=2a\sqrt{2}$

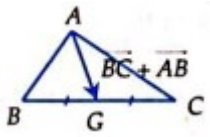
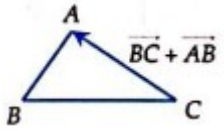
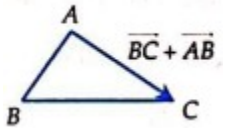
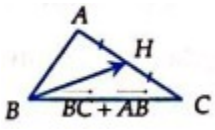
Lời giải

$|u|=\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}\right)-2\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OB}\right)+3\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OC}\right)-2\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OD}\right)$

$=\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OD}=-2\overrightarrow{OA}\Rightarrow|u|=2OA=AC=a\sqrt{2}$.

Đáp án B.

Câu 133. Cho ΔABC. Vectơ $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}$ được vẽ đúng ở hình nào dưới đây?

A.	**B.**	**C.**	**D.**
			

Lời giải

Đáp án C

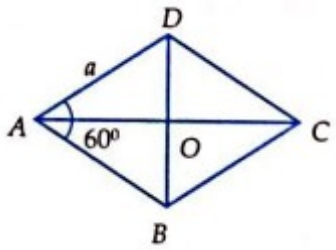
Vì theo quy tắc 3 điểm $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

Câu 134. Cho hình thoi *ABCD* có $\widehat{BAD}=60^\circ$ và cạnh là *a*. Tính độ dài $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$.

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $a\sqrt{2}$ **D.** $2a$

Lời giải

Đáp án A



$\Rightarrow \left|\vec{AB}+\vec{AD}\right|=\left|\vec{AC}\right|=2AD=a\sqrt{3}$

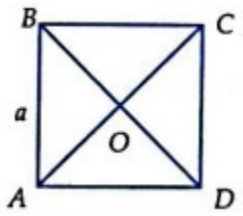
Gọi O là giao của 2 đường chéo

Câu 135. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a. O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $\left|\vec{OA}-\vec{CB}\right|$.

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $a\sqrt{2}$

Lời giải

Đáp án C



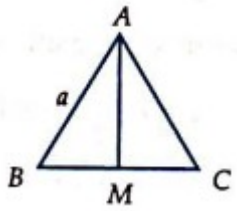
$\left|\vec{OA}-\vec{CB}\right|=\left|\vec{OA}+\vec{BC}\right|=\left|\vec{OA}+\vec{AD}\right|=\left|\vec{OD}\right|=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 136. Cho ΔABC đều cạnh a. Độ dài vectơ tổng: $\left|\vec{AB}+\vec{AC}\right|$ là

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $2a\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Đáp án A



$\left|\vec{AB}+\vec{AC}\right|=\left|2\vec{AM}\right|=2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$. M là trung điểm BC.

Câu 137. Với $\forall a,b$ độ dài $|a+b|$:

A. Bao giờ cũng lớn hơn $|a|+|b|$ **B.** Không nhỏ hơn $|a|+|b|$

C. Bao giờ cũng nhỏ hơn $|a|+|b|$ **D.** Không lớn hơn $|a|+|b|$

Lời giải

Đáp án D

Theo quy tắc 3 điểm độ dài vectơ tổng bao giờ cũng nhỏ hơn hoặc bằng tổng độ dài 2 vectơ thành phần.

Câu 138. Cho ΔABC đều cạnh a. Khi đó $\left|\vec{AC}-\vec{CB}-\vec{AC}\right|$ bằng:

A. 0 **B.** $3a$ **C.** a **D.** $a\left(\sqrt{3}-1\right)$

Lời giải

Đáp án A

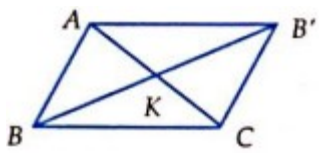
$\left|\vec{AC}-\vec{CB}-\vec{AC}\right|=\left|\vec{AC}+\vec{BC}+\vec{CA}\right|=\left|\vec{AA'}\right|=0$

Câu 139. Cho tam giác ΔABC đều cạnh a. Tính độ dài $\left|\vec{AB}-\vec{BC}\right|$.

A. 0 **B.** a **C.** $a\sqrt{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Đáp án C



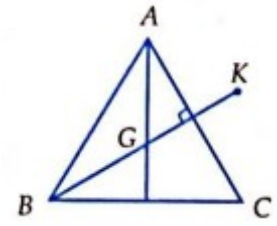
$$\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB'}\right|=\left|\overrightarrow{BB'}\right|=2\left|\overrightarrow{BK}\right|=a\sqrt{3}$$

Câu 140. Cho tam giác ABC đều cạnh a, trọng tâm G. Tính độ dài vectơ $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GC}\right|$.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a}{3}$ **C.** $\frac{2a}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Đáp án A



$$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{GC}\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GC}\right|$$

Gọi K là điểm đối xứng với G qua AC thì

$$=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AK}\right|=\left|\overrightarrow{KB}\right|=2BG=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 141. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA=OB=a$. Tính độ dài vectơ $\vec{u}=\frac{21}{4}\overrightarrow{OA}+2,5\overrightarrow{OB}$

A. $\frac{\sqrt{541}}{4}a$ **B.** $\frac{\sqrt{520}}{4}a$ **C.** $\frac{\sqrt{140}}{4}a$ **D.** $\frac{\sqrt{310}}{4}a$

Lời giải

Đáp án A

$$\left|\vec{u}\right|=\sqrt{\left(\frac{21a}{4}\right)^2+(2,5a)^2}=\frac{\sqrt{541}}{4}a$$

Áp dụng Pitago:

Câu 142. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là 3. Tính độ dài $\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right|$:

A. 6 **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** 12 **D.** 0

Lời giải

Đáp án A

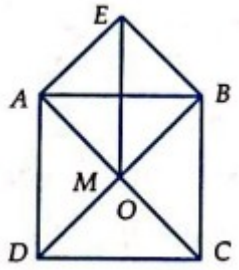
$$\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right|=\left|2\overrightarrow{AO}+2\overrightarrow{OD}\right|=2\left|\overrightarrow{AD}\right|=6$$

Câu 143. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a, tâm O và M là trung điểm AB. Tính độ dài $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|$.

A. a **B.** $3a$ **C.** $\frac{a}{2}$ **D.** $2a$

Lời giải

Đáp án A



Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ và $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

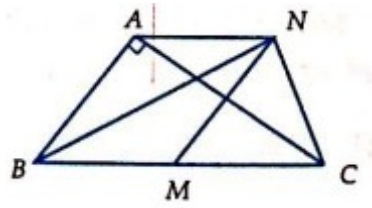
$\Rightarrow OM = \frac{a}{2}$. Gọi E là điểm sao cho $OBEA$ là hình bình hành $\Rightarrow \left|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{OE}\right| = AB = a$

Câu 144. Cho ΔABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC. Tính độ dài vectơ $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}\right|$.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Lời giải

Đáp án D



$\Rightarrow \left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}\right| = \left|\overrightarrow{BN}\right| = BN$

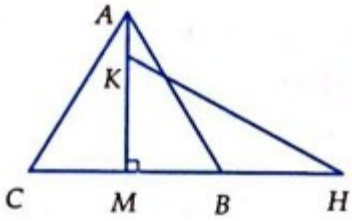
Dựng hình bình hành $ABMN$

Ta có: $NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Câu 145. Cho tam giác đều ABC cạnh a điểm M là trung điểm của BC. Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MA} - 2{,}5\overrightarrow{MB}$.

A. $\frac{a\sqrt{127}}{4}$ **B.** $\frac{a\sqrt{127}}{8}$ **C.** $\frac{a\sqrt{127}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{127}}{2}$

Lời giải



Đáp án B

Gọi $K \in AM : MK = \frac{3}{4}MA \qquad H \in MB : MH = 2,5MB$

Do đó: $\left|\frac{3}{4}\overrightarrow{MA} - 2,5\overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MH}\right| = \left|\overrightarrow{HK}\right|$

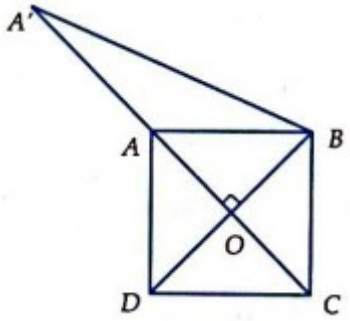
Ta có: $MK = \frac{3}{4}AM = \frac{3\sqrt{3}a}{8}, MH = \frac{5a}{4} \Rightarrow KH = \sqrt{MH^2 + MK^2} = \frac{a\sqrt{127}}{8}$

Câu 146. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Tính độ dài vectơ $u = 4\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$.

A. $|u| = a\sqrt{5}$ **B.** $|\vec{u}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ **C.** $|u| = 3a\sqrt{5}$ **D.** $|u| = 2a\sqrt{5}$

Lời giải

Đáp án A



$u = 4\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}\right) - 3\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}\right) + \left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}\right) - 2\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}\right) = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$

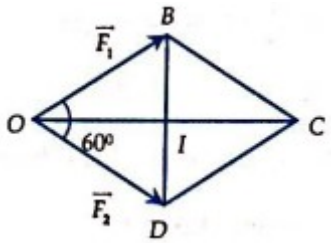
Trên OA lấy A' sao cho $OA' = 3OA \Rightarrow u = \overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OB'} \Rightarrow BA' = \sqrt{OB^2 + OA^2} = a\sqrt{5}$

Câu 147. Cho hai lực $F_1 = F_2 = 100N$ có điểm đặt tại O và tạo với nhau góc 60°. Tính cường độ lực tổng hợp của hai lực đó.

A. $100N$ **B.** $50\sqrt{3}N$ **C.** $100\sqrt{3}$ **D.** $25\sqrt{3}N$

Lời giải

Đáp án C



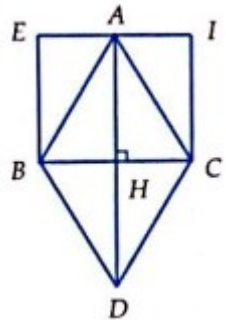
$\vec{F_1}+\vec{F_2}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OC}\Rightarrow\left|\vec{F_1}+\vec{F_2}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|=2OI=100\sqrt{3}$ (vì ΔOBD đều)

Câu 148. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 3. H là trung điểm của BC. Tìm mệnh đề sai.

A. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=3\sqrt{3}$ **B.** $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BH}\right|=\frac{\sqrt{63}}{2}$ **C.** $\left|\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}\right|=3$ **D.** $\left|\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}\right|=\sqrt{3}$

Lời giải

Đáp án D



$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\overrightarrow{AD}=3\sqrt{3}\Rightarrow$ A đúng.

$\left|\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}\right|=\left|\overrightarrow{HE}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|=3\Rightarrow$ B đúng.

$\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BH}\right|=\left|\overrightarrow{BI}\right|=\frac{\sqrt{63}}{2}\Rightarrow$ C đúng.

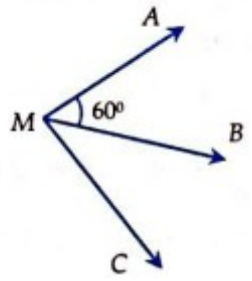
$\left|\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right|=3\Rightarrow$ D sai.

Câu 149. Cho hai lực F_1,F_2. Có điểm đặt tại M. Tìm cường độ lực tổng hợp của chúng biết $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ có cùng cường độ lực là $100N$, góc hợp bởi $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ là 120°.

A. $120N$ **B.** $60N$ **C.** $100N$ **D.** $50N$

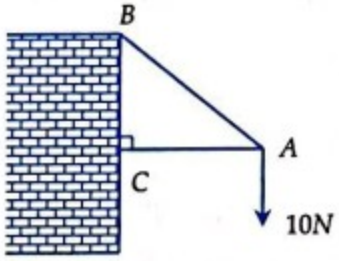
Lời giải

Đáp án C



Theo quy tắc hình bình hành: $\vec{F_1}+\vec{F_2}=\vec{MA}+\vec{MC}=\vec{MB}$ ΔAMB là tam giác đều $\Rightarrow \left|\vec{MB}\right|=100N$

Câu 150. Một giá đỡ được gắn vào tường như hình vẽ:



Trong đó ΔABC vuông ở ***C.*** Người ta treo vào điểm A một vật nặng $10N$. Khi đó lực tác dụng vào bức tường tại điểm B:

A. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BA}$ với cường độ $10\sqrt{3}N$

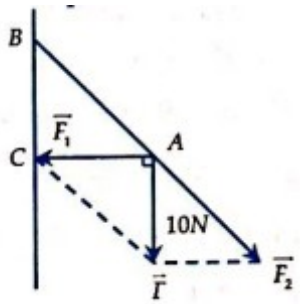
B. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BC}$ với cường độ $10\sqrt{2}N$

C. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BA}$ với cường độ $10\sqrt{2}N$

D. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BC}$ với cường độ $10\sqrt{2}N$

Lời giải

Đáp án C



Ta xem $\vec{F}$ là tổng của vectơ $\vec{F_1},\vec{F_2}$ lần lượt nằm trên 2 đường thẳng AC và AB và ta có:

$\left|\vec{F_1}\right|=\left|\vec{F}\right|=10N;\left|\vec{F_2}\right|=10\sqrt{2}$ và lực $\vec{F_2}$ theo hướng $\vec{BA}$

Câu 151. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm M di động trên BC sao cho $\overrightarrow{BM}=x.\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho độ dài vectơ $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\frac{4}{5}$ **B.** $x=\frac{5}{6}$ **C.** $x=\frac{6}{5}$ **D.** $x=\frac{5}{4}$

Lời giải

Dựng hình bình hành $AGCE$. Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ME}$

Kẻ $EF\perp BC, F\in BC\Rightarrow\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}\right|=\left|\overrightarrow{ME}\right|\geq EF$

Do đó: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}\right|$ nhỏ nhất khi $M\equiv F$.

Gọi P là trung điểm AC, Q là hình chiếu của B trên BC. Ta có $BP=\frac{3}{4}BE$

$\Delta BPQ\sim\Delta BEF\Rightarrow\frac{BQ}{BF}=\frac{BP}{BE}=\frac{3}{4}\Rightarrow\overrightarrow{BF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}$

Mặt khác: $\overrightarrow{BH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HC}\Rightarrow PQ$ là đường trung bình của $\Delta AHC\Rightarrow\overrightarrow{HQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{HC}$

$\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{HC}=\frac{5}{6}\overrightarrow{HC}=\frac{5}{8}\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{BF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}\Rightarrow x=\frac{5}{6}$.

Đáp án **B.**

Câu 152. Cho ΔABC đều cạnh a. M là trung điểm BC. Tính độ dài $\left|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right|$.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{4}$ **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Gọi N là trung điểm của AB, Q là điểm đối xứng với A qua C và P là đỉnh của hình bình hành $AQPN$.

$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AQ}=2\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AP}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AP}$

Gọi L là hình chiếu của A trên PN.

$MN//AC\Rightarrow\widehat{ANL}=\widehat{MNB}=\widehat{CAB}=60^\circ$

Xét tam giác vuông ANL có: $\sin\widehat{ANL}=\frac{AL}{AN}$

$$\Rightarrow AL = \frac{a}{2}.\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow NL = AN.\cos \widehat{ANL} = \frac{a}{4} \Rightarrow PL = PN + NL = \frac{9a}{4}$$

Xét tam giác vuông APL có: $AP = \sqrt{AL^2 + PL^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}$.