|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD – ĐT QUẢNG NAM**TRƯỜNG THPT CHUYÊN****NGUYỄN BỈNH KHIÊM** | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI CÁC TRƯỜNG THPT CHUYÊN****KHU VỰC DUYÊN HẢI VÀ ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ****LẦN THỨ XIV, NĂM 2023****ĐỀ THI MÔN: TOÁN LỚP 10** |
| **ĐỀ ĐỀ NGHỊ** | *Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)**(Đề thi gồm 01 trang)* |

**Câu 1 (4,0 điểm).** Tìm tất cả các đa thức hệ số thực $P\left(x\right)$ thỏa mãn $P\left(0\right)=0$ và

$$P\left(x^{2}-x+1\right)≡P\left(x\right)^{2}-P\left(x\right)+1.$$

**Câu 2 (4,0 điểm).** Cho $a,b,c$ là các số thực dương thỏa

$$\left(a+b+c\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=10.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $P=$ $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$.

**Câu 3 (4,0 điểm).** Cho tam giác $ABC$ không cân nội tiếp đường tròn $ω$. Đường tròn $ω'$ thay đổi đi qua $B,C$ cắt các cạnh $AB,AC$ lần lượt tại điểm thứ hai là $E,F$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác $AEF$ cắt đường tròn $ω$ tại điểm thứ hai là $K$. $KE,KF$ cắt lại $ω$ lần lượt tại $Q,P$. Gọi $T$ là giao điểm của $BQ$ và $CP$.

a) Chứng minh rằng $T$ thuộc một đường thẳng cố định khi đường tròn $ω$ thay đổi.

b) Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $BF,CE$. Chứng minh rằng $KA$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác $AMN$.

**Câu 4 (4,0 điểm).** Cho hai số nguyên dương $a$ và $b$ sao cho $15a+16b$ và $16a-15b$ là hai số chính phương. Tìm giá trị nhỏ nhất của số nhỏ nhất trong hai số chính phương đó.

**Câu 5 (4,0 điểm).** Tại mỗi đỉnh của một đa giác đều $n$ cạnh ($n>2$) người ta đặt một bóng đèn. Ban đầu chỉ có đúng một bóng đèn được bật, mỗi lượt ta thay đổi trạng thái của các bóng đèn (bật thành tắt, tắt thành bật) với điều kiện vị trí các bóng đèn được chọn là các đỉnh của một đa giác đều. Chứng minh rằng không tồn tại $n$ để tất cả các bóng đèn có thể được bật cùng lúc sau hữu hạn lượt.

 --------------------------------------- Hết ----------------------------------------