

MỤC LỤC	Trang
I. MỞ ĐẦU:	01
1. Lí do chọn đề tài	01
2. Mục đích nghiên cứu	01
3. Đối tượng nghiên cứu	02
4. Phương pháp nghiên cứu	02
II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM	03
1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm	03
2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm	03
3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề	05
3.1 Mục tiêu của giải pháp	05
3.2 Nội dung và cách thức thực hiện giải pháp	05
GP1: Sử dụng phương pháp hàm số giải phương trình	
1- Nội dung phương pháp hàm số giải phương trình	
2- Các dấu hiệu nhận biết một phương trình giải được bằng phương pháp hàm số.	
GP2: Vận dụng thực hành khi giải hệ phương trình	12
1- Thao tác thực hành khi tư duy hàm số giải hệ	
2- Xây dựng hệ thống các bài tập chọn lọc cho học sinh	
3 - Hướng dẫn học sinh xây dựng các dấu hiệu cho hệ phương trình có thể giải được bằng tư duy hàm số	
GP3: Nêu một số vấn đề liên quan đến tư duy hàm số	
VD1 : Tư duy hàm số giải bất phương trình	15
VD2 : Tư duy hàm số trong bài toán chứa tham số	
VD3 : Tư duy hàm số trong chứng minh bất đẳng thức...	
VD4 : Mối liên hệ giữa phương pháp hàm số và các phương pháp giải toán khác	
4. Hiệu quả của SKKN đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường	15
III. KẾT LUẬN	17
1. Kết luận	17
2. Kiến nghị	18

I. MỞ ĐẦU

1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Phương trình, hệ phương trình là một vấn đề quan trọng của toán học phổ thông, nó trải dài và xuyên suốt từ cấp học THCS lên cấp THPT. Đây là một vấn đề hay và khó, xuất hiện nhiều ở dạng câu phân loại mức độ cao trong các đề thi tuyển sinh Đại học. Việc giải toán phương trình, hệ phương trình cũng rất đa dạng và phong phú, ngoài việc phân loại theo các dạng toán cơ bản đặc trưng chúng ta cũng có thể phân loại theo phương pháp giải toán.

Do sự đa dạng về dạng toán, phương pháp giải cũng như mật độ xuất hiện dày đặc trong các đề thi nên học sinh có một khối lượng lớn các kiến thức và bài tập thực hành khổng lồ. Vì vậy, nếu không có chiến lược trong cách học phần kiến thức này học sinh rất dễ sa vào việc chỉ lo giải toán mà không có những định hướng tư duy chiến lược cho việc giải toán nội dung này.

Tư duy hàm là một tư duy cao, được hình thành và phát triển trong quá trình học toán. Việc vận dụng tư duy hàm trong giải toán phương trình, hệ phương trình không những giúp học sinh giải quyết bài toán một cách sáng tạo, nhẹ nhàng mà còn giúp học sinh phát triển và hoàn thiện tư duy hàm.

Vì vậy, thực tế yêu cầu phải trang bị cho học sinh một hệ thống các phương pháp suy luận giải toán phương trình, hệ phương trình. Với ý định đó, trong sáng kiến kinh nghiệm này tôi muốn nêu ra một cách xây dựng các định hướng ***“giải bài toán phương trình, hệ phương trình”*** bằng cách xây dựng các ***“tư duy hàm số”***.

2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

Giải bài tập Toán là phần quan trọng, không thể thiếu trong môn Toán học, làm bài tập không những giúp học sinh củng cố khắc sâu thêm kiến thức mà đồng thời còn rèn luyện khả năng tư duy của học sinh. Bài tập giải phương trình, hệ phương trình là một bài toán rất quan trọng, xuất hiện nhiều trong các đề thi THPT Quốc Gia ở mức độ rất cao. Tuy nhiên các nội dung lý thuyết phần này trong hệ thống SGK phổ thông được trình bày khá đơn giản, rải rác từ lớp 10 đến lớp 12, và không phân loại dạng toán phương pháp. Điều này gây khó khăn rất nhiều cho việc tiếp thu kiến thức, hình thành dạng toán và phương pháp giải toán cho học sinh.

Trong sáng kiến kinh nghiệm này tôi sẽ chỉ ra một trong nhiều nội dung phương pháp đã trang bị cho học sinh để giải toán phương trình, hệ phương

trình. Đó là: ***“Hướng dẫn học sinh dùng tư duy hàm số để giải phương trình, hệ phương trình”***

Nhiệm vụ của đề tài:

Khảo sát giải toán phương trình, hệ phương trình của học sinh trường THPT Hoàng Hóa 3

Thực trạng và phân tích thực trạng

Đánh giá, rút kinh nghiệm

Đề ra các giải pháp nhằm nâng cao hiệu quả giải toán phương trình, hệ phương trình của học sinh

3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

Các dấu hiệu nhận biết một bài toán phương trình, hệ phương trình có thể giải được bằng tư duy hàm số.

4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Phương pháp dạy học theo hướng giải quyết vấn đề

Nghiên cứu tư liệu và sản phẩm hoạt động sư phạm

Phương pháp quan sát thực tế: quan sát tư duy và giải toán của học sinh

Phương pháp hỏi đáp: trao đổi trực tiếp với giáo viên, học sinh về những vấn đề liên quan đến nội dung đề tài

Phương pháp thống kê, phân tích số liệu

II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

1. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

1.1. Hàm số đồng biến, nghịch biến:

- Định nghĩa: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K

Hàm số f đồng biến trên $K \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Hàm số f nghịch biến trên $K \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

- Tính chất: Cho $f(x)$ xác định trên K

Với $\forall x_1, x_2 \in K; f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2$

- Để chứng minh tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ trên K ta dựa vào 2 phương pháp sau:

* **Phương pháp 1:** Dùng định nghĩa

+ Lấy $x_1, x_2 \in K, x_1 \neq x_2$, lập tỉ số $A = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

+ Dựa vào dấu của A để suy ra tính đơn điệu

Nếu $A > 0, \forall x_1, x_2 \in K$ thì hàm số f đồng biến

Nếu $A < 0, \forall x_1, x_2 \in K$ thì hàm số f nghịch biến

(Nội dung này được trình bày SGK lớp 10)

* **Phương pháp 2:** Dùng đạo hàm:

+ **Tính chất 1:** Hàm số f đồng biến trên $D \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in D \\ f'(x) = 0 \text{ tại hữu hạn điểm của } D \end{cases}$

+ **Tính chất 2:** Hàm số f nghịch biến trên $D \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) \leq 0, \forall x \in D \\ f'(x) = 0 \text{ tại hữu hạn điểm của } D \end{cases}$

Chú ý: $D = (a; b)$ nếu thay D bằng $[a; b]; [a; b); (a; b]$ thì thêm tính chất hàm số phải lên tục trên D

(Nội dung này được trình bày SGK lớp 12)

Nếu học sinh đã được học đạo hàm thì việc chứng minh tính đơn điệu của hàm số khá đơn giản bằng phương pháp 2. Đối với học sinh chưa được học đạo hàm thì phải sử dụng định nghĩa, đối với các dạng hàm số phức tạp thì việc dùng định nghĩa để chứng minh là một điều khó.

1.2. Một số định lý:

Định lý 1: Nếu hàm số $y=f(x)$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) và liên tục trên D thì số nghiệm của $f(x) = k$ trên D không nhiều hơn một và $f(x)=f(y)$ khi và chỉ khi $x = y$ với mọi x,y thuộc D .

Chứng minh:

Giả sử phương trình $f(x) = k$ có nghiệm $x = a$, tức là $f(a)=k$ và f đồng biến trên D nên

* $x > a$ suy ra $f(x) > f(a) = k$ nên phương trình $f(x) = k$ vô nghiệm

* $x < a$ suy ra $f(x) < f(a) = k$ nên phương trình $f(x) = k$ vô nghiệm

Vậy phương trình $f(x)=k$ có nhiều nhất là một nghiệm.

Định lý 2: Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) và hàm số $y = g(x)$ luôn nghịch biến (hoặc đồng biến) và liên tục trên D thì số nghiệm trên D của phương trình $f(x) = g(x)$ không nhiều hơn một.

Chứng minh:

Giả sử $x=a$ là một nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$, tức là $f(a)=g(a)$.

Ta giả sử f đồng biến còn g nghịch biến.

* Nếu $x > a$ suy ra $f(x) > f(a) = g(a) > g(x)$ dẫn đến phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm

* Nếu $x < a$ suy ra $f(x) < f(a) = g(a) < g(x)$ dẫn đến phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm

Vậy phương trình $f(x)=g(x)$ có nhiều nhất một nghiệm.

Định lý 3: Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến và liên tục trên D thì

$$f(u(x)) > f(v(x)) \Leftrightarrow u(x) > v(x), \forall u(x), v(x) \in D$$

Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn nghịch biến và liên tục trên D thì

$$f(u(x)) > f(v(x)) \Leftrightarrow u(x) < v(x), \forall u(x), v(x) \in D$$

2. THỰC TRẠNG CỦA VẤN ĐỀ TRƯỚC KHI ÁP DỤNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Thuận lợi:

Nội dung phương trình, hệ phương trình được học sinh làm quen từ THCS lên đến THPT nên gần gũi với học sinh và đa số học sinh đã biết một số thao tác cơ bản.

Phương trình, hệ phương trình xuất hiện nhiều trong các đề thi học sinh giỏi, tuyển sinh vào 10 cho đến các kì thi THPT Quốc Gia nên học sinh được làm quen với một khối lượng lớn các bài tập đặc sắc, phong phú, đa dạng về nội dung cũng như dạng toán.

Khó khăn:

Do đây là một nội dung khó, lại xuất hiện trong các đề thi với tư cách là câu phân loại khó nên đa số các bài toán để giải nó là rất khó khăn. Vì vậy gây

cho học sinh một thói quen rằng: bài toán rất khó và không có động lực để vượt qua. Thậm chí một phần lớn học sinh xác định bỏ luôn phần này, không để ý rèn luyện.

Do sự đa dạng về nội dung, phương pháp cũng như mức độ khó, khối lượng bài tập khổng lồ làm cho nhiều học sinh “loạn kiến thức”, không thể phân biệt được các dạng bài tập và không vận dụng nổi các phương pháp giải bài toán.

Đa số học sinh giải toán theo thói quen, mò mẫm để giải toán chứ chưa thực sự chú trọng đến tư duy phương pháp. Do đó hiệu quả học và giải toán chưa cao. Việc vận dụng tư duy hàm số vào giải phương trình, hệ phương trình còn mang nặng tính cảm tính, thử nghiệm, chưa có đường lối rõ ràng, các dấu hiệu nhận biết không định hướng nên chưa tự tin khi vận dụng giải toán.

3. CÁC GIẢI PHÁP ĐÃ SỬ DỤNG ĐỂ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

3.1. Mục tiêu của giải pháp

Đưa ra được nội dung phương pháp hàm số và dấu hiệu nhận biết một bài phương trình, hệ phương trình có thể giải được bằng tư duy hàm số.

3.2. Nội dung và cách thức thực hiện giải pháp

Giải pháp 1: Sử dụng phương pháp hàm số giải phương trình vô tỉ

GP1-1: Nội dung phương pháp hàm số giải phương trình

Dạng 1: “Khảo sát trực tiếp hàm số của phương trình”

Bài toán: Giải PT : “ $h(x) = g(x)$ ” (1)

Bước giải toán:

Bước 1: Biến đổi PT(1) về dạng $f(x) = 0$ (2), với $f(x) = h(x) - g(x)$ trên D

Bước 2: Khảo sát tính đơn điệu của hàm số $f(x)$ trên D để suy ra số nghiệm tối đa của pt(2).

Bước 3: Chỉ ra đủ số nghiệm cần thiết và kết luận cho pt(1).

Dạng 2: “Khảo sát hàm đặc trưng của phương trình”

Bài toán: Giải PT : “ $h(x) = g(x)$ ” (1)

Bước giải toán:

Bước 1: Biến đổi PT(1) về dạng $f[u(x)] = f[v(x)]$

Bước 2: Chứng minh hàm đặc trưng $f(t)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên D

Bước 3: Kết luận: $(1) \Leftrightarrow u(x) = v(x)$.

GP1-2: Xây dựng các dấu hiệu nhận biết một phương trình có thể giải được bằng phương pháp hàm số.

Các dấu hiệu đặc trưng được thông qua các ví dụ cụ thể đã được tiến hành với các quá trình giải toán của học sinh như sau:

Dấu hiệu 1: Hàm $f(x) = h(x) - g(x)$ tăng (giảm) bất biến trên tập xác định

Đây là dấu hiệu cực kì quan trọng để quyết định có khảo sát trực tiếp hàm số của phương trình, cũng như là cơ sở để ta đánh giá hàm số đồng biến hay nghịch biến.

Ví dụ 1: Giải phương trình : $\sqrt{5x^3 - 1} + \sqrt[3]{2x - 1} + x = 4$ (1)

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- THPT Hoàng Hóa 3 năm 2015)

Tư duy: Hàm số $f(x) = \sqrt{5x^3 - 1} + \sqrt[3]{2x - 1} + x - 4$ trên $D = \left[\frac{1}{\sqrt[3]{5}}; +\infty\right)$ tăng dần khi x tăng và $f(1) = 0$ nên ta sẽ giải bài toán theo dạng 1

Lời giải

Xét hàm số : $f(x) = \sqrt{5x^3 - 1} + \sqrt[3]{2x - 1} + x - 4$ trên $D = \left[\frac{1}{\sqrt[3]{5}}; +\infty\right)$

Ta có: $f'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3 - 1}} + \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x - 1)^2}} + 1 > \forall x \in \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}; +\infty\right)$

Mà hàm số $f(x)$ liên tục trên D

Khi đó:

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên D $\Rightarrow$ pt: $f(x) = 0$ có tối đa một nghiệm trên D

Mặt khác : $f(1) = 0$

Kết luận: pt(1) có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Nhận xét

Bài toán này trong thực tế giảng dạy, học sinh còn làm theo cách liên hợp với số sau khi dùng MTCT dò được nghiệm $x = 1$, hoặc đặt ẩn phụ rồi bình phương.

Tuy nhiên, sau quá trình giải toán học sinh nhận thấy rằng, việc xử lí bằng hàm số là ngắn gọn và dễ thực hành hơn cả. Điều đó phản ánh ưu điểm của tư duy hàm số đối với bài toán này.

Ví dụ 2: Giải phương trình : $\sqrt{x^2 + 15} = 3x - 2 + \sqrt{x^2 + 8}$ (2)

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- THPT Anh Sơn 2 năm 2016)

Tư duy: Hàm số $f(x) = 3x - 2 + \sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 + 15}$ trên R không thể hiện tính tăng, giảm bất biến khi x tăng nhưng bằng cách xây dựng điều kiện chặt cho ẩn x thì ta lại thấy hàm số có tính tăng bất biến khi x tăng.

Lời giải

Ta có: $3x - 2 = \sqrt{x^2 + 15} - \sqrt{x^2 + 8} > 0, \forall x \in R \Rightarrow 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$

Xét hàm số : $f(x) = 3x - 2 + \sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 + 15}$ trên $D = \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

Ta có: $f'(x) = 3 + x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 8}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 15}} \right) > 0, \forall x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

Khi đó:

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $D \Rightarrow pt: f(x) = 0$ có tối đa một nghiệm trên D
 Mặt khác: $f(1) = 0$
 Kết luận: pt(2) có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Nhận xét

Bài toán này trong thực tế giảng dạy, học sinh lúng túng khi tư duy hàm số, khi mà hàm $f(x)$ không có tính tăng giảm bất biến. Sau khi GV hướng dẫn cách đánh giá chặt cho ẩn x , học sinh nhận thấy rằng: *Khi giải một phương trình, ngoài việc xây dựng các điều kiện xác định của phương trình, cần chú ý xây dựng các điều kiện chặt cho ẩn từ các đánh giá hai vế của phương trình đã cho.*

Dấu hiệu 2: Trong phương trình xuất hiện các biểu thức tương tự nhau

Sự xuất hiện các biểu thức tương tự nhau trong phương trình thường dẫn tới tính quy luật cho các nhóm biểu thức ấy. Khi đó việc quy về hàm đặc trưng để khảo sát là khả thi. Đây là dấu hiệu dễ nhìn thấy mà học sinh khi tiến hành tư duy hàm số.

Ví dụ 3: Giải phương trình: $2x^3 - x^2 + \sqrt[3]{2x^3 - 3x + 1} = 3x + 1 + \sqrt[3]{x^2 + 2}$ (3)
 (Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- Ch. Đại Học Vinh năm 2016)

Tư duy: Trong phương trình có xuất hiện hai biểu thức căn $\sqrt[3]{2x^3 - 3x + 1}; \sqrt[3]{x^2 + 2}$ nên có thể đưa về hàm đặc trưng cho hai biểu thức căn này.

Lời giải

Ta có: $pt(3) \Leftrightarrow 2x^3 - 3x + 1 + \sqrt[3]{2x^3 - 3x + 1} = x^2 + 2 + \sqrt[3]{x^2 + 2}$
 $\Leftrightarrow f(\sqrt[3]{2x^3 - 3x + 1}) = f(\sqrt[3]{x^2 + 2})$ với $f(t) = t^3 + t$ trên $\mathbb{R}$

Mà: $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Vậy: $pt(3) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x^3 - 3x + 1} = \sqrt[3]{x^2 + 2} \Leftrightarrow 2x^3 - 3x + 1 = x^2 + 2$
 $\Leftrightarrow x \in \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$

Kết luận: pt(3) tập nghiệm: $\left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$.

Nhận xét

Bài toán này trong thực tế giảng dạy, học sinh còn làm theo cách liên hợp theo nhóm rồi tạo nhân tử. Tuy nhiên, khi giải toán học sinh nhận thấy rằng, việc xử lý bằng hàm đặc trưng của phương trình là có cơ sở suy luận chứ không phải là mò mẫm.

Ví dụ 4: Giải phương trình :

$$(2x+1).\left(2+\sqrt{4x^2+4x+4}\right)+3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)=0 \quad (4)$$

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- THPT Nghi Lộc 1 năm 2016)

Tư duy: Trong phương trình có xuất hiện hai biểu thức căn nên có thể đưa về hàm đặc trưng cho hai biểu thức căn này.

Lời giải

$$\text{Ta có: } pt(4) \Leftrightarrow (2x+1).\left(2+\sqrt{(2x+1)^2+3}\right)=(-3x)\left(2+\sqrt{(-3x)^2+3}\right)$$

$$\Leftrightarrow f(2x+1)=f(-3x) \text{ với } f(t)=t\left(2+\sqrt{t^2+3}\right) \text{ trên } \mathbb{R}$$

$$\text{Vì } f'(t)=\left(2+\sqrt{t^2+3}\right)+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+3}}>0, \forall t \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}$$

$$\text{Vậy: } pt(4) \Leftrightarrow 2x+1=-3x \Leftrightarrow x=-0,2$$

Kết luận: pt(4) có nghiệm $x=-0,2$.

Nhận xét

Sau khi giải pt(3), học sinh nhanh chóng chuyển được pt(4) về dạng hàm đặc trưng. Điều này cho thấy tư duy hàm số có cơ sở suy luận và dễ tiếp nhận đối với học sinh.

Dấu hiệu 3: Trong phương trình chứa hàm đa thức bậc cao

Việc xuất hiện đa thức bậc cao trong phương trình gây khó khăn trong việc biến đổi hoặc ẩn phụ để giải phương trình do thao tác xử lý công kênh. Lúc này tư duy hàm số có thể giải quyết nhanh gọn và “né” được các khó khăn khi thực hành.

$$\text{Ví dụ 5: Giải phương trình: } x^3-15x^2+78x-146=10\sqrt[3]{7x-29} \quad (5)$$

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- THPT Trương Dương năm 2016)

Tư duy: Về trái pt(5) chứa hàm đa thức bậc ba, về phải pt(5) chứa căn thức gây khó khăn cho thao tác xử lý. Tư duy hàm đặc trưng có thể giải quyết bài toán trong trường hợp này.

Lời giải

$$\text{Ta có: } pt(5) \Leftrightarrow (x-5)^3+10(x-5)=(7x-29)+10\sqrt[3]{7x-29}$$

$$\Leftrightarrow f(x-5)=f\left(\sqrt[3]{7x-29}\right) \text{ với } f(t)=t^3+10t \text{ trên } \mathbb{R}$$

$$\text{Mà: } f'(t)=3t^2+10>0, \forall t \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}$$

$$\text{Vậy: } pt(5) \Leftrightarrow x-5=\sqrt[3]{7x-29} \Leftrightarrow x^3-15x^2+68x-96=0 \Leftrightarrow x \in \{3;4;8\}$$

Kết luận: pt(3) tập nghiệm: $\{3;4;8\}$.

Nhận xét

Bài toán này trong thực tế giảng dạy, học sinh còn làm theo cách liên hợp theo nhóm rồi tạo nhân tử. Tuy nhiên, khi giải toán học sinh nhận thấy rằng, việc xử lý bằng hàm đặc trưng của phương trình là đơn giản, dễ hiểu. Một số học sinh tìm dạng hàm đặc trưng dựa vào việc xem căn thức là ẩn y, rồi thêm bớt để định dạng hàm đặc trưng. Đây cũng là hướng giải quyết cho phương trình dạng này.

Ví dụ 6: Giải phương trình : $2x^3 - 10x^2 + 17x - 8 + 2x^2 \cdot \sqrt[3]{5x - x^3} = 0$ (6)

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- Chuyên KHTN năm 2016)

Tư duy: Pt(6) chứa hàm đa thức bậc ba, chứa căn thức gây khó khăn cho thao tác xử lý. Tư duy hàm đặc trưng có thể giải quyết bài toán trong trường hợp này. Tuy nhiên để giảm độ phức tạp cho pt, ta sẽ thực hiện phép đổi biến trước khi chuyển về hàm đặc trưng.

Lời giải

Ta có: TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình

Xét $x \neq 0$

$$(6) \Leftrightarrow 2 - \frac{10}{x} + \frac{17}{x^2} - \frac{8}{x^3} + 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{x^2} - 1} = 0$$

$$\text{Đặt } t = \frac{1}{x}; (t \neq 0)$$

Phương trình trở thành : $8t^3 - 17t^2 + 10t - 2 = 2\sqrt[3]{5t^2 - 1}$

$$\Leftrightarrow (2t - 1)^3 + 2(2t - 1) = (5t^2 - 1) + 2\sqrt[3]{5t^2 - 1}$$

$$\Leftrightarrow f(2t - 1) = f(\sqrt[3]{5t^2 - 1}) \text{ với } f(t) = t^3 + 2t \text{ trên } \mathbb{R}$$

Mà: $f'(t) = 3t^2 + 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\text{Vậy: } f(2t - 1) = f(\sqrt[3]{5t^2 - 1}) \Leftrightarrow 2t - 1 = \sqrt[3]{5t^2 - 1}$$

Đến đây giải tìm t rồi tìm x. Bài toán giải quyết xong.

Nhận xét

Đây là bài toán khá hay, học sinh trong thực hành vẫn lúng túng khi pt chứa các biểu thức bậc cao. Trong trường hợp đó ta có thể đơn giản pt bằng phép “đổi biến nghịch đảo”, và học sinh nhận thấy rằng tư duy hàm số có thể phải kết hợp nhiều phương pháp giải toán.

Dấu hiệu 4: Trong phương trình chứa dạng tích hai nhóm biểu thức

Thông thường đối với dạng phương trình này chúng ta thường sử dụng phương pháp liên hợp để “tách” hai nhóm biểu thức này rồi giải tiếp. Trong một số trường hợp, tư duy hàm số giúp giải quyết triệt để bằng cách xét hàm trực tiếp.

Ví dụ 7: Giải pt : $(\sqrt{2x-1} + \sqrt[3]{x^2+2} - 1)(\sqrt{x+4} + \sqrt[3]{x+3} - 3) = 10$ (7)

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- THPT Diễn Châu 1 năm 2016)

Tư duy: Về trái pt(7) chứa tích hai nhóm biểu thức nên ta có thể sử dụng hàm tích trong khảo sát trực tiếp hàm số.

Lời giải

Tập xác định: $D = [0, 5; +\infty)$

Xét hàm số: $f(x) = g(x)h(x)$ trên D,

$$\text{với } g(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt[3]{x^2+2} - 1, h(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt[3]{x+3} - 3$$

Với mọi $\forall x > 0,5$, ta có: $g(x) > 0$ và $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} + \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2+2)^2}} > 0$;

$$h(x) > 0 \text{ và } h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} > 0$$

suy ra: $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x) > 0, \forall x > 0,5$

Mà: $f(x)$ là hàm liên tục trên D nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên D

$\Rightarrow$ pt: $f(x) = 0$ có tối đa một nghiệm trên D

Mặt khác: $f(5) = 10$

Kết luận: pt(7) có nghiệm duy nhất $x = 5$.

Nhận xét

Bài toán này trong thực tế giảng dạy, học sinh còn tư duy theo nhiều cách khác nữa, nhưng vẫn gặp khó khăn. Điều này thể hiện một bài toán có thể có nhiều cách giải quyết, và việc thiết lập thêm phương pháp giải toán chỉ bổ sung thêm tư duy chứ không phải là triệt tiêu đi suy luận giải toán của phương pháp khác.

Dấu hiệu 5: Xử lý phương trình trung gian

Đây là một đặc trưng khá hay, nó là thao tác phối kết hợp nhiều phương pháp cho việc giải một bài toán. Không có phương pháp vạn năng để giải mọi bài toán, vì vậy cần phải sáng tạo để vận dụng linh hoạt, hợp lý hệ thống các phương pháp giải toán để giải quyết một bài toán.

Ví dụ 8: Giải phương trình: $(1 + \sqrt{1+x})(\sqrt{2x^2-2x+1} + x - 1) = x\sqrt{x}$ (8)

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- Chuyên Hưng Yên năm 2016)

Tư duy: Pt(8) có thể giải bằng cách liên hợp tách nhóm rồi xử lý tiếp. Thao tác tư duy hàm số ở đây sẽ tìm cách tạo ra hàm đặc trưng sau phép “đổi biến nghịch đảo”

Lời giải

Ta có: TXĐ: $D = [0; +\infty)$

Ta thấy $x=0$ là nghiệm của phương trình

Xét $x > 0$, chia hai vế cho $x\sqrt{x}$ ta được:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{\frac{1}{x} + 1} \right) \left(\sqrt{2 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{1}{x} \right) = 1$$

Đặt $t = \frac{1}{x}; (t > 0)$

Phương trình trở thành : $(\sqrt{t} + \sqrt{t+1})(\sqrt{2 - 2t + t^2} + 1 - t) = 1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2 - 2t + t^2} + 1 - t = \sqrt{t+1} - \sqrt{t} \Leftrightarrow \sqrt{(1-t)^2 + 1} + 1 - t = \sqrt{(\sqrt{t})^2 + 1} - \sqrt{t}$$

$$\Leftrightarrow f(1-t) = f(\sqrt{t}) \text{ với } f(y) = \sqrt{y^2 + 1} - y \text{ trên } \mathbb{R}$$

Mà: $f'(y) = \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} - 1 = \frac{y - \sqrt{y^2 + 1}}{\sqrt{y^2 + 1}} < 0, \forall y \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(y)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\text{Vậy: } f(1-t) = f(\sqrt{t}) \Leftrightarrow 1-t = \sqrt{t}$$

Đến đây giải tìm t rồi tìm x . Bài toán giải quyết xong.

Nhận xét

Đây là bài toán khá hay, học sinh trong thực hành được tập dượt và làm quen với việc giải quyết một bài toán kết hợp nhiều phương pháp. Điều này giúp tư duy giải toán của học sinh linh hoạt và sáng tạo hơn.

$$\text{Ví dụ 9: Giải phương trình : } \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2) \quad (9)$$

(Đề thi THPT Quốc Gia 2015)

Tư duy: Dễ nhận thấy phương trình có nghiệm $x=2$, vế trái của pt có nhân tử $x-2$ nên học sinh nhanh chóng liên hợp để thu được nghiệm $x=2$. Tuy nhiên khó khăn xuất hiện khi giải phương trình còn lại không đơn giản, tư duy hàm số khéo léo giúp giải nhanh bài toán.

Lời giải

Ta có:

$$pt(9) \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+4)}{x^2 - 2x + 3} = \frac{(x-2)(x+1)}{\sqrt{x+2} - 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{x+4}{x^2 - 2x + 3} = \frac{x+1}{\sqrt{x+2} + 2} \dots\dots(9^*) \end{cases}$$

Vấn đề là giải pt (9*)

$$pt(9*) \Leftrightarrow (x+4)(\sqrt{x+2}+2)=(x+1)(x^2-2x+3)$$

$$\Leftrightarrow \left[(\sqrt{x+2})^2 + 2 \right] (\sqrt{x+2}+2) = \left[(x-1)^2 + 2 \right] [(x-1)+2]$$

$$\Leftrightarrow f(\sqrt{x+2}) = f(x-1) \text{ với } f(t) = (t^2+2)(t+2) \text{ trên } \mathbb{R}$$

Mà: $f'(t) = 3t^2 + 4t + 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\text{Vậy: } f(\sqrt{x+2}) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-1$$

Đến đây giải tìm x . Bài toán giải quyết xong.

Nhận xét

Đây là bài toán phân loại khó và hay, học sinh trong thực hành vẫn lúng túng khi xử lý pt trung gian. Một số học sinh thực hiện quy đồng và nhân ra ở pt(9*), làm phức tạp và rối bài toán. Sau khi giải pt(9*), học sinh nhận thấy phải khai thác triệt để trạng thái ban đầu của pt, nếu không xử lý được mới tiếp tục biến đổi để chuyển dạng pt.

Giải pháp 2: Vận dụng thực hành khi giải hệ phương trình

GP2-1: Thao tác thực hành khi tư duy hàm số giải hệ phương trình

Bước 1:

a) Phát hiện phương trình trong hệ có dạng hàm đặc trưng để tìm mối liên hệ đơn giản hơn của hai ẩn x và y . Chuyển pt còn lại của hệ về phương trình một ẩn.

b) Sử dụng các phương pháp giải toán nhằm chuyển việc giải hệ về việc giải pt một ẩn.

Bước 2:

Tư duy hàm số để giải phương trình còn lại (nếu được) hoặc giải bằng phương pháp khác

Bước 3:

Kết luận nghiệm cho hệ phương trình.

GP2-2: Xây dựng hệ thống các bài tập chọn lọc cho học sinh tự thực hành

Việc vận dụng kiến thức vào giải toán là một kỹ năng quan trọng cần được rèn luyện, thực hành. Do đó sau khi dạy học sinh tư duy hàm số để giải phương trình, tôi có cho học sinh một hệ thống bài tập tự rèn luyện về phương trình. Song song với quá trình tự luyện tập của học sinh, tôi có tổ chức một (hay nhiều) buổi thực hành vận dụng giải hệ phương trình theo tư duy hàm số. Một mặt để rèn kỹ năng, kỹ xảo cho học sinh, một mặt nắm bắt khả năng tiếp nhận,

vận dụng kiến thức của học sinh khi thực hành giải toán. Từ đó có những tác động sư phạm hợp lý để điều chỉnh hoàn thiện tư duy cho học sinh.

Sau đây là một số bài toán đã thực hiện cho học sinh

(Chỉ trình bày hướng tư duy, vận dụng khi giải toán, lời giải mang tính gợi ý)

Bài tập 1: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + \frac{x}{x+1} = (y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \\ 3x^2 - 8x - 3 = 4(x+1)\sqrt{y+1} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 3- Chuyên Vĩnh Phúc năm 2015)

Tư duy:

Pt(1) có tính độc lập của x và y nên sử dụng hàm đặc trưng:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x^3 + x^2 + x}{x+1} = (y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \Leftrightarrow \frac{x^3 + x(x+1)}{(x+1)\sqrt{x+1}} = (y+2)\sqrt{y+1}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{\sqrt{x+1}} \right)^3 + \frac{x}{\sqrt{x+1}} = (\sqrt{y+1})^3 + \sqrt{y+1} \Leftrightarrow f\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right) = f(\sqrt{y+1})$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ trên $\mathbb{R}$ có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t \in \mathbb{R}$ suy ra $f(t)$ đồng

biến trên $\mathbb{R}$. Nên $f\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right) = f(\sqrt{y+1}) \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{y+1}$.

Thay vào (2) ta được $3x^2 - 8x - 3 = 4x\sqrt{x+1}$ (Giải pt này tương đối đơn giản)

Bài tập 2: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + x^2 + 2y^2 + 2x + 3y + 2 = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{8 - xy - x} + 2015 = \sqrt{x^2 + x + y + 4} + 2016x & (2) \end{cases}$$

(Đề khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia, lần 1- Chuyên ĐHSPhN năm 2016)

Tư duy:

Pt(1) có tính độc lập của x và y nên sử dụng hàm đặc trưng:

$$(1) \Leftrightarrow y^3 + 2y^2 + 3y = -x^3 - x^2 - 2x - 2$$

$$\Leftrightarrow y^3 + 2y^2 + 3y = -(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + 2(x^2 + 2x + 1) - 3x - 3$$

$$\Leftrightarrow y^3 + 2y^2 + 3y = (-x - 1)^3 + 2(-x - 1)^2 + 3(-x - 1)$$

$$\Leftrightarrow f(y) = f(-x - 1) \Leftrightarrow y = -x - 1$$

Thay $y = -x - 1$ vào (2) và rút gọn được phương trình

$$\sqrt{x^2 + 8} + 2015 = \sqrt{x^2 + 3} + 2016x \quad (*)$$

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 + 3} = 2016x - 2015 > 0 \Rightarrow x > \frac{2015}{2016}$$

Xét hàm số $g(x) = \sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 + 3} - 2016x + 2015$, $x > \frac{2015}{2016}$

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 8}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} - 2016 \\ &= \frac{x(\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 + 8})}{\sqrt{(x^2 + 8)(x^2 + 3)}} - 2016 < 0 \quad \forall x > \frac{2015}{2016} \end{aligned}$$

Suy ra $g(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{2015}{2016}; +\infty\right)$

Suy ra phương trình $g(x) = 0$ (Phương trình (*)) có tối đa 1 nghiệm

Mặt khác $g(1) = 0$

Từ đó ta được $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình (*)

Bài tập 3: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^{10} + 2x^6 = y^5 + 2x^4y \\ \sqrt{x^2 + 5} + \sqrt{2y + 1} = 6 \end{cases} \quad (x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R})$$

(Đề khảo sát THPT Quốc Gia, lần 1 - THPT Thạch Thành 1 năm 2016)

Tư duy:

Pt(1) có thể tạo nhóm độc lập của x và y nên sử dụng hàm đặc trưng:

Xét $x \neq 0$, chia 2 vế của pt đầu cho $x^5 \neq 0$, ta được $x^5 + 2x = \left(\frac{y}{x}\right)^5 + 2\left(\frac{y}{x}\right)$ (1)

Xét hàm số $f(t) = t^5 + 2t$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 5t^4 + 2 > 0$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $f(t) = t^5 + 2t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó (1) $\Leftrightarrow x = \frac{y}{x} \Leftrightarrow y = x^2$.

Thay vào pt thứ 2 của hệ ta được: $\sqrt{y + 5} + \sqrt{2y + 1} = 6$ (2)

Xét hàm số $g(y) = \sqrt{y + 5} + \sqrt{2y + 1}$, $\forall y \geq -\frac{1}{2}$.

Ta có $g'(y) = \frac{1}{2\sqrt{y + 5}} + \frac{1}{\sqrt{2y + 1}} > 0$, $\forall y > -\frac{1}{2}$.

Vậy $g(y)$ đồng biến trên khoảng $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Mà $g(4) = 6$ nên (2) $\Leftrightarrow y = 4$.

Bài tập 4: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^3 + xy^2 + x = 2y^3 + 4x^2y + 2y & (1) \\ \frac{2y^2 - x - 2y - 16}{x^2 - 8y + 7} = \left(y + \frac{1}{2}\right)(\sqrt{x + 1} - 3) & (2) \end{cases} \quad (x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R})$$

(Đề khảo sát THPT Quốc Gia, lần 1- THPTCUMGAR năm 2016)

Tư duy:

Xử lý pt(1) bằng phương pháp khác:

$$pt(1) \Leftrightarrow (x - 2y) + (2x^3 - 4x^2y) + (xy^2 - 2y^3) = 0 \Leftrightarrow (x - 2y)(1 + 2x^2 + y^2) = 0 \Leftrightarrow x = 2y$$

Thế vào (2) được:

$$\frac{2\left(\frac{x}{2}\right)^2 - x - x - 16}{x^2 - 4x + 7} = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)(\sqrt{x+1} - 3) \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x - 32}{x^2 - 4x + 7} = (x+1)(\sqrt{x+1} - 3)$$

Việc giải pt thu được áp dụng dấu hiệu 5 của GP1.

GP2-3: Hướng dẫn học sinh xây dựng các dấu hiệu cho hệ phương trình có thể giải được bằng tư duy hàm số

Hướng dẫn học sinh tự tìm kiếm và hình thành phương pháp có ý nghĩa rất lớn trong việc đổi mới cách học của học sinh, chuyển thể chủ động tìm tòi kiến thức sang học sinh. Sau khi hướng dẫn học sinh xây dựng các dấu hiệu cơ bản về tư duy hàm số để giải phương trình, trong quá trình hướng dẫn học sinh thực hành giải hệ phương trình tôi yêu cầu học sinh tự xây dựng các dấu hiệu cơ bản về tư duy hàm số để giải hệ phương trình.

Và học sinh đã xây dựng được một hệ thống phong phú các dấu hiệu mà trong SKKN này chưa có điều kiện để trình bày.

Giải pháp 3: Nêu một số vấn đề liên quan đến tư duy hàm số

Việc mở rộng vấn đề, kết nối vấn đề đến tổng thể các phương pháp giải toán là việc làm thường xuyên trong toán học. Tư duy hàm số, ngoài việc giải phương trình, hệ phương trình còn có thể tiếp cận đến một số vấn đề sau:

VD1 : Tư duy hàm số giải bất phương trình

(Nội dung này đã được tôi giải quyết trong SKKN năm học 2014 – 2015, bằng cách xét dấu và giải pt tương ứng).

VD2 : Tư duy hàm số trong bài toán chứa tham số của pt, bpt, hệ pt.

(Nội dung này sẽ được giải quyết theo một chủ đề riêng về bài toán tham số).

VD3 : Tư duy hàm số trong chứng minh bất đẳng thức, tìm gtln, gtnn của biểu thức

(Nội dung này sẽ được giải quyết theo một chủ đề riêng về bất, gtln, gtnn).

VD4 : Mối liên hệ giữa phương pháp hàm số và các phương pháp giải toán khác

(Nội dung này sẽ được giải quyết bằng việc xây dựng các kết nối phương pháp giải toán- Dự định SKKN 2016 -2017).

... Và còn nhiều vấn đề khác nữa. Qua đây học sinh cũng thấy rằng tư duy hàm số là phổ dụng, bao trùm nhiều vấn đề khó của toán học THPT và việc phát triển tư duy hàm số là một yêu cầu thiết thực, phù hợp thực tiễn thi cử hiện nay.

4. HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

- Để biết được hiệu quả của quá trình trên tôi tiến hành thực hiện bài kiểm tra với 2 đối tượng học sinh thuộc 2 lớp khác nhau nhưng mức độ học tập tương đương (Lớp 12B2 và 12B3 của trường THPT Hoàng Hóa 3) giữa một lớp (12B3) được nghiên cứu phương pháp với lớp (12B2) chưa được nghiên cứu.

Tôi thu được những kết quả như sau:

BẢNG THỐNG KÊ KẾT QUẢ KHI SO SÁNH Ở 2 LỚP NHƯ SAU:

- Bài khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia lần 1

(Nghiên cứu câu phương trình, hệ phương trình trong đề thi và mức độ học sinh tiếp cận được)

Nội Dung	Lớp 12B2		Lớp 12B3	
	Số HS	%	Số HS	%
Giải quyết được 100% bài toán	2		5	
Giải quyết được trên 70% bài toán	3		8	
Giải quyết được 50% bài toán	10		12	
Không tiếp cận được bài toán	30		20	

- Bài khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia lần 2

(Nghiên cứu câu phương trình, hệ phương trình trong đề thi và mức độ học sinh tiếp cận được)

Nội Dung	Lớp 12B2		Lớp 12B3	
	Số HS	%	Số HS	%
Giải quyết được 100% bài toán	5		12	
Giải quyết được trên 70% bài toán	3		10	
Giải quyết được 50% bài toán	9		12	
Không tiếp cận được bài toán	28		11	

Từ bảng số liệu lần 1, ta thấy số học sinh làm được bài toán ở lớp 12B3 (được học tư duy hàm số) nhiều hơn hẳn lớp 12B2 (lớp đối chứng, không được chi tiết về tư duy hàm số), điều này thể hiện hiệu quả của nội dung dạy học tư duy hàm số. Vì là nội dung khó nên cả hai lớp vẫn còn nhiều học sinh không tiếp cận được bài toán.

Từ bảng số liệu lần 2, ta thấy số học sinh làm được bài toán ở lớp 12B3 và lớp 12B2 đã tăng lên sau một thời gian thực hành giải toán. Tuy nhiên mức độ tăng của lớp 12B3 nhiều hơn và có độ bền vững hơn lớp 12B2. Điều này thể

hiện sự khắc sâu phương pháp cũng như kỹ năng thực hành của lớp 12B3 là tốt hơn hẳn lớp 12B2.

Tuy nhiên, cả bảng số liệu trên cũng cho ta thấy số lượng học sinh không tiếp cận được bài toán là khá nhiều. Điều này là hợp lý, vì đây là vấn đề khó và là câu phân loại điểm 9 / 10 của đề thi nên không phải phù hợp cho mọi học sinh. Do đó, trong quá trình dạy học cũng cần có những giải pháp để học sinh tiếp cận dần những thao tác thực hành giải toán cơ bản.

Nói chung hiệu quả sau hai lần thi thể hiện lớp 12 B3 có chất lượng và sự tiến bộ vượt hẳn so với lớp 12B2, đây là một minh chứng thực tiễn thuyết phục để khẳng định ưu điểm khi dạy học sinh tư duy hàm số để giải pt, hệ pt.

III. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

1. KẾT LUẬN

Muốn thành công trong công tác giảng dạy trước hết đòi hỏi người giáo viên phải có tâm huyết với công việc, phải đam mê tìm tòi học hỏi, phải nắm vững các kiến thức cơ bản, phổ thông, tổng hợp các kinh nghiệm áp dụng vào bài giảng. Phải thường xuyên trau dồi, học tập nâng cao trình độ chuyên môn của bản thân, phải biết phát huy tính tích cực chủ động chiếm lĩnh tri thức của học sinh. Trong quá trình giảng dạy phải coi trọng việc hướng dẫn học sinh con đường tìm ra kiến thức mới, khơi dậy óc tò mò, tư duy sáng tạo của học sinh, tạo hứng thú trong học tập, dẫn dắt học sinh từ chỗ chưa biết đến biết, từ dễ đến khó.

Thông việc tổng kết hiệu quả SKKN có thể khẳng định một điều: Việc triển khai các buổi học mở rộng mang lại hiệu quả rất nhiều. Và điều này sẽ càng phù hợp hơn đối với chương trình SGK mới, nó có thể được thực hiện rất tốt cho các chuyên đề tự chọn của học sinh. Không những giúp học sinh trong việc định hướng giải toán với một nội dung cụ thể mà thông qua đó để học sinh thấy được rằng việc “ tư duy hàm số ” để giải phương trình, hệ phương trình là rất tốt và có kết quả. Từ đó thôi thúc học sinh tìm tòi sáng tạo để trang bị cho mình những quy trình và lượng kiến thức cần thiết.

Nhìn chung vì quy trình đưa ra là đơn giản và có thể áp dụng cho phần nhiều cho các bài toán. Do đó đa số các học sinh nắm vững được quy trình và có định hướng rõ rệt trong quá trình giải toán. Tuy nhiên đối với một số học sinh trung bình và trung bình khá thì khả năng vận dụng vào giải toán còn đang lúng túng, nhất là trong các bài toán cần sự linh hoạt lựa chọn hàm số thích hợp hay khi gặp bế tắc trong giải toán học sinh thường không chuyển hướng được cách suy nghĩ để giải bài toán (thể hiện sức “ỳ” tư duy vẫn còn lớn). Vì vậy khi dạy cho học sinh nội dung này, giáo viên cần tạo ra cho học sinh cách suy nghĩ linh hoạt và sáng tạo trong khi vận dụng quy trình . Đó cũng chính là nhược điểm của cách giải toán theo phương pháp này, điều đó đòi hỏi người giáo viên cần phải khéo léo truyền thụ quy trình và cách giải toán linh hoạt đối với các bài toán.

2. KIẾN NGHỊ

Qua sự thành công bước đầu của việc áp dụng nội dung này thiết nghĩ rằng chúng ta cần thiết phải có sự đổi mới trong cách dạy và học. Không nên dạy học sinh theo những quy tắc máy móc nhưng cũng cần chỉ ra cho học sinh những quy trình mô phỏng đang còn mang tính chọn lựa để học sinh tự mình tư duy tìm ra con đường giải toán.

Sáng kiến kinh nghiệm này chỉ là một phần rất nhỏ nó là kinh nghiệm bản thân thu được qua quá trình dạy một phạm vi học sinh nhỏ hẹp. Vì vậy sự phát hiện những ưu nhược điểm chưa được đầy đủ và sâu sắc.

Mong rằng qua báo cáo kinh nghiệm này các đồng nghiệp cho tôi thêm những ý kiến và phản hồi những ưu nhược điểm của cách dạy nội dung này. Cuối cùng tôi mong rằng nội dung này sẽ được các đồng nghiệp nghiên cứu và áp dụng vào thực tiễn dạy học để rút ra những điều bổ ích.

Bài viết chắc chắn còn nhiều thiếu sót rất mong được sự đóng góp ý kiến, phê bình, phản hồi của các đồng nghiệp

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG
ĐƠN VỊ

Thanh Hóa, ngày 11 tháng 05 năm 2016
Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết,
không sao chép nội dung của người khác.
(Ký và ghi rõ họ tên)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Sách giáo khoa Toán 10, 11,12
- Chuẩn kiến thức kỹ năng môn Toán trung học phổ thông
- Sách bài tập Toán 11,12
- Sách giáo viên Toán 11,12
- Đề thi khảo sát chất lượng THPT Quốc Gia của các trường THPT trên cả nước.