

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**NHÓM DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH**

Câu 1. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$

D. $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$

Lời giải

Chọn C

Câu 2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b x^\alpha dx = b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}$

B. $\int_a^b x^\alpha dx = \alpha(b^{\alpha-1} - a^{\alpha-1})$

C. $\int_a^b x^\alpha dx = \frac{b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}}{\alpha+1} (\alpha \neq -1)$

D. $\int_a^b x^\alpha dx = \frac{b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}}{\alpha} (\alpha \neq 0)$

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b \sin x dx = \sin a - \sin b$

B. $\int_a^b \sin x dx = \sin b - \sin a$

C. $\int_a^b \sin x dx = \cos a - \cos b$

D. $\int_a^b \sin x \, dx = \cos b - \cos a$

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Phát biểu nào sau đây là đúng? Biết $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ liên tục trên $[a; b]$.

A. $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = \cot a - \cot b$

B. $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = \cot b - \cot a$

C. $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = \tan a - \tan b$

D. $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = \tan b - \tan a$

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b e^x \, dx = e^{b+1} - e^{a+1}$

B. $\int_a^b e^x \, dx = e^{a+1} - e^{b+1}$

C. $\int_a^b e^x \, dx = e^b - e^a$

D. $\int_a^b e^x \, dx = e^a - e^b$

Lời giải

Chọn C

Câu 6. Tích phân $\int_a^b \frac{1}{x} \, dx$ bằng:

A. $\ln b - \ln a$

B. $|\ln b| - |\ln a|$

C. $\ln |b| - \ln |a|$

D. $\ln |a| - \ln |b|$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 7.** Biết $F(x) = e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^1 [3 + f(x)] dx$ bằng:
- A. $2 + e$. B. $3 + e$. C. 3. D. $3x + e^x$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 8.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b \cos x dx = \sin a - \sin b$.

B. $\int_a^b \cos x dx = \sin b - \sin a$.

C. $\int_a^b \cos x dx = \cos a - \cos b$.

D. $\int_a^b \cos x dx = \cos b - \cos a$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 9.** Phát biểu nào sau đây là đúng? Biết $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ liên tục trên $[a; b]$.

A. $\int_a^b \frac{1}{\cos^2 x} dx = \cot a - \cot b$.

B. $\int_a^b \frac{1}{\cos^2 x} dx = \cot b - \cot a$.

C. $\int_a^b \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan a - \tan b$.

D. $\int_a^b \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan b - \tan a$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 10.** Cho m thoả mãn $m > 0, m \neq 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b m^x dx = m^b - m^a$.

B. $\int_a^b m^x dx = m^a - m^b$.

C. $\int_a^b m^x dx = \frac{m^b}{\ln m} - \frac{m^a}{\ln m}$.

D. $\int m dx = \frac{m^a}{\ln m} - \frac{m^b}{\ln m}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Tích phân $\int_1^2 \frac{3}{x^3} dx$ có giá trị bằng:

A. $\frac{9}{8}$.

B. $-\frac{45}{64}$.

C. $\frac{15}{8}$.

D. $-\frac{9}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Tích phân $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$ có giá trị bằng:

A. $2 - \sqrt{2}$.

B. $2 + \sqrt{2}$.

C. $\frac{-\sqrt{2} + 8}{20}$.

D. $\frac{-\sqrt{2} - 8}{20}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng:

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Câu 14. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng:

A. -3 .

B. -1 .

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

- Câu 15.** Cho $\int_2^3 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng:
- A. 4. B. 2. C. - 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

- Câu 16.** Cho hàm số $f(x) = 4\sqrt[3]{x}$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx - \int_8^3 f(x)dx$ bằng
- A. 45. B. 80. C. 15. D. $18\sqrt[3]{3} - 51$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 17.** Cho hàm số $f(x) = 3x - 1$. Biết rằng a là số thoả mãn $\int_0^1 f^2(x)dx = a \left[\int_0^1 f(x)dx \right]^2$. Giá trị của a là
- A. 2. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 18.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và thoả mãn $\int_1^3 [3x^2 - 2f'(x)]dx = 4; f(1) = -2$.

Giá trị $f(3)$ là

- A. 9. B. 11. C. - 13. D. 19.

Lời giải

Chọn A

- Câu 19.** (Mã 101-2021-Lần 2) Cho f là hàm số liên tục trên $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên $[1; 2]$ thoả $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng.
- A. 6. B. 2. C. - 6. D. - 2.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa tích phân ta có: $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = 6$.

- Câu 20.** (Mã 102-2021-Lần 2) Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 3$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
- A. -5 . B. 1 . C. -1 . **D. 5 .**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = 3 - (-2) = 5$.

- Câu 21.** Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng
- A. $\frac{15}{3}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. **D. $\frac{15}{4}$.**

Lời giải

Chọn D

$\int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{15}{4}$.

- Câu 22.** (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx$.
- A.** $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. **D. $I = -\frac{1}{2}$.**

Lời giải

$I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big|_{-1}^0 = 0 - 0 = 0$.

- Câu 23.** Tích phân $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$ bằng
- A. 2 . B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. **D. 1 .**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} \Big|_1^4 = 1$.

- Câu 24.** Tích phân $\int_0^1 (3x+1)(x+3) dx$ bằng

A. 12.

B. 9.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Ta có:
$$\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx = \int_0^1 (3x^2 + 10x + 3)dx = (x^3 + 5x^2 + 3x) \Big|_0^1 = 9$$

Vậy:
$$\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx = 9$$

Câu 25. Tích phân $\int_0^1 x(1+x)dx$ bằng

A. $\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^1$ B. $(1+2x) \Big|_0^1$ C. $\left(x^2 + \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^1$ D. $\int_0^1 (x^2 + x^3)dx$

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$\int_0^1 x(1+x)dx = \int_0^1 (x^2 + x)dx = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^1$$

Câu 26. $\int_1^2 3\sqrt{x}dx$ bằng

A. $4\sqrt{2} - 2$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $4\sqrt{2} - 1$ D. $2\sqrt{2} - 2$

Lời giải

Ta có
$$\int_1^2 3\sqrt{x}dx = 3 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^2 = 4\sqrt{2} - 1$$

Câu 27. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ -2019) Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$

Lời giải

Chọn B

+ Tính được
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

Câu 28. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1)dx$

A. $I = 5$ B. $I = 6$ C. $I = 2$ D. $I = 4$

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_0^2 (2x+1)dx = (x^2 + x) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$$

Ta có

- Câu 29.** Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx$ bằng
- A.** $b^3 - b^2a - b$. **B.** $b^3 + b^2a + b$. **C.** $b^3 - ba^2 - b$. **D.** $3b^2 - 2ab - 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx = (x^3 - ax^2 - x) \Big|_0^b = b^3 - ab^2 - b$$

- Câu 30.** Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

- A.** $I = 1 - \ln 2$. **B.** $I = \frac{7}{4}$. **C.** $I = 1 + \ln 2$. **D.** $I = 2 \ln 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x} \right) dx = (x - \ln|x|) \Big|_1^2 = (2 - \ln 2) - (1 - \ln 1) = 1 - \ln 2$$

- Câu 31.** (Mã 101-2023) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6$, $F(4)=12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)dx$ bằng
- A.** 2 . **B.** 6 . **C.** 18 . **D.** -6 .

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_2^4 f(x)dx = F(x) \Big|_2^4 = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$$

- Câu 32.** Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ bằng

- A.** 1 . **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - 0 = 1$.

- Câu 33.** Tích phân $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2 \right) dx$ bằng:
- A. $\ln 2 - 1$. B. $\ln 2 + 1$. C. $\ln 2 + 3$. **D. $\ln 2 + 2$.**

Lời giải

Chọn D

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2 \right) dx = \left(\ln|x| + 2x \right) \Big|_1^2 = \ln 2 + 4 - \ln 1 - 2 = \ln 2 + 2$$

- Câu 34.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[-3; 5]$, biết $f(-3) = 1$ và $f(5) = 9$. Tính $I = \int_{-3}^5 4f'(x) dx$.
- A.** $I = 32$. **B.** $I = 44$. **C.** $I = 40$. **D.** $I = 36$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_{-3}^5 4f'(x) dx = 4 \int_{-3}^5 f'(x) dx = 4 \cdot f(x) \Big|_{-3}^5 = 4[f(5) - f(-3)] = 4(9 - 1) = 32$$

- Câu 35.** Tích phân $\int_a^b 3^x dx$ bằng
- A. $\frac{4^b - 4^a}{4}$ B. $\frac{3^b - 3^a}{\ln 3}$ C. $\frac{3^a - 3^b}{\ln 3}$ **D. $\frac{3^{b+1} - 3^{a+1}}{x+1}$.**

Lời giải

Ta có: $\int_a^b 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_a^b = \frac{3^b - 3^a}{\ln 3}$

Chọn B

- Câu 36.** Tích phân $\int_{\frac{\pi}{7}}^{\frac{\pi}{5}} \sin x dx$ có giá trị bằng:
- A. $\sin \frac{\pi}{5} - \sin \frac{\pi}{7}$ B. $\sin \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{5}$ C. $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{7}$ **D. $\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{5}$.**

Lời giải

Chọn D.

- Câu 37.** Tích phân $\int_0^1 e^x dx$ bằng
- A. e . B. $e - 1$. C. $\frac{e - 1}{2}$. **D. $e^2 - 1$.**

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1$

Câu 38. Tích phân $\int_0^3 x^{2027} dx$ bằng

A. $\frac{3^{2028}}{\ln 3}$

B. $\frac{3^{2028} - 1}{2028}$

C. $\frac{3^{2027}}{\ln 3}$

D. $\frac{3^{2028}}{2028}$

Lời giải

Ta có: $\int_0^3 x^{2027} dx = \frac{x^{2028}}{2028} \Big|_0^3 = \frac{3^{2028}}{2028}$

Chọn D

Câu 39. Tích phân $\int_0^1 \frac{3^x}{2} dx$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{1}{\ln 3}$

B. $\frac{1}{\ln 3}$

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Câu 40. Tính tích phân $I = \int_0^{2016} 7^x dx$

A. $I = \frac{7^{2017}}{2017} - 7$

B. $I = (7^{2016} - 1) \ln 7$

C. $I = \frac{7^{2016} - 1}{\ln 7}$

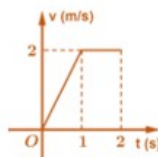
D. $I = 2016 \cdot 7^{2015}$

Lời giải

Ta có $I = \int_0^{2016} 7^x dx = \frac{1}{\ln 7} 7^x \Big|_0^{2016} = \frac{7^{2016} - 1}{\ln 7}$

Chọn C

Câu 41. Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị ở hình bên. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong hai giây đầu tiên.



A. 2(m)

B. 3(m)

C. 4(m)

D. 5(m)

Lời giải

Quãng đường vật đi được là: $S = \int_0^2 |v(t)| dt = \frac{2+1}{2} \cdot 2 = 3(m)$

Chọn B

- Câu 42.** Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng
- A. 61. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{61}{9}$. D. 4.
- Lời giải**

Chọn B

$$\int_1^2 (x+3)^2 dx = \frac{(x+3)^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{61}{3}$$

- Câu 43.** Giá trị của $\int_0^1 (2019x^{2018} - 1) dx$ bằng
- A. 0. B. $2^{2017} + 1$. C. $2^{2017} - 1$. D. 1.
- Lời giải**

Chọn A

Ta có: $\int_0^1 (2019x^{2018} - 1) dx = (x^{2019} - x) \Big|_0^1 = 0$

- Câu 44.** $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.
- A. $S = 6$. B. $S = 7$. C. $S = 5$. D. $S = 8$.
- Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x} \right) dx = (x + 2 \ln x) \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3 = a + b \ln c$
 $\Rightarrow a = 2; b = 2; c = 3 \Rightarrow a + b + c = 7$

- Câu 45.** Giá trị của $\int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$ bằng
- A. 12. B. 6. C. $\frac{20}{3}$. D. $\frac{28}{3}$.
- Lời giải**

Chọn D

$$\int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \left(\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + 2x^{\frac{1}{2}} \right) \Big|_1^4 = \left(\frac{16}{3} + 4 \right) - \left(\frac{2}{3} + 2 \right) = \frac{28}{3}$$

- Câu 46.** Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(2 \sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ bằng
- A. $2\sqrt{3} - 1$. B. $2\sqrt{3}$. C. $2 + \sqrt{3}$. D. $1 + \sqrt{3}$.
- Lời giải**

Chọn D

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(2 \sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = (-2 \cos x + \tan x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = (-1 + \sqrt{3}) - (-2 + 0) = 1 + \sqrt{3}.$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cot^2 x dx$$

Câu 47. Giá trị của $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cot^2 x dx$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cot^2 x dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) dx = (-\cot x - x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{3} \right) - \left(-\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6}.$$

Câu 48. Biết rằng $\int_0^1 \frac{2e^{2x} + 3}{e^x} dx = \frac{m \cdot e^2 + n \cdot e + p}{e}$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$). Khi đó $m + 2n - p$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 1.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 \frac{2e^{2x} + 3}{e^x} dx = \int_0^1 \left[2e^x + 3 \left(\frac{1}{e} \right)^x \right] dx = \left[2e^x + 3 \left(\frac{1}{e} \right)^x \cdot \frac{1}{\ln \frac{1}{e}} \right] \Big|_0^1 = 2e - \frac{3}{e} + 1 = \frac{2e^2 + e - 3}{e}.$$

Do đó $m = 2, n = 1, p = -3$. Vậy $m + 2n - p = 7$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 8x - 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Khi đó giá trị của $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng

A. 0.

B. 24.

C. -12.

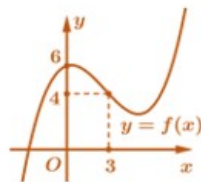
D. -6.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 f(x) dx &= \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_{-2}^1 (3x^2 + 2) dx + \int_1^2 (8x - 3) dx \\ &= (x^3 + 2x) \Big|_{-2}^1 + (4x^2 - 3x) \Big|_1^2 = [3 - (-12)] + (10 - 1) = 24. \end{aligned}$$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, tính $I = \int_0^3 f'(x) dx$



A. $I = 1$

B. $I = -2$

C. $I = 2$

D. $I = 3$

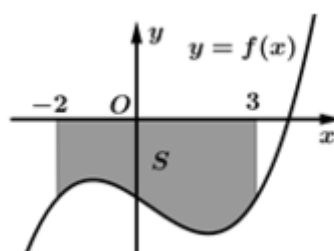
Lời giải

$$I = \int_0^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^3 = f(3) - f(0) = 4 - 6 = -2$$

Ta có:

Chọn B

Câu 51. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ và diện tích phần tô đậm $S = 11$ và $F(-2) = 2$. Tính $F(3)$.



A. $F(3) = 13$

B. $F(3) = 9$

C. $F(3) = -13$

D. $F(3) = -9$

Lời giải

Chọn D

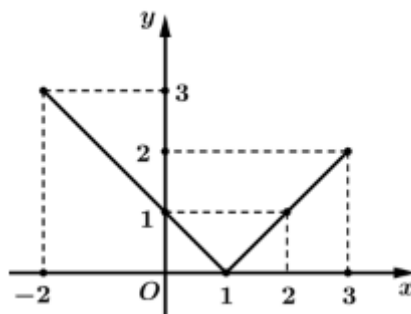
$$S = - \int_{-2}^3 f(x) dx = - F(x) \Big|_{-2}^3 = - F(3) + F(-2) = 11 \Leftrightarrow 2 - F(3) = 11 \Leftrightarrow F(3) = -9$$

Ta có:

Câu 52. Đường gấp khúc trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tích phân

$$\int_{-2}^3 f(x) dx$$

bằng



A. $\frac{13}{2}$

B. $\frac{17}{2}$

C. $\frac{15}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

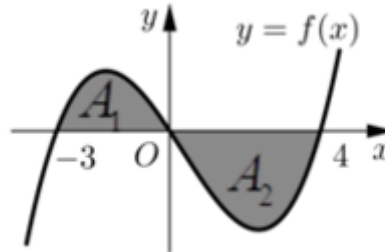
Lời giải

Chọn A

Trên đoạn $[-2; 1]$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = -x + 1$; trên đoạn $[1; 3]$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = x - 1$.

$$\text{Do đó } \int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^1 (-x + 1) dx + \int_1^3 (x - 1) dx = \left(-\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-2}^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 = \frac{13}{2}.$$

Câu 53. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình bên. Gọi $A_1; A_2$ là các số dương biểu diễn cho diện tích của các phần tô đậm phía trên và phía dưới Ox .



Khi đó $\int_{-3}^4 f(x) dx$ bằng

A. $A_1 - A_2$.

B. $A_1 + A_2$.

C. $A_2 - A_1$.

D. $2A_1 - A_2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_{-3}^4 f(x) dx = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx = A_1 - A_2$.

Câu 54. (Đề minh họa 2022) Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 g(x) dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx$ bằng:

A. 5. B. -5. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(x) dx = 3 - 2 = 1.$$

Câu 55. (Đề minh họa 2022) Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

A. 20. B. 10. C. 18. D. 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (9 - 1) = 10$.

Câu 56. (Mã 101-2022) Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:
$$\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 2 dx = 2 + 4 = 6$$

Câu 57. (Mã 101-2022) Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x) dx$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có:
$$\int_5^{-1} f(x) dx = - \int_{-1}^5 f(x) dx = -(-3) = 3$$

Câu 58. (Mã 103 - 2022) Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

A. -7.

B. -3.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 - 5 = -3$$

Câu 59. (Mã 111-2021-Lần 2) Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [2x - f(x)] dx$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có
$$\int_0^2 [2x - f(x)] dx = \int_0^2 2x dx - \int_0^2 f(x) dx = x^2 \Big|_0^2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

Câu 60. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -3.

B. -1.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1$$

- Câu 61.** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Biết $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$ bằng?
 A. 6. B. 1. C. 5. D. - 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^2 f(x)dx - \int_1^2 g(x)dx = 3 - 2 = 1$

- Câu 62.** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 4$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng
A. 3. B. 2. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 2xdx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 4 - 1 = 3$$

- Câu 63.** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
 A. 1. B. 5. C. - 1. D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 [f(x) + g(x)]dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_1^2 g(x)dx = 2 + 3 = 5$

- Câu 64.** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 5$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng
 A. 7. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 2xdx = 5$$

$$\int_0^1 f(x)dx + x^2 \Big|_0^1 = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + 1 = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 4$$

- Câu 65.** (Mã 103 - 2019) Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$ bằng
 A. 8. B. - 4. C. 4. D. - 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = 2 - 6 = -4$

Câu 66. (THPT Ba Đình 2019) Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b là các số bất kỳ thuộc K ?

- A. $\int_a^b [f(x) + 2g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + 2 \int_a^b g(x) dx$
- B. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}$
- C. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$
- D. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$

Lời giải

Theo tính chất tích phân ta có

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx; \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \text{ với } k \in \mathbb{R}.$$

Câu 67. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

A. $I = 5$. B. $I = -3$. C. $I = 3$. D. $I = -5$.

Lời giải

Ta có: $\int_{-2}^4 f(t) dt = \int_{-2}^4 f(x) dx$, $\int_2^4 f(y) dy = \int_2^4 f(x) dx$

Khi đó: $\int_{-2}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = \int_{-2}^4 f(x) dx$

$$\Rightarrow \int_2^4 f(x) dx = \int_{-2}^4 f(x) dx - \int_{-2}^2 f(x) dx = -4 - 1 = -5$$

Vậy $\int_2^4 f(y) dy = -5$

Câu 68. (THPT Hàm Rồng Thanh Hóa 2019) Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$.

Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$

- A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.

Lời giải

$$I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx - \int_{-2}^5 4g(x) dx - \int_{-2}^5 1 dx = \int_{-2}^5 f(x) dx - 4 \int_{-2}^5 g(x) dx - \int_{-2}^5 1 dx$$

$$= \int_{-2}^5 f(x) dx + 4 \int_5^{-2} g(x) dx - \int_{-2}^5 1 dx = 8 + 4.3 - x \Big|_{-2}^5 = 8 + 4.3 - 7 = 13.$$

Câu 69. (Sở Bình Phước 2019) Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$, khi đó $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{17}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)] dx = \int_{-1}^2 x dx + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx + 3 \int_{-1}^2 g(x) dx = \frac{3}{2} + 4 - 3 = \frac{5}{2}$

Câu 70. (Sở Phú Thọ 2019) Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 g(x) dx = -1$, thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng:

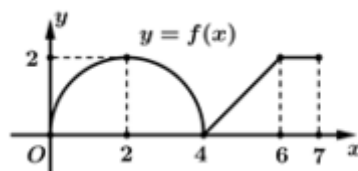
A. 12. B. 0. C. 8. D. 10

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx = \int_0^2 f(x) dx - 5 \int_0^2 g(x) dx + \int_0^2 x dx = 3 + 5 + 2 = 10$$

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[0; 6]$ như hình vẽ (một phần là nửa đường tròn, một phần là đường gấp khúc). Tích phân $\int_0^7 f(x) dx$ bằng



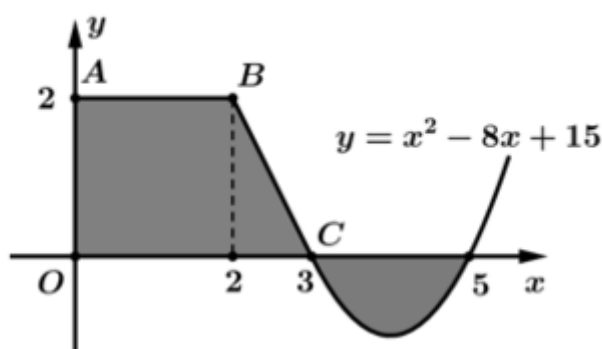
- A. $2\pi + 4$. B. $\pi + 4$. C. $2\pi^2 + 4$. D. $\pi^2 + 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^7 f(x) dx = \int_0^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx + \int_6^7 f(x) dx = \frac{1}{2} \pi \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 2\pi + 4$$

Câu 72. Hình vẽ bên (bao gồm đường gấp khúc ABC và một nhánh của Parabol (P) có phương trình $y = x^2 - 8x + 15$) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.



Tích phân $\int_0^5 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{19}{3}$.

B. 7.

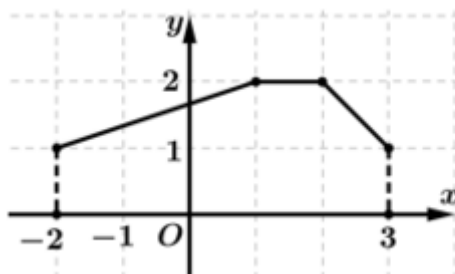
C. $\frac{11}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

$$\int_0^5 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = S_{OABC} + \int_3^5 (x^2 - 8x + 15) dx = \frac{2+3}{2} \cdot 2 - \frac{4}{3} = \frac{11}{3} \text{ . Chọn C}$$

Câu 73. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ cho bởi hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $H = f(3) - f(-2)$ là



A. $H = 15$.

B. $H = 10$.

C. $H = 16$.

D. $H = 8$.

Lời giải

$$H = f(3) - f(-2) = \int_{-2}^3 f'(x) dx = 5 \cdot 1 + \frac{1+5}{2} \cdot 1 = 8.$$

Chọn D

Câu 74. Tích phân $\int_0^2 |2x - 1| dx$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{17}{4}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^2 |2x - 1| dx = \int_0^{\frac{1}{2}} |2x - 1| dx + \int_{\frac{1}{2}}^2 |2x - 1| dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (1 - 2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^2 (2x - 1) dx = \left(x - x^2\right)\Big|_0^{\frac{1}{2}} + \left(x^2 - x\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{5}{2}$$

Câu 75. Tích phân $\int_{-2}^3 |x - 1| dx$ bằng

- A. 2. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{13}{4}$. D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\int_{-2}^3 |x - 1| dx = \int_{-2}^1 |x - 1| dx + \int_1^3 |x - 1| dx = \int_{-2}^1 (1 - x) dx + \int_1^3 (x - 1) dx = \left(x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_1^3 = \frac{13}{2}.$$

Câu 76. Tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 |\sin x| dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (-\sin x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$$

$$= -(-\cos x)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 + (-\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -[-1 - 0] + [0 - (-1)] = 2$$

Câu 77. Tích phân $\int_0^4 |x^2 - 4| dx$ bằng

- A. 16. B. 9. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^4 |x^2 - 4| dx = \int_0^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^4 |x^2 - 4| dx = \int_0^2 (4 - x^2) dx + \int_2^4 (x^2 - 4) dx$$

$$= \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x\right)\Big|_2^4 = \left(\frac{16}{3} - 0\right) + \left[\frac{16}{3} - \left(-\frac{16}{3}\right)\right] = 16$$

Câu 78. Tích phân $\int_{-2}^1 |2x + 2| dx$ bằng

A. 12.

B. 9.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

$$\int_{-2}^1 |2x+2| dx = \int_{-2}^{-1} |2x+2| dx + \int_{-1}^1 |2x+2| dx = \int_{-2}^{-1} -(2x+2) dx + \int_{-1}^1 (2x+2) dx$$

$$= -\left(x^2 + 2x\right)\Big|_{-2}^{-1} + \left(x^2 + 2x\right)\Big|_{-1}^1 = -[(-1) - 0] + [3 - (-1)] = 5$$

Câu 79. Tích phân $\int_0^3 |3-x| dx$ bằng

A. 2.

B. $\frac{9}{2}$.C. $\frac{1}{4}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\int_0^3 |3-x| dx = \int_0^3 (-x+3) dx = \left(-\frac{1}{2}x^2 + 3x\right)\Big|_0^3 = \frac{9}{2}$$

Câu 80. Cho $0 < a < 1 < b$. Tích phân $I = \int_a^b |x^2 - x| dx$ bằng

A. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx + \int_1^b (x^2 - x) dx$

B. $\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx$

C. $\int_a^1 (x^2 - x) dx + \int_1^b (x^2 - x) dx$

D. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx$

Lời giải

$$I = \int_a^1 |x^2 - x| dx + \int_1^b |x^2 - x| dx = -\int_a^1 (x^2 - x) dx + \int_1^b (x^2 - x) dx$$

. Chọn A.

Câu 81. Giá trị trung bình của hàm $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ được tính theo công thức $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

Khi đó, giá trị trung bình của hàm $f(x) = x^2 + 2x$ trên đoạn $[0; 3]$ là

A. $\frac{8}{3}$.

B. 18.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Câu 82. Một đất nước tiêu thụ dầu theo tốc độ xác định bởi $r(t) = 20 \cdot e^{0,2t}$ tỉ thùng mỗi năm, trong đó t là thời gian tính theo năm, $0 \leq t \leq 10$. Trong khoảng 10 năm kể trên, nước đó đã tiêu thụ lượng dầu là

- A. $r(10)$. B. $r(10) - r(0)$. C. $\int_0^{10} r'(t)dt$. D. $\int_0^{10} r(t)dt$.

Lời giải

Chọn D

NHÓM DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ GIỎI

- Câu 83.** Giá trị của $\int_1^4 (|x-2| + |x-3|)dx$ bằng
- A. 3 . B. 6 . C. 5 . D. 7 .

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \int_1^4 (|x-2| + |x-3|)dx &= \int_1^2 (5-2x)dx + \int_2^3 dx + \int_3^4 (2x-5)dx = (5x - x^2) \Big|_1^2 + x \Big|_2^3 + (x^2 - 5x) \Big|_3^4 \\ &= (6-4) + (3-2) + (-4+6) = 5. \end{aligned}$$

- Câu 84.** (Chu Văn An -Thái Nguyên - 2018) Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx$.
- A. $\frac{1}{\ln 2}$. B. $\ln 2$. C. $2 \ln 2$. D. $\frac{2}{\ln 2}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx \\ \text{ta có } 2^x - 2^{-x} &= 0 \Rightarrow x = 0 \\ \Rightarrow I &= \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \int_{-1}^0 |2^x - 2^{-x}| dx + \int_0^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \left| \int_{-1}^0 (2^x - 2^{-x}) dx \right| + \left| \int_0^1 (2^x - 2^{-x}) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{2^x + 2^{-x}}{\ln 2} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{2^x + 2^{-x}}{\ln 2} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{1}{\ln 2} \end{aligned}$$

- Câu 85.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)=4$ và $f'(x)=x+e^x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng
- A. $\frac{6e+13}{6}$. B. $\frac{6e+25}{6}$. C. $\frac{6e+25}{3}$. D. $\frac{6e+19}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f'(x)dx = \int (e^x + x)dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

Nếu: $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ và $f(0) = 4$ thì: $1 + C = 4 \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy: $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x^2 + 3$.

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(e^x + \frac{1}{2}x^2 + 3 \right) dx = \left(e^x + \frac{1}{6}x^3 + 3x \right) \Big|_0^1 = e + \frac{13}{6} = \frac{6e+13}{6}$$

- Câu 86.** Cho tích phân $\int_0^e (3x^2 - 2x) dx = me^3 + ne^2$ với $m, n \in \mathbf{Z}$, khi đó $|m - n|$ bằng bao nhiêu?
A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^e (3x^2 - 2x) dx = e^3 - e^2$

Suy ra $m = 1, n = -1$

Vậy $|m - n| = 2$.

- Câu 87.** Có bao nhiêu số thực a để $\int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = 0$?
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

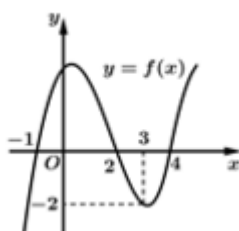
Chọn A

Ta có:

$$\int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = (ax^4 - a^2x^3 + x^2 + x) \Big|_0^1 = -a^2 + a + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai số thực a thỏa mãn.

- Câu 88.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 [x + f'(x)] dx$.



- A.** $I = 4$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 1$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta thấy $y = f(x)$ là hàm số bậc ba.

Giả sử $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $(-1; 0), (3; -2), (2; 0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = -2 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1. \Rightarrow f'(x) = -x + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I = \int_{-1}^3 [x + f'(x)] dx = \int_{-1}^3 \left[x - x + \frac{1}{2} \right] dx = \int_{-1}^3 \frac{1}{2} dx = 2.$$

- Câu 89.** Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_1^1 f(x) dx$ bằng:
- A.** $\frac{a}{6} - 1$. **B.** $\frac{2a}{3} + 1$. **C.** $\frac{a}{6} + 1$. **D.** $\frac{2a}{3} - 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta thấy, } \int_1^1 f(x) dx = \int_1^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = \int_1^0 2x dx + \int_0^1 a(x - x^2) dx$$

$$= (x^2) \Big|_{-1}^0 + a \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = -1 + a \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{a}{6} - 1$$

- Câu 90.** (Thi thử Lâmônôxốp - Hà Nội 2019) Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

- A.** 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx = (2x^2 - 2m^2 x) \Big|_0^1 = -2m^2 + 2$$

Theo định nghĩa tích phân ta có

$$\text{Khi đó } I + 6 > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 91. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - TPHCM - 2018) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh, thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. $0,2 \text{ m}$. B. 2 m . C. 10 m . D. 20 m .

Lời giải

Thời gian ô tô chuyển động từ lúc đạp phanh cho đến khi dừng hẳn: $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Quãng đường mà ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là: $S = \int_0^2 (-5t + 10) dt$

$$= \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = -10 + 20 = 10 \text{ (m)}$$

Câu 92. (THPT KINH MÔN - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018) Một chất điểm chuyển động thẳng trên trục Ox với vận tốc cho bởi công thức $v(t) = 3t^2 + 6t \text{ (m/s)}$ (t là thời gian). Biết rằng tại thời điểm bắt đầu của chuyển động, chất điểm đang ở vị trí có tọa độ $x = 2$. Tìm tọa độ của chất điểm sau 1 giây chuyển động.

- A. $x = 9$. B. $x = 11$. C. $x = 4$. D. $x = 6$.

Lời giải

Quãng đường mà vật đi được sau 1 giây là

$$S = \int_0^1 v(t) dt = \int_0^1 (3t^2 + 6t) dt = (t^3 + 3t^2) \Big|_0^1 = 4 \text{ (m)}$$

Vậy tọa độ của chất điểm sau 1 giây chuyển động là $x = 6$.

Câu 93. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - NB - LẦN 1 - 2018) Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

- A. $70,25 \text{ m}$. B. $68,25 \text{ m}$. C. $67,25 \text{ m}$. D. $69,75 \text{ m}$.

Lời giải

$$a(t) = t^2 + 4t \Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C \quad (C \in \mathbb{R})$$

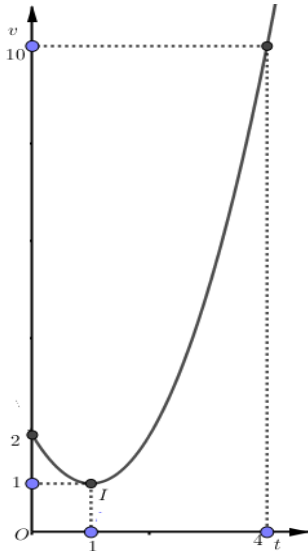
$$v(0) = C = 15 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15$$

Mà

$$S = \int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75 \text{ m}$$

Vậy

Câu 94. (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 1 - 2018) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.



- A. $s = 6$ (km). B. $s = 8$ (km). C. $s = \frac{40}{3}$ (km). D. $s = \frac{46}{3}$ (km).

Lời giải

Hàm biểu diễn vận tốc có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$. Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} c = 2 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow v(t) = t^2 - 2t + 2$$

Với $t = 4 \Rightarrow v(4) = 10$ (thỏa mãn).

$$s = \int_0^4 (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{40}{3} \text{ (km)}$$

Từ đó

Câu 95. Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

- A. 18m. B. 36m. C. 22,5m. D. 6,75m.

Lời giải

$$a(t) = 6 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow v(t) = \int (6 - 2t) dt = 6t - t^2 + C$$

Xe dừng và bắt đầu chuyển động nên khi $t=0$ thì $v=0 \Rightarrow C=0 \Rightarrow v(t)=6t-t^2$.

$v(t)=6t-t^2$ là hàm số bậc 2 nên đạt GTLN khi $t=-\frac{b}{2a}=3(s)$

$$S = \int_0^3 (6t - t^2) dt = 18m$$

Quãng đường xe đi trong 3 giây đầu là:

Câu 96. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=6t \text{ m/s}^2$. Vận tốc của vật tại thời điểm $t=2$ giây là 17 m/s . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=4$ giây đến thời điểm $t=10$ giây là.

A. 966 m.

B. 36 m.

C. 1200 m.

D. 1014 m.

Lời giải

Chọn A

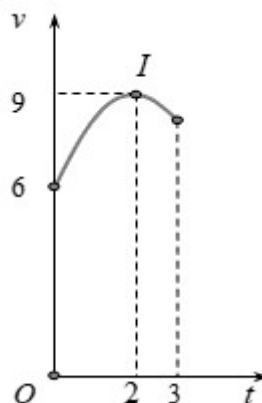
Từ giả thiết suy ra $v'(t)=a(t) \Rightarrow v(t)=\int a(t)dt = \int 6t dt = 3t^2 + C$.

Mặt khác $v(2)=17$ nên $3 \cdot 2^2 + C = 17 \Rightarrow C = 5$. Do đó $v(t) = 3t^2 + 5$.

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=4$ giây đến thời điểm $t=10$ giây là

$$s = \int_4^{10} v(t) dt = \int_4^{10} (3t^2 + 5) dt = (t^3 + 5t) \Big|_4^{10} = 1050 - 84 = 966 \text{ m.}$$

Câu 97. (Mã 110 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $s=25,25(\text{km})$

B. $s=24,25(\text{km})$

C. $s=24,75(\text{km})$

D. $s=26,75(\text{km})$

Lời giải

Chọn C

Gọi $v(t) = at^2 + bt + c$.

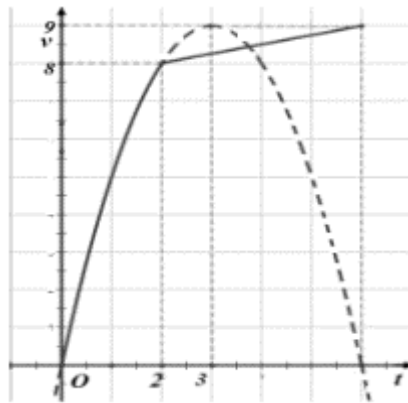
Đồ thị $v(t)$ là một phần parabol có đỉnh $I(2;9)$ và đi qua điểm $A(0;6)$ nên

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases} \quad v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$$

. Tìm được

Vậy $S = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = 24,75 \text{ (km)}$

Câu 98. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019) Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



A. $\frac{130}{3}(\text{km})$

B. $9(\text{km})$

C. $40(\text{km})$

D. $\frac{134}{3}(\text{km})$

Lời giải

Chọn A

+ Vì Parabol đi qua $O(0; 0)$ và có tọa độ đỉnh $I(3;9)$ nên thiết lập được phương trình Parabol là $(P): y = v(t) = -t^2 + 6t; \forall t \in [0; 2]$

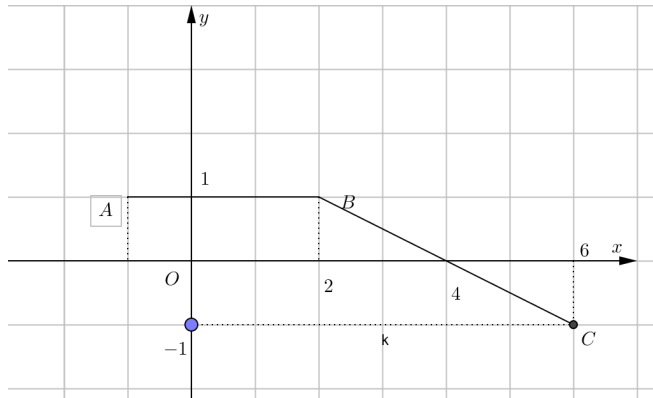
+ Sau 2 giờ đầu thì hàm vận tốc có dạng là hàm bậc nhất $y = \frac{1}{4}t + m$, dựa trên đồ thị ta thấy đi qua điểm có tọa độ $(6;9)$ nên thế vào hàm số và tìm được $m = \frac{15}{2}$.

Nên hàm vận tốc từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 6 là $y = \frac{1}{4}t + \frac{15}{2}; \forall t \in [2; 6]$

+ Quãng đường vật đi được bằng tổng đoạn đường 2 giờ đầu và đoạn đường 4 giờ sau.

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (-t^2 + 6t) dt + \int_2^6 \left(\frac{1}{4}t + \frac{15}{2} \right) dt = \frac{130}{3} (km)$$

Câu 99. (Mã 101-2021-Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 6]$ và có đồ thị đường gấp khúc ABC như hình bên. Biết F là một nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -1$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng



A. 10.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{2}x + 2 & \text{khi } 2 < x \leq 6 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị ta có hàm số

$$F(x) = \begin{cases} x + C_1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + 2x + C_2 & \text{khi } 2 < x \leq 6 \end{cases}$$

$$\text{Vì } F(-1) = -1 \Rightarrow -1 + C_1 = -1 \Leftrightarrow C_1 = 0 \text{ nên } F(x) = \begin{cases} x & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + 2x + C_2 & \text{khi } 2 < x \leq 6 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } \int_2^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx = 0 \Rightarrow F(4) - F(2) + F(6) - F(4) = 0$$

$$\Rightarrow F(6) = F(2) = 2$$

$$\int_2^4 f(x) dx - \int_4^6 f(x) dx = 2 \Rightarrow F(4) - F(2) - F(6) + F(4) = 2$$

$$\Rightarrow 2F(4) = 6 \Leftrightarrow F(4) = 3$$

$$\text{Vậy } F(4) + F(6) = 2 + 3 = 5$$

Câu 100. (Mã 102 - 2021 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 9. B. 15. C. 11. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với $x > 1$ hay $x < 1$ thì hàm số $f(x)$ là hàm đa thức nên liên tục.

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 - 2) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - 1) = 1$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 1$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$.

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Với $x \geq 1$ thì $\int f(x) dx = \int (2x - 1) dx = x^2 - x + C_1$

Với $x < 1$ thì $\int f(x) dx = \int (3x^2 - 2) dx = x^3 - 2x + C_2$

Mà $F(0)=2$ nên $C_2 = 2$.

Khi đó $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Đồng thời $F(x)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$ nên: $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = F(1) = 1 \Leftrightarrow C_1 = 1$.

Do đó $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Vậy: $F(-1) + 2F(2) = 3 + 2 \cdot 3 = 9$.

Câu 101. (Chuyên Thái Bình - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và đồng biến trên $[1; 4]$, thỏa mãn

$x + 2xf'(x) = [f'(x)]^2$ với mọi $x \in [1; 4]$. Biết $f(1) = \frac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x) dx$

A. $\frac{1188}{45}$. B. $\frac{1187}{45}$. C. $\frac{1186}{45}$. D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Do $f(x)$ đồng biến trên $[1;4]$ nên $f(x) \geq f(1) = \frac{3}{2} > -\frac{1}{2}$, ngoài ra $f'(x) \geq 0, \forall x \in [1;4]$. Khi đó ta có biến đổi sau:

$$x + 2xf'(x) = [f'(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{2f(x)+1}} = \sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2f(x)+1})' = \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C\right)' \Leftrightarrow \sqrt{2f(x)+1} = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$$

Mà $f(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{4}{3}\right)^2 - 1}{2} = \frac{2}{9}x^3 + \frac{8}{9}\sqrt{x^3} + \frac{7}{18}$.

Vậy $I = \int_1^4 f(x)dx = \left(\frac{1}{18}x^4 + \frac{16}{45}x^2\sqrt{x} + \frac{7}{18}x\right)\Big|_1^4 = \frac{1186}{45}$.

Câu 102. Cho hàm số $f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(1)=1$,
 $[2f(x)+1-x^2]f'(x)=2x[1+f(x)]$, $\forall x \in [0;1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét trên đoạn $[0;1]$, theo đề bài: $[2f(x)+1-x^2]f'(x)=2x[1+f(x)]$

$$\Leftrightarrow 2f(x).f'(x)=2x+(x^2-1).f'(x)+2x.f(x)$$

$$\Leftrightarrow [f^2(x)]' = [x^2+(x^2-1).f(x)]'$$

$$\Leftrightarrow f^2(x)=x^2+(x^2-1).f(x)+C \quad (1)$$

Thay $x=1$ vào (1) ta được: $f^2(1)=1+C \Leftrightarrow C=0$ (vì $f(1)=1$).

Do đó, (1) trở thành: $f^2(x)=x^2+(x^2-1).f(x)$

$$\Leftrightarrow f^2(x)-1=x^2-1+(x^2-1).f(x)$$

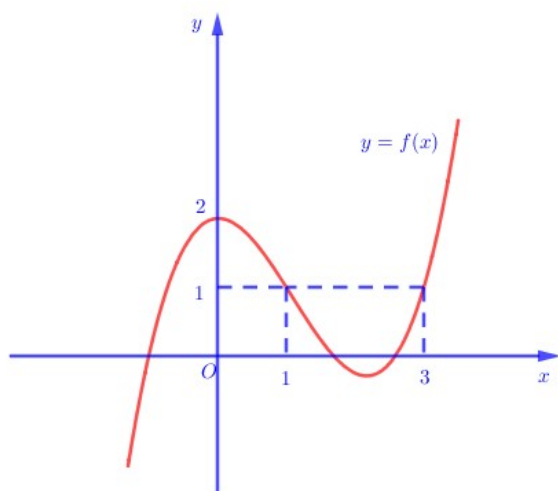
$$\Leftrightarrow [f(x)-1].[f(x)+1] = (x^2-1).[f(x)+1]$$

$$\Leftrightarrow f(x)-1=x^2-1 \quad (\text{vì } f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x)+1 > 0 \quad \forall x \in [0;1])$$

$$\Leftrightarrow f(x)=x^2$$

Vậy $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$.

Câu 103. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khi đó $\int_0^1 xf'(x)f'(x)dx$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$, $(1; 1)$ và điểm $(3; 1)$ nên
$$\begin{cases} d = 2 \\ a + b + c + d = 1 \\ 27a + 9b + 3c + d = 1 \end{cases}$$

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, do điểm $x = 0$ là cực trị của hàm số nên $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$.

Giải hệ 4 phương trình 4 ẩn ở trên ta thu được
$$\begin{cases} a = \frac{4}{9} \\ b = -\frac{13}{9} \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$$
 . Suy ra $f(x) = \frac{4}{9}x^3 - \frac{13}{9}x^2 + 2$.

Khi đó
$$\int_0^1 xf'(x)f'(x)dx = \int_0^1 x \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{13}{9}x^2 + 2 \right) \left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{26}{9}x \right) dx = -\frac{7442}{8505} \approx -0,875 \in \left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right)$$

Câu 104. (Chuyên KHTN 2024) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $xf'(x) + 2f(x) = 3x^2 + 2, \forall x > 0$ và $f(1) = 1$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A. 2. B. 3. C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{11}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } xf'(x) + 2f(x) = 3x + 2 \Rightarrow x^2 f'(x) + 2xf(x) = 3x^2 + 2x$$

$$\text{Khi đó } \int_1^2 (x^2 f'(x) + 2xf(x)) dx = \int_1^2 (3x^2 + 2x) dx \Rightarrow \int_1^2 (x^2 f(x))' dx = 10$$

$$\Rightarrow x^2 f(x) \Big|_1^2 = 10 \Rightarrow 4f(2) - f(1) = 10 \Rightarrow f(2) = \frac{11}{4}$$

Câu 105. (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ 2024) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ thỏa mãn

$$f(1-x) + f(1+x) = 0 \text{ với mọi } x \text{ và } \int_0^3 f(x) dx = 9. \text{ Giá trị của } f(4) \text{ bằng}$$

A. 72. B. 96. C. 120. D. 18.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } f(1-x) + f(1+x) = 0$$

Khi đó

$$x=0 \Rightarrow 2f(1) = 0 \Leftrightarrow a+b+c=0 \quad (1)$$

$$x=1 \Rightarrow f(0) + f(2) = 0 \Leftrightarrow 8a+4b+2c=0. \quad (2)$$

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} + \frac{cx^2}{2} + C.$$

$$\int_0^3 f(x) dx = 9 \Leftrightarrow F(3) - F(0) = 9 \Leftrightarrow \frac{81}{4}a + 9b + \frac{9}{2}c = 9. \quad (3)$$

Từ (1),(2),(3) suy ra $a=4, b=-12, c=8$

Vậy $f(4) = 96$

Câu 106. (Chuyên Vinh 2024) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $2x^2 + f(x) = 2xf'(x), \forall x > 0$, Biết $f(1) = 1$, giá trị của $f(9)$ bằng

A. 49. B. $\frac{52}{3}$ C. 52. D. 55.

Lời giải

Chọn D

Với $\forall x > 0$, ta có:

$$2x^2 + f(x) = 2xf'(x) \Leftrightarrow f'(x) - \frac{1}{2x}f(x) = x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{x}} f(x) \right)' = \sqrt{x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C.$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + \sqrt{x}}{3} \Rightarrow f(9) = 55.$$