|  |  |
| --- | --- |
| LOGO CUA HOI DHBBĐỀ ĐỀ XUẤT*Đề thi gồm 01 trang*  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CÁC TRƯỜNG THPT CHUYÊN****KHU VỰC DUYÊN HẢI VÀ ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ****LẦN THỨ IX, NĂM 2023****ĐỀ THI MÔN: TOÁN HỌC - LỚP 11***Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)**Ngày thi:*  |

**Bài 1 (4,0 điểm).** Cho dãy số thực  xác định bởi 

Đặt Chứng minh rằng dãy số  có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

**Bài 2 (4.0 điểm).** Cho  là hai đa thức với hệ số thực, có ít nhất một nghiệm thực và . Chứng minh rằng  (với ).

**Bài 3 (4,0 điểm)**. Cho tam giác  nhọn, không cân, , nội tiếp đường tròn . Gọi  là đường tròn bất kì đi qua hai điểm  và cắt các cạnh  lần lượt tại . Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai . Tiếp tuyến tại  của đường tròn  cắt đường thẳng  tại . Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng ; đường thẳng  cắt đường tròn  tại hai điểm phân biệt  ( nằm giữa  và ).

1. Chứng minh rằng hai đường tròn  và  tiếp xúc với nhau tại điểm .
2. Đường tròn  cắt hai đường thẳng  lần lượt tại hai điểm  khác Chứng minh rằng hai đường tròn  và  tiếp xúc với nhau.

**Bài 4 (4,0 điểm).**

1. Chứng minh rằng với mỗi số nguyên , tồn tại cặp số nguyên dương lẻ  thoả mãn .
2. Cho , trong đó kí hiệu  là phần nguyên của số thực . Chứng minh rằng tồn tại vô hạn số nguyên dương  sao cho  và .

**Bài 5 (4,0 điểm).** Sắp xếp 9 học sinh đứng cách đều nhau trên một vòng tròn tại vị trí 9 đỉnh của một đa giác đều. Chứng minh rằng tồn tại hai tam giác (có đỉnh là đỉnh đa giác đều) bằng nhau (các đỉnh của hai tam giác có thể trùng nhau nhưng hai tam giác là phân biệt) mà tất cả học sinh đứng ở các đỉnh của hai tam giác đó là cùng giới.

(Giả thiết rằng 9 học sinh này chỉ thuộc một trong 2 giới là nam hoặc nữ)

**-------------- HẾT --------------**

*(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)*

Họ và tên thí sinh: …………………………………………………. Số báo danh: ………………….