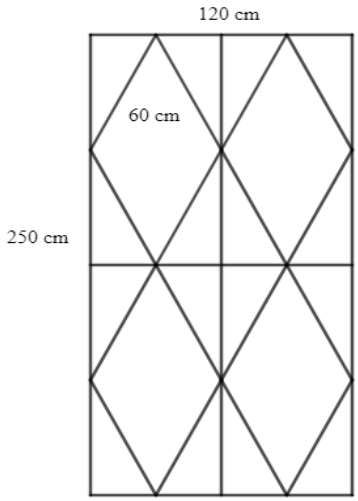
NHÓM TOÁN
TIỂU HỌC - THCS - THPT VIỆT NAM

HỆ THỐNG ARCHIMEDES SCHOOL

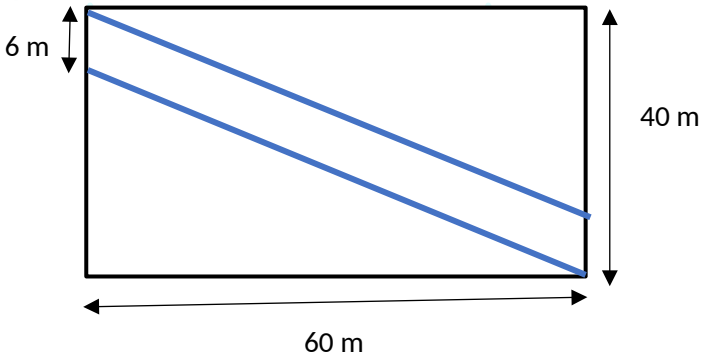
ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2021 - 2022. MÔN: TOÁN 6

Bài 15. Anh Tâm làm 4 khung cửa sắt, có kích thước và hình dạng như hình bên. Khung sắt bên ngoài là hình chữ nhật có chiều dài $250\ cm$, chiều rộng là $120\ cm$. Phía trong là các hình thoi có độ dài cạnh $60\ m$. Hỏi anh Tâm cần dùng bao nhiêu mét dây thép để làm được bốn khung cửa như vậy?



Bài 16. Bác Hùng có một mảnh đất dạng hình chữ nhật có kích thước 40 m x 60 m. Bác dự định làm một con đường ngang qua (phần tô đậm) có kích thước như hình vẽ bên. Tính diện tích con đường và diện tích phần còn lại của mảnh đất.



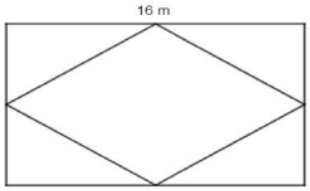
Bài 17. Bản thiết kế cho tầng một của một ngôi nhà được xây trên một mảnh đất hình bình hành như trong hình bên:

a) Hãy tính diện tích của mảnh đất.

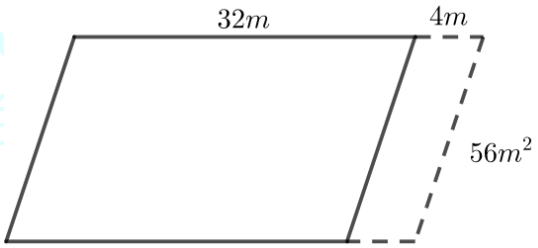
b) Tính diện tích nền sân trước nhà; diện tích phòng khách; diện tích phòng bếp và phòng ăn của ngôi nhà.

c) Để nát sàn phòng khách và phòng bếp người ta sử dụng lần lượt hai loại gỗ lát sàn với đơn giá là 380 000 đồng và 300 000 đồng cho mỗi mét vuông sàn. Hãy tính số tiền cần chi trả cho việc lát gỗ.

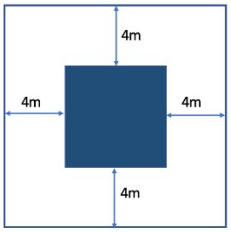
Bài 18: Một mảnh đất trong công viên hình chữ nhật có chiều dài $16m$ và chiều rộng bằng nửa chiều dài. Người ta dự định làm một giàn hoa bên trong mảnh đất đó có hình thoi như hình bên, còn lại sẽ trồng hoa hồng. Nếu mỗi mét vuông trồng được 4 cây hoa hồng, hỏi cần bao nhiêu cây hoa hồng để trồng hết phần đất còn lại đó.



Bài 19: Có một miếng đất hình bình hành cạnh đáy bằng $32m$, người ta mở rộng miếng đất bằng cách tăng độ dài cạnh đáy thêm $4m$ được miếng đất hình bình hành mới. Có diện tích hơn diện tích miếng đất ban đầu là $56m^2$. Hỏi diện tích của miếng đất ban đầu là bao nhiêu?



Bài 20: Người ta mở rộng một cái ao hình vuông về bốn phía như hình vẽ. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $192m^2$. Tìm diện tích ao cũ



Bài tập nâng cao.

Bài 21.

a) Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{119}$. Chứng tỏ rằng A chia hết cho $3;7;31;15$

b) Tìm số dư $B = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + ... + 5^{100}$ khi chia cho 6; 31

Bài 22. Tìm số nguyên tố p sao cho $2p + 1$ và $5p + 2$ cũng là số nguyên tố.

Bài 23. Với mọi số tự nhiên a, b nếu $5a + 3b$ và $13a + 8b$ cùng chia hết cho 2021 thì a và b cũng chia hết cho 2021

Câu 24. Cho 79 số nguyên, trong đó tích của 6 số bất kỳ là một số âm. Chứng minh rằng, tích của 79 số đó là một số dương.

Câu 25. Tìm số tự nhiên a, b biết:

a) $a + b = 90$ và $(a, b) = 15$.

b) $a.b = 4320$ và BCNN$(a, b) = 360$.

c) ƯCLN$(a, b) = 120$ và BCNN$(a, b) = 20$. ƯCLN(a, b)

d) ƯCLN(a, b) + BCNN$(a, b) = 55$

Câu 26. Chứng minh rằng: $B = 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{99}$ không là số chính phương

Câu 27. Tìm số nguyên x, y thoản mãn:

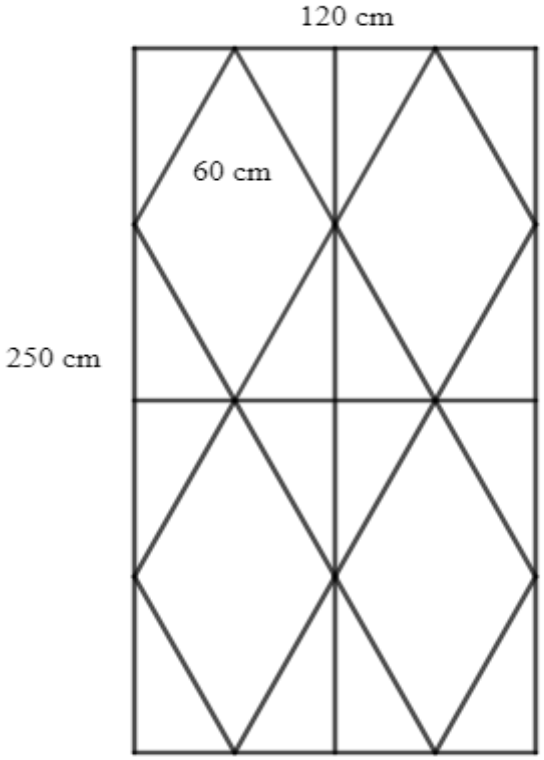
$a) 3x(y + 1) + y + 1 = 7$ $b) xy - x + 3y - 3 = 5$

$c) 2xy + x + y = 7$ $d) 3xy - 2x + 5y = 29$

NHÓM TOÁN
TIỂU HỌC - THCS - THPT VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 15. Anh Tâm làm 4 khung cửa sắt, có kích thước và hình dạng như hình bên. Khung sắt bên ngoài là hình chữ nhật có chiều dài $250\ cm$, chiều rộng là $120\ cm$. Phía trong là các hình thoi có độ dài cạnh $60\ m$. Hỏi anh Tâm cần dùng bao nhiêu mét dây thép để làm được bốn khung cửa như vậy?



TIỂU HỌC - THCS - THPT VIỆT NAM

Lời giải

Một khung cửa sắt gồm 1 hình chữ nhật và một hình thoi

Chiều rộng của một khung cửa sắt là $120:2=60cm$

Chiều dài của một khung cửa sắt là $250:2=125cm$

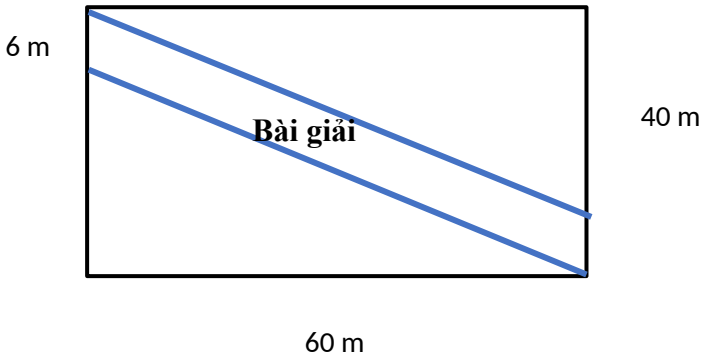
Chu vi của một khung cửa sắt là $(60+125).2=370cm$

Chu vi của một hình thoi là $60.4=240cm$

Số mét dây cần dùng để làm một khung cửa sắt là $370+240=610cm$

Số mét dây anh Tâm cần dùng để làm được bốn khung của sắt là $610.4-(120+250)=2070cm$

Bài 16: Bác Hùng có một mảnh đất dạng hình chữ nhật có kích thước $40\ m\ x\ 60\ m.$. Bác dự định làm một con đường ngang qua (phần tô đậm) có kích thươc như hình vẽ bên. Tính diện tích con đường và diện tích phần còn lại của mảnh đất.



Lời giải

Diện tích mảnh vườn là

$40 . 60 = 2400\ (m^2)$

Diện tích phần còn lại của mảnh đất là

$(40 - 6) . 60 : 2. 2 = 2160\ (m^2)$

Diện tích con đường là

$2400 - 2160 = 240\ (m^2)$

Bài 17: Bản thiết kế cho tầng một của một ngôi nhà được xây trên một mảnh đất hình bình hành như trong hình bên:

a) Hãy tính diện tích của mảnh đất.

b) Tính diện tích nền sân trước nhà; diện tích phòng khách; diện tích phòng bếp và phòng ăn của ngôi nhà.

c) Để lát sàn phòng khách và phòng bếp người ta sử dụng lần lượt hai loại gỗ lát sàn với đơn giá là 380 000 đồng và 300 000 đồng cho mỗi mét vuông sàn. Hãy tính số tiền cần chi trả cho việc lát gỗ.

Lời giải

a) Diện tích của mảnh đất là:

$$\frac{(8,810+8,440).4,050}{2}+\frac{1}{2}.0,300.4,050=35,538750(m^2)$$

b) Diện tích nền sân trước nhà là:

$$\frac{(0,900+1,270).4,050}{2}=4,394250(m^2)$$

Diện tích phòng khách là:

$$4,190.4,050=16,969500(m^2)$$

Diện tích của phòng bếp và phòng ăn là:

$$35,538750-4,394250-16,969500=14,175000(m^2)$$

c) Số tiền cần chi trả cho việc lát gỗ phòng khách là:

$16,969500.380000=6448410$ (đồng)

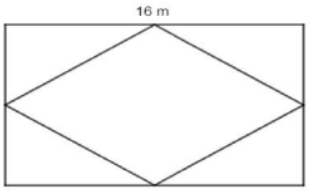
Số tiền cần chi trả cho việc lát gỗ phòng bếp là:

$14,175000.300000=4252500$ (đồng)

Số tiền chi trả cho việt lát gỗ là:

$6448410+4252500=10700910$ (đồng)

Bài 18: Một mảnh đất trong công viên hình chữ nhật có chiều dài $16m$ và chiều rộng bằng nửa chiều dài. Người ta dự định làm một giàn hoa bên trong mảnh đất đó có hình thoi như hình bên, còn lại sẽ trồng hoa hồng. Nếu mỗi mét vuông trồng được 4 cây hoa hồng, hỏi cần bao nhiêu cây hoa hồng để trồng hết phần đất còn lại đó.



Lời giải

Chiều rộng của mảnh đất đó là: $16:2=8\ (m)$

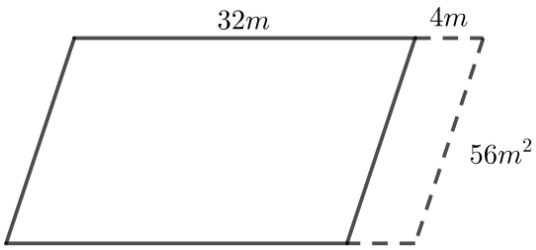
Diện tích của mảnh đất hình chữ nhật đó là: $16.8=128\ (m^2)$

Diện tích phần đất hình thoi làm dàn hoa là: $(16.8):2=64\ (m^2)$

Diên tích phần đất còn lại để trồng hoa hồng là: $128-64=64\ (m^2)$

Số cây hoa hồng cần để trồng hết phần đất còn lại là: $64.4=256$ (cây)

Bài 19: Có một miếng đất hình bình hành cạnh đáy bằng $32m$, người ta mở rộng miếng đất bằng cách tăng độ dài cạnh đáy thêm $4m$ được miếng đất hình bình hành mới. Có diện tích hơn diện tích miếng đất ban đầu là $56m^2$. Hỏi diện tích của miếng đất ban đầu là bao nhiêu?

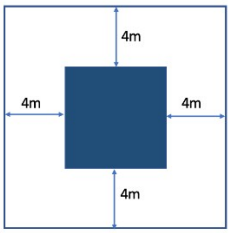


Lời giải

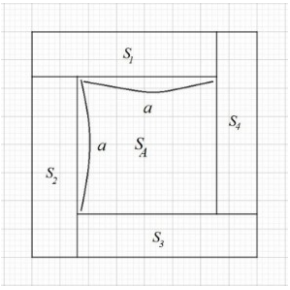
Chiều cao của miếng đất hình bình hành ban đầu là: $56:4=14\ (m)$

Diện tích của miếng đất hình bình hành ban đầu là: $32.14=448\ (m^2)$

Bài 20: Người ta mở rộng một cái ao hình vuông về bốn phía như hình vẽ. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $192m^2$. Tìm diện tích ao cũ.



Lời giải



Vì người ta mở rộng về 4 phía, mỗi phía $4m$ nên diện tích tăng thêm là 4 hình chữ nhật bằng nhau.

Diện tích 1 hình chữ nhật là:

$192:4=48\ (m^2)$

Cạnh cái ao hình vuông ban đầu là:

$48:4=12\ (m)$

Diện tích ao lúc đầu là:

$12.12=144\ (m^2)$

Bài 21.

a) Cho $A=1+2+2^2+2^3+...+2^{119}$. Chứng tỏ rằng A chia hết cho $3;7;31;15$

b) Tìm số dư $B=1+5+5^2+5^3+...+5^{100}$ khi chia cho 6; 31

Lời giải

a) Ta có

$A=1+2+2^2+2^3+...+2^{119}=(1+2)+2^2.(1+2)+...+2^{118}(1+2)=3.(1+2^2+2^4+...+2^{118})$

Vậy A chia hết cho 3.

$A=1+2+2^2+2^3+...+2^{119}=(1+2+2^2)+2^3.(1+2+2^2)+...+2^{117}(1+2+2^2)$
$=7.(1+2^3+...+2^{117})$

Vậy A chia hết cho 7.

$A=1+2+2^2+2^3+...+2^{119}=(1+2+2^2+2^3)+2^4.(1+2+2^2+2^3)+...+2^{116}(1+2+2^2+2^3)$
$=15.(1+2^4+...+2^{116})$

Vậy A chia hết cho 15.

$A=2+2^2+2^3+...+2^{119}$
$=(1+2+2^2+2^3+2^4)+2^5.(1+2+2^2+2^3+2^4)+...+2^{115}(1+2+2^2+2^3+2^4)$

$=31.(1+2^5+...+2^{115})$

Vậy A chia hết cho 31.

b)

$B=1+5+5^2+5^3+...+5^{100}$

$B=(1+5)+5^2(1+5)+5^4(1+5)+...+5^{99}(1+5)$

$B=6(1+5^2+...+5^{99}):6$

Vậy, B chia 6 dư 0

$B=1+5+5^2+5^3+...+5^{100}$

$B=(1+5+5^2)+5^3(1+5+5^2)+5^6(1+5+5^2)+...+5^{98}(1+5+5^2)$

$B=31(1+5^3+...+5^{98}):31$

Vậy, B chia 31 dư 0

Bài 22. Tìm số nguyên tố p sao cho $2p+1$ và $5p+2$ cũng là số nguyên tố.

Xét $p=2$

$2p+1=2.2+1=5$ là số nguyên tố

$5p+2=5.2+2=9$ không là số nguyên tố

nên $p=2$ (loại)

Xét $p=3$

$2p+1=2.3+1=7$ là số nguyên tố

$5p+2=5.3+2=17$ là số nguyên tố

Nên p = 3 (nhận)

Xét $p>3$ thì ta sẽ nhận thêm 2 trường hợp $3k+1$ và $3k+2$ ($k\in N^*$)

Với $p=3k+1$

$2p+1=2(3k+1)+1=6k+3=3(2k+1):3$ (là hợp số) -> $p=3k+1$ (loại)

Với $p=3k+2$

$5p+2=5(3k+2)+2=15k+12=3(5k+4):3$ (là hợp số) -> $p=3k+2$ (loại)

Vậy $p=3$

Bài 23. Với mọi số tự nhiên a, b nếu $5a+3b$ và $13a+8b$ cùng chia hết cho 2021 thì a và b cũng chia hết cho 2021

Lời giải

$13a+8b:2021\Rightarrow 3(13a+8b):2021\Rightarrow 39a+24b:2021$

Do đó $40a+24b-(39a+24b):2021$

$\Rightarrow 40a+24b-39a-24b:2021$

$\Rightarrow a:2021$

Vì $5a+3b:2021\Rightarrow 13(5a+3b):2021\Rightarrow 65a+39b:2021$

$13a+8b:2021\Rightarrow 5(13a+8b):2021\Rightarrow 65a+40b:2021$

Do đó $65a+40b-(65a+39b):2021$

$\Rightarrow 65a+40b-65a-39b:2021$

$\Rightarrow b:2021$

Vậy a và b đều chia hết cho 2021

Câu 24. Cho 79 số nguyên, trong đó tích của 6 số bất kỳ là một số âm. Chứng minh rằng, tích của 79 số đó là một số dương.

Lời giải

Xét 6 số bất kỳ trong 79 số đã cho khi đó chắc chắn có một số âm, gọi là a.
Vì nếu giả sử cả 6 số đó đều dương thì tích của chúng sẽ dương, vô lý.

Giả sử 79 số bài cho là $a_1,a_2,...,a_{78}$ và a.

Tích của 79 số bài cho bằng $a(a_1a_2...a_5)(a_7a_8...a_{12})....(a_{73}a_{74}...a_{78})$ mà a âm và biểu thức gồm 13 ngoặc đều nhận giá trị âm nên tích của 79 số bài cho dương.

Ta có điều phải chứng minh.

Câu 25. Tìm số tự nhiên a, b biết:

a) $a+b=90$ và $(a,b)=15$.

b) $a.b=4320$ và BCNN$(a,b)=360$.

c) ƯCLN$(a,b)=120$ và BCNN$(a,b)=20$. ƯCLN(a,b)

d) ƯCLN(a,b) + BCNN$(a,b)=55$

Lời giải

a) Vì $(a,b)=15$ nên ta có: $a=15x;\ b=15y$ mà $(x,y)=1$.

Khi đó, $a+b=90 \Leftrightarrow 15x+15y=90 \Leftrightarrow x+y=6$.

Ta có: $6=1+5=2+4=3+3$ mà $(x,y)=1$ nên $x=1;y=5$ hoặc $x=5;y=1$.

Từ đó ta có: $a=15;b=75$ hoặc $a=75;b=15$.

Vậy $a=15;b=75$ hoặc $a=75;b=15$.

b) Ta có, ƯCLN(a,b). BCNN$(a,b)=ab \Rightarrow$ ƯCLN$(a,b)=4320:360=12$.

Giả sử, $a=12x;\ b=12y$ mà $(x,y)=1$. Không mất tính tổng quát nếu giả sử $x\le y \Leftrightarrow a\le b$.

Vì BCNN$(a,b)=360$ nên $a\le b\le 360$.

Khi đó, $a.b=4320 \Leftrightarrow 12x.12y=4320 \Leftrightarrow x.y=30$.

Mà $30=1.30=2.15=3.10=5.6$, $(x,y)=1$, $x\le y$ nên ta có bản giá trị sau:

x	1	2	3	5
y	30	15	10	6
a	12	24	36	60
b	360	180	120	720
	Chọn	Chọn	Chọn	Loại

Vậy các giá trị của (a,b) thỏa mãn yêu cầu đề bài là $(12;360),(24;180),(36;120)$ và ngược lại.

c) Theo bài ra ta có, BCNN$(a,b)=20.120=2400 \Rightarrow a.b=(a,b)[a,b]=120.2400=288000$.

Giả sử, $a=120x;\ b=120y$ mà $(x,y)=1$. Không mất tính tổng quát nếu giả sử $x\le y \Leftrightarrow a\le b$.

Khi đó, $a.b=288000 \Leftrightarrow 120x.120y=288000 \Leftrightarrow x.y=20$.

Lại có: $20=1.20=2.10=4.5$, $(x,y)=1$, $x\le y$ nên ta có:

$\begin{cases}x=1\\y=20\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=4\\y=5\end{cases}$. Khi đó ta có, $\begin{cases}x=120\\y=2400\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=48\\y=600\end{cases}$.

Vậy các giá trị của (a,b) thỏa mãn yêu cầu đề bài là $(1;2400),(48;60)$ và ngược lại.

d) Giả sử, $a=dx; b=dy$ mà $(x,y)=1$. Không mất tính tổng quát nếu giả sử $1\le x\le y\Leftrightarrow a\le b$.

Khi đó, ta có ƯCLN$(a,b)=d$ và BCNN $(a,b)=dxy$.

Theo bài ra ta có: $d+dxy=55\Leftrightarrow d(xy+1)=55\Rightarrow xy+1\in U(55)$.

Mà $55=\{1;5;11;55\}$, $xy+1\ge 2\Rightarrow xy+1\in\{5;11;55\}$, $(x,y)=1$

Trường hợp 1 $xy+1=5\Leftrightarrow xy=4$ và $d=11$

Lại có: $4=1.4=2.2$, $(x,y)=1$, $x\le y$ nên $\begin{cases}x=1\\y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=11\\b=44\end{cases}$.

Trường hợp 2 $xy+1=11\Leftrightarrow xy=10$ và $d=5$

Lại có: $10=1.10=2.5$, $(x,y)=1$, $x\le y$ nên $\begin{cases}x=1\\y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=50\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=10\\b=25\end{cases}$.

Trường hợp 3 $xy+1=55\Leftrightarrow xy=54$ và $d=1$

Lại có: $54=1.54=2.27=3.18=6.9$, $(x,y)=1$, $x\le y$

nên $\begin{cases}x=1\\y=54\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=54\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2\\y=27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=27\end{cases}$.

Vậy cặp giá trị (a,b) thỏa mãn yêu cầu đề bài là $(11;44),(5;50),(10;25),(1;54),(2;27)$ và ngược lại.

Câu 26. Chứng minh rằng: $B=3+3^2+3^3+...+3^{99}$ không là số chính phương

Lời giải

B là tổng các lũy thừa của 3, vậy chia hết cho 3

$B=3+3^2+3^3+...+3^{99}$

$B=3+3^2(1+3+3^2+...+3^{97})$

$B=3+9(1+3+3^2+...+3^{97})$

Ta có $9(1+3+3^2+...+3^{97}):9$, 3 không chia hết cho 9.

nên $3+9(1+3+3^2+...+3^{97})$ không chia hết cho 9

Hay B không chia hết cho 9.

B chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9, vậy B không phải là số chính phương

(vì số chính phương chia hết cho 3 thì sẽ chia hết cho 9)

Câu 27. Tìm số nguyên x, y thoản mãn:

$a) 3x(y+1)+y+1=7$ $\quad$ $b) xy-x+3y-3=5$

$c) 2xy+x+y=7$ $\quad$ $d) 3xy-2x+5y=29$

Lời giải

$a) 3x(y+1)+y+1=7$

$(y+1)(3x+1)=7$

Do x, y là các số nguyên nên $y+1; 3x+1$ cũng là các số nguyên

suy ra $y+1; 3x+1 \in U(7)=\{-7;-1;1;7\}$

Ta có bảng sau:

$y+1$	-7	-1	1	7
$3x+1$	-1	-7	7	1
y	-8	-2	0	6
$3x$	-2	-8	6	0
x	Loại	Loại	2	0

Vậy cặp $(x;y)$ thỏa mãn là : $(0;6), (2;0)$

$b) xy-x+3y-3=5$

$x(y-1)+3(y-1)=5$

$(x+3)(y-1)=5$

Do x, y là các số nguyên nên $y-1; x+3$ cũng là các số nguyên

suy ra $y-1; x+3 \in U(5)=\{-5;-1;1;5\}$

Ta có bảng sau:

$y+1$	-5	-1	1	5
$3x+1$	-1	-5	5	1
y	-6	-2	0	4
$3x$	-2	-6	4	0

x	Loại	-2	Loại	0

Vậy cặp $(x;y)$ thỏa mãn là : $(-2;-2),(0;6)$

$c)2xy+x+y=7$

$4xy+2x+2y=14$

$2x(2y+1)+(2y+1)=15$

$(2x+1)(2y+1)=15$

Do x,y là các số nguyên nên $(2x+1);\ 2y+1$ cũng là các số nguyên

suy ra $(2x+1);\ 2y+1 \in Ư(15)=\{-15;-5;-3;-1;1;3;5;15\}$

Ta có bảng sau:

$(2x+1)$	-15	-5	-3	-1	1	3	5	15
$2y+1$	-1	-3	-5	-15	15	5	3	1
$2x$	-16	-6	-4	-2	0	2	4	14
$2y$	-2	-4	-6	-16	14	4	2	0
x	-8	-3	-2	-1	0	1	2	7
y	-1	-2	-3	-8	7	2	1	0

Vậy cặp $(x;y)$ thỏa mãn là : $(-8;-1),(-3;2),(-2;-3),(-1;-8),(0;7).(1;2),(2;1),(7;0)$

$d)3xy-2x+5y=29$

$9xy-6x+15y=87$

$3x(3y-2)+5(3y-2)=77$

$(3x+5)(3y-2)=77$

Do x,y là các số nguyên nên $(3x+5);\ (3y-2)$ cũng là các số nguyên

suy ra $(3x+5);\ (3y-2) \in Ư(77)=\{-77;-11;-7;-1;1;7;11;77\}$

Ta có bảng sau:

$(3x+5)$	-77	-11	-7	-1	1	7	11	77
$(3y-2)$	-1	-7	-11	-77	77	11	7	1
$3x$	-82	-16	-4	-2	0	2	4	14
$3y$		-4	-6	-16	14	4	2	0

x	$\frac{-82}{3}$ Loại	$\frac{-16}{3}$ Loại	$\frac{-4}{3}$ Loại	$\frac{-2}{3}$ Loại		$\frac{2}{3}$ Loại	$\frac{4}{3}$ Loại	$\frac{14}{3}$ Loại
y					$\frac{14}{3}$ Loại			

Vậy không tồn tại x, y nguyên thoản mãn: $3xy - 2x + 5y = 29$

NHÓM TOÁN
TIỂU HỌC - THCS - THPT VIỆT NAM