

ĐỀ THI KHU VỰC GIẢI TOÁN THPT TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI NĂM 2008

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng được ngầm định là chính xác tới 4 chữ số thập phân.

Bài 1. Tính nghiệm (theo đơn vị độ) của phương trình

$$2\sqrt{3} \cos^2 x + 6 \sin x \cos x = 3 + \sqrt{3}$$

Đáp số: $x_1 = 45^\circ + k180^\circ, x_2 = 15^\circ + k180^\circ$

Bài 2. Tính gần đúng tọa độ giao điểm của parabol (P): $y = x^2 - 2x$ với

elip (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 0,8078 \\ y_1 \approx -0,9631 \end{cases} \begin{cases} x_2 \approx -0,4109 \\ y_2 \approx 0,9906 \end{cases} \begin{cases} x_3 \approx 2,2839 \\ y_3 \approx 0,6484 \end{cases} \begin{cases} x_4 \approx 1,3192 \\ y_4 \approx -0,8981 \end{cases}$

Bài 3. Tính gần đúng giá trị đạo hàm cấp 100 của hàm số $f(x) = \sin x$

tại $x = 140308 \cdot \frac{\pi}{5}$.

Đáp số: $f^{(100)}\left(140308 \cdot \frac{\pi}{5}\right) \approx -0,9511$

Bài 4. Tính gần đúng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \ln\left(xy + \frac{1}{xy}\right)$, trong

đó x, y là hai số dương tùy ý thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$.

Đáp số: $\min P \approx 1,4469$

Bài 5. Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 y + xy^2 = 1 \\ xy + x + y = 3 \end{cases}$

Đáp số $\begin{cases} x_1 \approx 2,4629 \\ y_1 \approx 0,1551 \end{cases} \begin{cases} x_2 \approx 0,1551 \\ y_2 \approx 2,4629 \end{cases}$

Bài 6. Trong các số $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{13}}, \tan \frac{\pi}{7} + \tan \frac{\pi}{8}, \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{11}}, \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{10}},$

$-\frac{2006}{669}, \frac{2007}{1338}, -\frac{2008}{2007}, \frac{2009}{2676}$, hãy chỉ ra những số làm cho biểu thức

$F = 3 \cdot 25^{x+1} - 152 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^{x+1}$ nhận giá trị không dương.

Đáp số: $\tan \frac{\pi}{7} + \tan \frac{\pi}{8}, \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{11}}, \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{10}}, -\frac{2008}{2007}, \frac{2009}{2676}$

Bài 7. Tìm nghiệm gần đúng của phương trình $\log_2 x + \log_2 (x - 6) = \log_2 \sqrt{48}$.

Đáp số: $x \approx 6,9910$

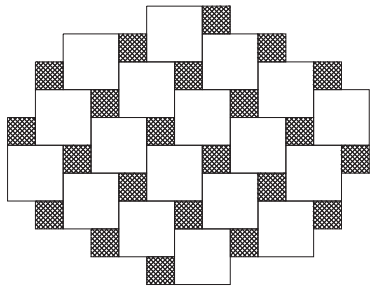
Bài 8: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz cho ba điểm $S(1; 0; 0)$, $Q(0; 2; 0)$, $R(2; 0; 2)$. Hãy tính các hệ số A, B, C, D trong phương trình tổng quát (P): $Ax + By + Cz + D = 0$ của mặt phẳng đi qua ba điểm này.

Đáp số: $A=2t, B=t, C=-t, D=-2t$ với $t \neq 0$

Bài 9. Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz, cho hình lập phương ABCD A' B' C' D' có $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$ và $A'(0; 0; 1)$. Gọi M là trung điểm AB và N là tâm của hình vuông ADD'A'. Hãy tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (CMN) với hình lập phương.

Đáp số: $S = \frac{\sqrt{14}}{4} \approx 0,9354$

Bài 10. Người ta dùng hai loại gạch lát sàn hình vuông có kích thước 40cm 40cm (màu trắng) và 20cm 20cm (màu đen), ghép với nhau để tạo ra họa tiết như trong hình vẽ bên. Loại gạch đen được tạo ra bằng cách cắt những viên gạch kích thước 40cm $\times$ 40cm thành 4 mảnh. Sàn được lát là một hình chữ nhật với kích thước 15m 12m, với các cạnh song song với các cạnh của gạch lát. Bạn hãy cho biết chi phí tổng thể cho việc lát sàn, biết rằng:



Đơn giá gạch lát (kích thước 40cm x 40cm) là 63.000đ/m² đối với màu trắng và 76.500đ/m² đối với màu đen.

Đơn giá nhân công lát sàn (bao gồm cả vật tư phụ như: xi măng, cát,...) là 20.000đ/m².

Tiền công cắt gạch (không phụ thuộc vào màu gạch) là 1000đ cho mỗi mạch cắt dài 40cm (các mạch cắt ngắn hơn được tính tỷ lệ thuận theo độ dài).

Đáp số: 15903000đ

■ DÀNH CHO BỒ TÚC THPT

Qui định: Khi tính gần đúng chỉ lấy kết quả với 4 chữ số thập phân, riêng số đo góc thì lấy đến số nguyên giây.

Bài 1. Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình
 $2\cos 2x + 5\cos^2 x = 1$.

Đáp số: $x_1 \approx 54^\circ 44' 8'' + k180^\circ$, $x_2 \approx -54^\circ 44' 8'' + k180^\circ$

Bài 2. Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số
 $f(x) = \sqrt{5-2x} - \sqrt{3x+4}$.

Đáp số: $\max f(x) \approx 2,7689$; $\min f(x) \approx -3,3912$

Bài 3. Đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm A(1; 2), B(3; 2), C(-2; 1), D(-3; 4). Tính giá trị của a, b, c, d và tính gần đúng giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số đó.

Đáp số: $a = -\frac{3}{20}$, $b = \frac{7}{30}$, $c = \frac{61}{60}$, $d = \frac{9}{10}$, $y_{\text{CB}} \approx 2,6749$; $y_{\text{CT}} \approx 0,2631$

Bài 4. Phương trình các cạnh của tam giác ABC là: AB: $2x + 3y + 8 = 0$; BC: $5x + 3y - 7 = 0$; AC: $4x - 5y - 6 = 0$. Tính tọa độ các đỉnh A, B, C và diện tích của tam giác đó.

Đáp số: A(-1; -2), B(5; -6), $C\left(\frac{53}{37}; -\frac{2}{37}\right)$, $S = \frac{396}{37}$

Bài 5. Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3\log_2 x + 4^y = 14 \\ 2\log_2 x - 2^y = 9 \end{cases}$

Đáp số: $\begin{cases} x \approx 24,9400 \\ y \approx -1,8325 \end{cases}$

Bài 6. Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm M(-3; 2) và là tiếp tuyến của đường tròn $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$.

Đáp số: $\begin{cases} a_1 \approx -0,1565 \\ b_1 \approx 1,5304 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 \approx -6,3889 \\ b_2 \approx -17,1668 \end{cases}$

Bài 7. Hình tứ diện ABCD có các cạnh $AB = 5\text{dm}$, $BC = 6\text{dm}$, $CD = 7\text{dm}$, $BD = 8\text{dm}$, chân đường vuông góc hạ từ A xuống mặt phẳng BCD là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD. Tính gần đúng diện tích S của tam giác BCD, bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác BCD và thể tích V của khối tứ diện đó.

Đáp số: $S \approx 20,3332 \text{ dm}^2$; $r \approx 1,9365 \text{ dm}$; $V \approx 20,3332 \text{ dm}^3$

Bài 8. Tính gần đúng giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - \sqrt{x+3} - 9 + \sqrt{6}}{x-3}$.

Đáp số: $L \approx 5,7959$

Bài 9. Tính gần đúng diện tích toàn phần của hình chóp S.ABCD nếu đáy ABCD là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với đáy, $AB = 7\text{dm}$, $AD = 6\text{dm}$, $SD = 11\text{dm}$.

Đáp số: $S_{\text{tp}} \approx 175,1545 \text{ dm}^2$

Bài 10. Tính gần đúng tọa độ hai giao điểm của elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và parabol $y = 3x^2$.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 0,8015 \\ y_1 \approx 1,9273 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx -0,8015 \\ y_2 \approx 1,9273 \end{cases}$