**LUYỆN TẬP**

**HỆ THỨC VIÉT VÀ ỨNG DỤNG**

**Định lí Viet**: Nếu  là các nghiệm của phương trình  thì:



Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình:

 (Điều kiện để có hai số đó là: ).

**5. Dấu nghiệm số của phương trình bậc hai**  (1)

🞄 (1) có hai nghiệm trái dấu  🞄 (1) có hai nghiệm cùng dấu 

🞄 (1) có hai nghiệm âm phân biệt  🞄 (1) có hai nghiệm dương phân biệt 

**Chú ý:** Giải phương trình bằng cách nhẩm nghiệm:

Nếu  thì phương trình có nghiệm .

Nếu  thì phương trình có nghiệm .

**Dạng 1: Nhẩm nghiệm của PT bậc hai**

**Bài 1.** Không giải phương trình, hãy nhẩm nghiệm các phương trình sau:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

g)  h)  i) 

**Dạng 2: Lập PT bậc hai có hai nghiệm cho trước**

**Bài 2.** Lập các phương trình bậc hai có các nghiệm là các cặp số sau:

a) 3 và 4 b) 5 và –8 c) 3 và 

d)  và  e)  và 

**Dạng 3: Tính giá trị biểu thức theo hai nghiệm**

**Bài 3.** Giả sử  là các nghiệm của phương trình: 

Tính giá trị của các biểu thức:

; ; ; 

**Dạng 4: Tìm m để PT có hai nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước**

🞄 Tìm ĐK để PT có nghiệm: 

🞄 Sử dụng hệ thức Vi – ét tính tổng và tích các nghiệm theo m.

🞄 Thay tổng và tích các nghiệm vào hệ thức ban đầu để tìm m.

**Bài 4:** Cho phương trình x2 – 2mx – 1 = 0 (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x1, x2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm m để .

**Bài 5:**  Cho phương trình:  (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi m = 6.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: .

**Bài 6**: Cho phương trình:  (1)

a) Giải phương trình đã cho khi m = 3.

b) Tìm giá trị của m để PT (1) có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: 

**Bài 7**: Cho phương trình:  (1)

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x1 và x2.

b) Tìm các giá trị của m để: .

**Bài 8**: Cho phương trình:  (1)

a) Giải phương trình đã cho với m = 0.

b) Tìm m để PT (1) có hai nghiệm  thỏa mãn: 

**Bài 9:** Cho phương trình .

1) Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

2) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm  thoả mãn điều kiện .

**Bài 10:** Cho phương trình:  (1)

1) Giải phương trình với m = –3

2) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thoả mãn hệ thức .

3) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Dạng 1: Nhẩm nghiệm của PT bậc hai**

**Bài 1.** Không giải phương trình, hãy nhẩm nghiệm các phương trình sau:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

g)  h)  i) 

*Hướng dẫn:*

a) 

PT đã cho có  nên có hai nghiệm phân biệt .

b) 

PT đã cho có  nên có hai nghiệm phân biệt .

(Làm tương tự cho các phần còn lại)

**Dạng 2: Lập PT bậc hai có hai nghiệm cho trước**

**Bài 2.** Lập các phương trình bậc hai có các nghiệm là các cặp số sau:

a) 3 và 4 b) 5 và –8 c) 3 và 

d)  và  e)  và 

*Hướng dẫn:*

a) Ta có  nên 3 và 4 là hai nghiệm của PT: .

b) Ta có  nên 5 và –8 là hai nghiệm của PT: .

(Làm tương tự cho các phần còn lại)

**Dạng 3: Tính giá trị biểu thức theo hai nghiệm**

**Bài 3.** Giả sử  là các nghiệm của phương trình: 

Tính giá trị của các biểu thức:

; ; ; 

*Hướng dẫn:*

PT đã cho có  nên luôn có hai nghiệm phân biệt .

Theo ĐL Viét ta có: 

Khi đó:

🞄 

🞄 

(Làm tương tự cho các phần còn lại)

**Dạng 4: Tìm m để PT có hai nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước**

**Bài 4:** Cho phương trình x2 – 2mx – 1 = 0 (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x1, x2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm m để .

**GIẢI:**

a) Ta thấy: a = 1; b = – 2m; c = – 1, rõ ràng: a.c = 1.(–1) = –1 < 0

 phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Vì phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt nên theo hệ thức Vi – ét, ta có: 

Khi đó: 

 (2m)2 – 3.(–1) = 7  4m2 = 4  m2 = 1  m =  1.

**Bài 5:**  Cho phương trình: x2 – 5x + m = 0 (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi m = 6.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: .

**GIẢI:**

a) Với m = 6, ta có phương trình: x2 – 5x + 6 = 0

∆ = 25 – 4.6 = 1. Suy ra phương trình có hai nghiệm: x1 = 3; x2 = 2.

b) Ta có: ∆ = 25 – 4m.

Phương trình đã cho có nghiệm   (\*)

Theo hệ thức Vi-ét, ta có x1 + x2 = 5 (1); x1x2 = m (2).

Khi đó:   .

**Bài 6**: Cho phương trình: x2 – 2mx + 4 = 0 (1)

a) Giải phương trình đã cho khi m = 3.

b) Tìm giá trị của m để PT (1) có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: (x1 + 1)2 + (x2 + 1)2 = 2.

**GIẢI:**

a) Với m = 3 ta có phương trình: x2 – 6x + 4 = 0.

Giải ra ta được hai nghiệm: x1 = .

b) Ta có: ∆/ = m2 – 4

Phương trình (1) có nghiệm (\*).

Theo hệ thức Vi – ét ta có: x1 + x2 = 2m và x1x2 = 4.

Suy ra: (x1 + 1)2 + (x2 + 1)2 = 2

x12 + 2x1 + x22 + 2x2 = 0(x1 + x2)2 – 2x1x2 + 2(x1 + x2) = 0 4m2 – 8 + 4m = 0

m2 + m – 2 = 0 .

Đối chiếu với điều kiện (\*) ta thấy chỉ có giá trị m2 = – 2 thỏa mãn.

Vậy m = – 2 là giá trị cần tìm.

**Bài 7**: Cho phương trình: x2 – 2mx – 1 = 0 (1)

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x1 và x2.

b) Tìm các giá trị của m để: x12 + x22 – x1x2 = 7.

**GIẢI:**

a) Ta có ∆/ = m2 + 1 > 0, ∀m ∈ R. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lí Vi – ét thì: x1 + x2 = 2m và x1.x2 = – 1.

Ta có: x12 + x22 – x1x2 = 7(x1 + x2)2 – 3x1.x2 = 7 4m2 + 3 = 7m2 = 1 m = ± 1.

**Bài 8**: Cho phương trình: x2 – x + 1 + m = 0 (1)

a) Giải phương trình đã cho với m = 0.

b) Tìm m để PT (1) có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: x1x2(x1x2 – 2) = 3(x1 + x2).

**GIẢI:**

a) Với m = 0 ta có phương trình x2 – x + 1 = 0.

Vì ∆ = – 3 < 0 nên phương trình trên vô nghiệm.

b) Ta có: ∆ = 1 – 4(1 + m) = –3 – 4m.

Phương trình có nghiệm  ∆0 – 3 – 4m0 4m  (\*).

Theo hệ thức Vi – ét ta có: x1 + x2 = 1 và x1.x2 = 1 + m

Thay vào đẳng thức: x1x2(x1x2 – 2) = 3(x1 + x2), ta được:

(1 + m)(1 + m – 2) = 3m2 = 4 m = ± 2.

Đối chiếu với điều kiện (\*) suy ra chỉ có m = –2 thỏa mãn.

**Bài 9:** Cho phương trình x2 – 6x + m = 0.

1) Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

2) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x1, x2 thoả mãn điều kiện x1 – x2 = 4.

**GIẢI:**

1) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi: m < 0

2) Phương trình có 2 nghiệm x1, x2  

Theo hệ thứcViét ta có 

Theo yêu cầu của bài ra x1 – x2 = 4 (3)

Từ (1) và (3)  x1 = 5, thay vào (1)  x2 = 1

Suy ra m = x1.x2 = 5 (thoả mãn)

Vậy m = 5 là giá trị cần tìm.

**Bài 10:** Cho phương trình: x2 – 2 (m – 1)x – m – 3 = 0 (1)

1) Giải phương trình với m = –3

2) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thoả mãn hệ thức  = 10.

3) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

**GIẢI:**

1) Với m = – 3 ta có phương trình: x2 + 8x = 0  x(x + 8) = 0 

2) Phương trình (1) có 2 nghiệm khi:

∆’  (m – 1)2 + (m + 3) ≥ 0 m2 – 2m + 1 + m + 3 ≥ 0

m2 – m + 4 > 0   đúng 

Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt m

Theo hệ thức Vi ét ta có: 

Ta có  = 10  (x1 + x2)2 – 2x1x2 = 10 4 (m – 1)2 + 2 (m + 3) = 10

 4m2 – 6m + 10 = 10

3) Từ (2) ta có m = –x1x2 – 3 thế vào (1) ta có:

x1 + x2 = 2 (– x1x2 – 3 – 1) = – 2x1x2 – 8

 x1 + x2 + 2x1x2 + 8 = 0

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc m.