

A. Lý thuyết: SGK Toán 9 (tr.39):

B. Bài tập tham khảo

Bài 1. Thu gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{98} - \sqrt{18}$

b) $B = (\sqrt{48} - 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108} - \sqrt{147}) : \sqrt{3}$

c) $C = \sqrt{(5 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

d) $D = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2} + \frac{12}{\sqrt{3} + 3}$

e) $E = \left(\frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} + \frac{2}{5 + 2\sqrt{6}} \right) \cdot (15 + 2\sqrt{6})$

f) $F = \sqrt[3]{162} - \sqrt[3]{48} - \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{-0,008} + \sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 7$

b) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = |x - 3|$

c) $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 4 - x$

d) $\sqrt{x^2 - 16} - \sqrt{x + 4} = 0$

e) $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$

f) $-5x + 7\sqrt{x} + 12 = 0$

g) $\sqrt{x^2 - 2x} = 2 - x$

h) $\sqrt{2x + 27} - x = 6$

i) $\sqrt{x - 1} + \frac{3}{2}\sqrt{4x - 4} - \frac{2}{5}\sqrt{25x - 25} - 4 = 0$

k) $\sqrt{4x - 20} + 3\sqrt{\frac{x - 5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = 6$

l) $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 6} = 5$

m) $x^2 - 6x + \sqrt{x^2 - 6x + 7} = 5$

n) $\sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x - 1}} = 4$

o) $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$

p) $\sqrt{3x^2 + 6x + 12} + \sqrt{5x^4 - 10x^2 + 30} = 8$

q) $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

Bài 3: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 2}$ với $x \geq 0, x \neq 16$

a) Tính giá trị của A khi $x = 36$

b) Rút gọn B

c) Xét biểu thức $P = B \cdot (A - 1)$. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P có giá trị là số nguyên.

$$C = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$$

Bài 4. Cho biểu thức

a) Rút gọn C.

b) Tìm các giá trị của a để $C = 2$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của C.

$$D = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$$

Bài 5. Cho biểu thức:

- Rút gọn D
- Tìm các giá trị của x để $D = -3$
- Tìm các giá trị của x để $D < 1$
- Tìm các số nguyên x để D nhận giá trị nguyên.

$$E = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} : \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) \text{ với } x > 0$$

Bài 6. Cho biểu thức

- Rút gọn E.
- Tìm các giá trị của x để $E = \frac{2}{7}$
- So sánh E với $\frac{1}{3}$
- Tìm giá trị lớn nhất của E

$$F = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{x\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{3\sqrt{x} - 3}{x + \sqrt{x}}$$

Bài 7. Cho biểu thức

- Rút gọn F
- Tìm các giá trị của x để $F = 1$
- Tìm x để F có giá trị nguyên.

$$G = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3x + 3}{x - 9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3} - 1 \right)$$

Bài 8. Cho biểu thức

- Rút gọn G.
- Tính giá trị của G khi $x = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$
- Tìm giá trị của x để $G < -\frac{1}{3}$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của G

Bài 9.

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

- $M = \sqrt{1 - x} + \sqrt{1 + x}$
- $N = \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 3}$
- $P = \frac{3x + 6\sqrt{x} + 27}{\sqrt{x} + 2}$
- $Q = 3x + 2y + \frac{12}{x - 2} + \frac{8}{y + 1}$ với

2. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

- $A = \sqrt{-x^2 + 2x + 4}$
- $B = \frac{\sqrt{x - 2}}{x} + \frac{\sqrt{y - 1}}{y}$ với $x \geq 2; y \geq 1$
- $C = \sqrt{x - 1} + \sqrt{y - 2}$ với $x + y = 4$
- $D = 2x + \sqrt{4 - 2x^2}$ với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$

$$x > 2; y > -1$$

Bài 10. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $xy + \frac{1}{xy} \geq \frac{17}{4}$ với $x, y > 0$ thỏa mãn $x + y \leq 1$

b) $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2}$ với $x, y, z > 0$

c) $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+1} < 3,5$ với $a, b, c \geq 0$ và $a+b+c=1$

d) $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$ với $a, b, c > 0$