



Chương

Bài 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

A

Lý thuyết

1. Định nghĩa



Định nghĩa:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D

- Số M được gọi là **giá trị lớn nhất (GTLN)** của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu
$$\begin{cases} f(x) \leq M; \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = M' \end{cases}$$
 ta kí hiệu $M = \max_{x \in D} f(x)$ hoặc $M = \max_D f(x)$.
- Số m được gọi là **giá trị nhỏ nhất (GTNN)** của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu
$$\begin{cases} f(x) \geq m; \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = m' \end{cases}$$
 $m = \min f(x)$ $m = \min f(x)$



Chú ý

- » Quy ước rằng khi nói GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ (mà không xét “trên tập D ”) thì ta hiểu đó là GTLN hay GTNN của $y = f(x)$ trên tập xác định của hàm số.
- » Để tìm GTLN hay GTNN của hàm số trên tập D , ta thường lập bảng biến thiên của hàm số trên tập D để kết luận.

2. Tìm giá trị lớn nhất - nhỏ nhất trên đoạn



Cách tìm giá trị lớn nhất - nhỏ nhất trên đoạn.

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$:

- Bước 1:** Tìm các điểm $x_1; x_2; \dots; x_n$ thuộc $(a; b)$ sao cho $f'(x) = 0$.
- Bước 2:** Tính $f(a); f(x_1); f(x_2); \dots; f(x_n); f(b)$.
- Bước 3:** Gọi M là số lớn nhất và m là số nhỏ nhất trong các giá trị ở Bước 2.
 $M = \max_{[a; b]} f(x)$ $m = \min_{[a; b]} f(x)$

Phương


$$M_{\text{max}} f(v) \qquad m_{\text{min}} f(v)$$

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]



▮ Dạng 2. Giá trị lớn nhất - nhỏ nhất của hàm số trên khoảng



Phương

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$

» **Bước 1:** Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = f(x)$.

■ $f(x)$ không liên tục trên $(a; b) \Rightarrow$ Không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

■ $f(x)$ liên tục trên $(a; b) \Rightarrow$ Bước tiếp theo

» **Bước 2:** Tính đạo hàm $y' = f'(x)$.

» **Bước 3:** Tìm các điểm $f(x)$ thuộc $[a; b]$ sao cho

■ $f'(x) = 0$, hoặc

■ $f'(x)$ không xác định.

» **Bước 4:** Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$ cho trước.

» **Bước 5:** Xác định điểm “cao nhất” và điểm “thấp nhất” của đồ thị hàm số trên $(a; b)$.

$$y = f(x)$$



Ví dụ 2.2.

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 2x + 4$ trên khoảng $(0; 3)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Ví dụ 2.2.

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 4$ trên

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....



Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$y = x + \frac{4}{x}$$

 $(0; +\infty)$

 **Lời giải**

[illegible]

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ trên

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

trên

 **Lời giải**

[illegible]



Dạng 3. Sử dụng cách đánh giá để tìm giá trị lớn nhất - nhỏ nhất



Phương pháp

** Sử dụng bất đẳng thức thường gặp:

❖ Bất đẳng thức Cô-si:

- Với hai số thực không âm: $a+b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b$.
- Với ba số thực không âm: $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c$.
- Với n thực không âm: $a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$.
Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

❖ Bất đẳng thức Bunhiacopski

- Dạng cơ bản: $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.
- Dạng tổng quát:

Với hai bộ số $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ và $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ ta có:

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$.

** Sử dụng "Tập giá trị" của hàm số lượng giác:

$$\begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \\ 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \end{cases}$$

Ví dụ 3.1.

Giả sử M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = 2 + 3\sin x$. Tính

👉 Lời giải

.....

Ví dụ 3.2.

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{386x}{x^2 + 2x + 5}$ với $x > 0$.

👉 Lời giải

.....



▮ Dạng 4. Ứng dụng giá trị lớn nhất - nhỏ nhất



Phương pháp

❖ Bài toán bất phương trình

» **Bước 1:** Chuyển bất phương trình đã cho về dạng $f(x) - g(x) \geq 0$ và tìm điều kiện tồn tại của bất phương trình

» **Bước 2:** Đặt hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x)$,

Xét tính đơn điệu của $y = h(x)$ trên điều kiện xác định.

» **Bước 3:** Từ đó kết luận về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

❖ Bài toán bất phương trình chứa tham số

Ta đưa bất phương trình đề bài cho về một trong các dạng sau

» $m \geq f(x)$ nghiệm đúng với mọi $x \in D$ thì $m \geq \max_D f(x)$

» $m \leq f(x)$ nghiệm đúng với mọi $x \in D$ thì $m \leq \min_D f(x)$

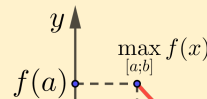
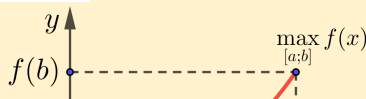
» $m \geq f(x)$ có nghiệm $x \in D$ thì $m \geq \min_D f(x)$

» $m \leq f(x)$ có nghiệm $x \in D$ thì $m \leq \min_D f(x)$

✱ **Nhận xét:** Nếu $y = f(x)$:

✓ đồng biến trên $[a; b]$ thì $\begin{cases} \min_{[a; b]} f(x) = f(a) \\ \max_{[a; b]} f(x) = f(b) \end{cases}$. ✓ nghịch biến trên $[a; b]$ thì

$$\begin{cases} \min_{[a; b]} f(x) = f(b) \\ \max_{[a; b]} f(x) = f(a) \end{cases}$$



Ví dụ 4.1.

Tìm m bất để phương trình $x^3 - 3x - m > 0$ có nghiệm $x \in [0; 2]$?

👉 **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Giải bất phương trình: $\sqrt{5x-1} + \sqrt{x+3} \geq 4$

Lời giải

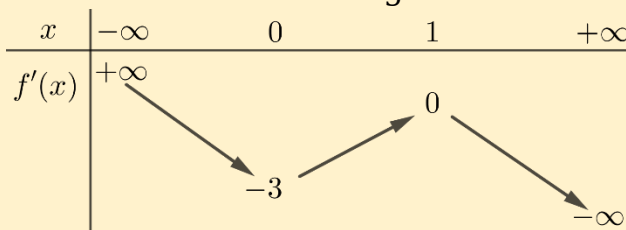
[illegible]

Giải bất phương trình: $\sqrt{2x^3 + 3x^2 + 6x + 16} - \sqrt{4 - x} \geq 2\sqrt{3}$

 **Lời giải**

[illegible]

Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Biết bất phương trình $f(x) > \log x - m$ nghiệm đúng

$$\forall x \in (1, 6) \Rightarrow m > \log a - f(a)$$

 **Lời giải**

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

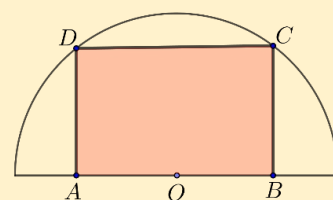
.....

.....

- » **Bước 1:** Gọi ẩn và xác định điều kiện cho ẩn.
- » **Bước 2:** Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn số và các đại lượng đã biết.
- » **Bước 3:** Xét hàm số biểu thị đại lượng mà đề bài yêu cầu. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đó trên điều kiện của ẩn.
- » **Bước 4:** Kết luận



Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R=6\text{cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



 **Lời giải**

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

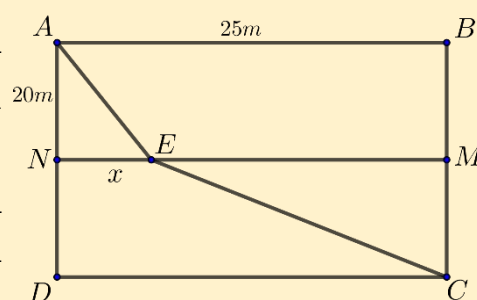
 **Lời giải**

.....

.....



Một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB=25\text{ m}$, chiều rộng $AD=20\text{ m}$ được chia thành hai phần bằng nhau bởi vạch chắn MN (M, N lần lượt là trung điểm BC và AD). Một đội xây dựng làm một con đường đi từ A đến C qua vạch chắn MN biết khi làm đường trên miền được 15 m và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được 10 m thì đội xây dựng làm được con đường ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường ngắn nhất.



được 15m và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được 30m. Tính thời gian ngắn nhất mà đôi xây dựng làm được con đường đi từ A đến C .

 Lời giải

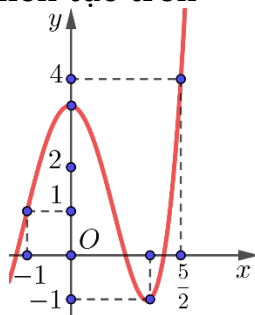




Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

A. $M=4, m=1$. B. $M=4, m=-1$. C. $M=\frac{7}{2}, m=-1$. D. $M=\frac{7}{2}, m=1$.

» Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn i và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			3		1		5	

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[3; 7]$. Ta có giá trị của $M+2m$ là

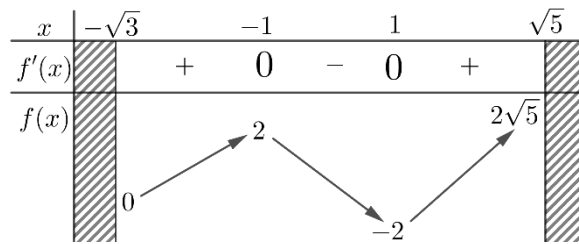
A. $M+2m=1$. B. $M+2m=7$. C. $M+2m=3$. D. $M+2m=4$.

» Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu?

x	-3	-1	0	1	2			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$			3		2			
	-2			0			1	

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

» Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



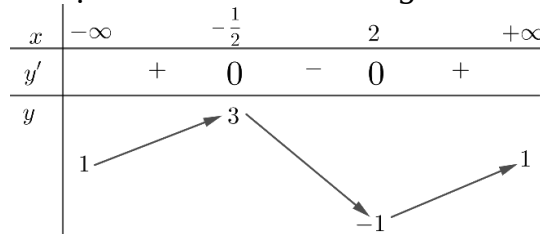
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$. B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$. C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$. D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 1$.

» Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 5$. B. $M = -5$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = -\frac{1}{3}$.

» Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là bao nhiêu?

- A. $\max_{\mathbb{R}} y = -\frac{1}{2}$. B. $\max_{\mathbb{R}} y = -1$. C. $\max_{\mathbb{R}} y = 1$. D. $\max_{\mathbb{R}} y = 3$.

» Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x + 3 - \frac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4; -2)$.

- A. $\min_{[-4; -2)} y = 4$. B. $\min_{[-4; -2)} y = 7$. C. $\min_{[-4; -2)} y = 5$. D. $\min_{[-4; -2)} y = \frac{15}{2}$.

» Câu 8. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^4 + 4x^3 + 1$ bằng

- A. 11 . B. 0 . C. 5 . D. 2 .

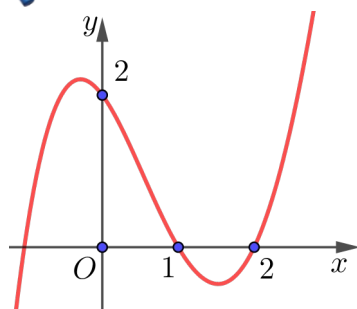
» Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$. B. $\max_{(-1; 1]} f(x) = f(0)$.
C. $\min_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$. D. $\min_{(-1; +\infty)} f(x) = f(0)$.

» Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



- A. $m > f(0)$. B. $m \geq f(2) - 4$. C. $m \geq f(0)$. D. $m > f(2) - 4$.

» Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-1	0	2	3
$f(x)$			3	
		2		1
	$\frac{3}{2}$			

Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình $f(x) \geq m(x^3 - 3x^2 + 5)$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1; 3]$. Số phần tử của S là

- A. 3 B. Vô số C. 2 D. 0

» Câu 12. Tìm m để bất phương trình $x + \frac{4}{x-1} \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-\infty; 1)$.

- A. $m \leq 5$. B. $m \leq -3$. C. $m \leq 1$. D. $m \leq -1$.

» Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Kí hiệu $M = \max_{x \in [0; 2]} f(x)$, $m = \min_{x \in [0; 2]} f(x)$. Khi đó $M + m$ bằng

- A. $\frac{-4}{3}$. B. $\frac{-2}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1 .

» Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ đạt được tại x_0 . Giá trị x_0 bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. -1.

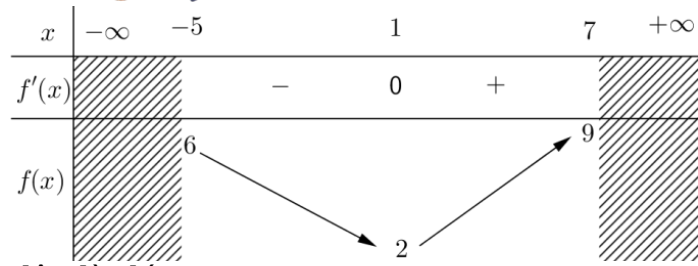
» Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$ B. $\max_{(-1; 1]} f(x) = f(0)$
 C. $\min_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$ D. $\min_{(-1; +\infty)} f(x) = f(0)$

» Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5;7]$.
- B. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$ và $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$.
- C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$.
- D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$.

» Câu 17. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{t^2 + t + 4}{t + 1}$ trên đoạn $[0;10]$

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{114}{11}$. D. $2\sqrt{3}$.

» Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 4m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thực trong $[-3;4]$.

- A. $\frac{-51}{4} \leq m \leq \frac{19}{4}$. B. $\frac{-51}{4} < m < \frac{19}{4}$. C. $-51 < m < 19$. D. $-51 \leq m \leq 19$.

» Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\cos x - \frac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0;p]$.

- A. $\max_{[0;p]} y = \frac{2}{3}$. B. $\max_{[0;p]} y = \frac{10}{3}$. C. $\max_{[0;p]} y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\max_{[0;p]} y = 0$.

» Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;1]$.

- A. $m \geq \frac{7}{2}$. B. $m \leq 3$. C. $m \leq \frac{7}{2}$. D. $m \geq 3$.

» Câu 21. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất?

- A. $x = 8$. B. $x = 10$. C. $x = 15$. D. $x = 7$.

» Câu 22. Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \frac{t+1}{t^2 + t + 4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau thời gian t sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?



- A. Ngay từ lúc bắt đầu sử dụng độc tố. B. Sau $0,5$ giờ.
C. Sau 2 giờ. D. Sau 1 giờ.

» Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{\sin x + m}{\sin x + 2}$. Tìm tổng các giá trị của m để hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng -1 .

- A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

» Câu 24. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2020$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 3 . B. 2 . C. 4 . D. 1 .

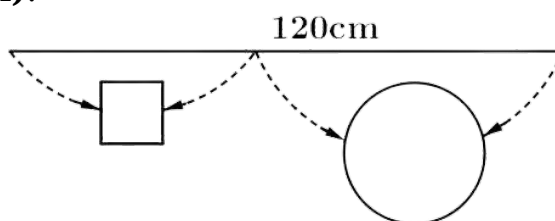
» Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $m > 4$ B. $3 < m \leq 4$ C. $m < -1$ D. $1 \leq m < 3$

» Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[0;1]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $1 \leq m < 3$ B. $m > 6$ C. $m < 1$ D. $3 < m \leq 6$

» Câu 27. Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn (**tham khảo hình bên dưới**).



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là (**làm tròn đến hàng đơn vị**)?

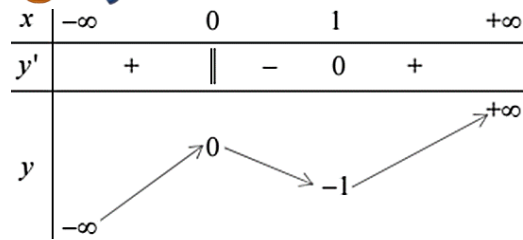
- A. 504. B. 462. C. 426. D. 498.

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» Câu 28. Gọi giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ lần lượt là m và M . Xét tính đúng sai của mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$m = \min_{[a;b]} f(x)$		
(b)	$m \leq M$		
(c)	Với mọi $x \in [a; b]$ ta có $f(x) \geq m$		
(d)	Với mọi $x \in [a; b]$ ta có $f(x) < M$		

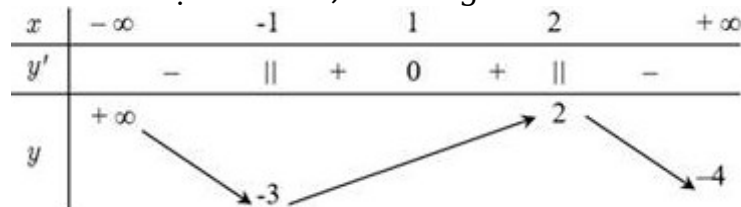
» Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên I và có bảng biến thiên:



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.		
(b)	Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.		
(c)	Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.		
(d)	Hàm số có đúng một cực trị.		

» Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình sau:



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có hai điểm cực trị.		
(b)	Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.		
(c)	Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.		
(d)	Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(2; +\infty)$.		

» Câu 31. Gọi giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $(a;b)$ lần lượt là m và M . Xét tính đúng sai của mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$m < M$		
(b)	$f(a) = m$		
(c)	Với mọi $x \in (a;b)$ ta có $f(x) > m$		
(d)	Với mọi $x \in (a;b)$ ta có $m \leq f(x) < M$		



» Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên I . Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên I . Xét tính đúng sai của mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm.		
(b)	Phương trình $f(x) = C$ vô nghiệm với $m \leq C \leq M$.		
(c)	Bất phương trình $f(x) > M$ vô nghiệm.		
(d)	Bất phương trình $f(x) > m$ có tập nghiệm là I .		

» Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\min_{[0;1]} y = 0$		
(b)	$\min_{[0;2]} y = y(0)$		
(c)	$\min_{[-1;0]} y + \max_{[0;1]} y = 4$		
(d)	$\min_{[-\frac{3}{2};0]} \frac{1}{y} = \frac{8}{25}$		

» Câu 34. Cho hàm số $y = 2 \sin x - 1$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\max_I y = 1$		
(b)	$\min_I y = -3$		
(c)	$\max_{[0;p]} y = y\left(\frac{p}{2}\right) = 1$		
(d)	$\min_{[0;p]} y = y(0) = -1$		

» Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	0	1	3	
y'		+	0	-
y			9	
	8			5

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 7 số nguyên m để phương trình $f(x) = m(x^4 - 2x^2 + 2)$ có		

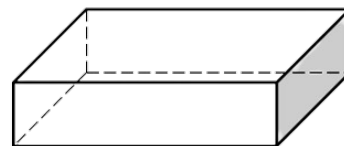
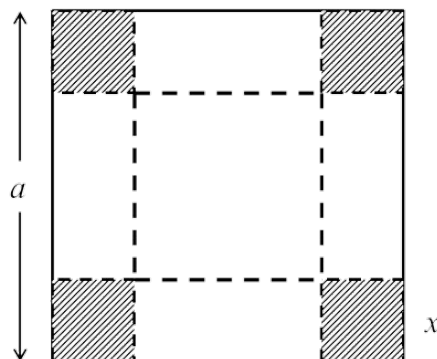


	nhịệm thuộc đoạn $[0;3]$.		
(b)	Giá trị m lớn nhất để phương trình $f(x) = m(x^4 - 2x^2 + 2)$ có nhịệm thuộc đoạn $[0;3]$ là 7.		
(c)	Giá trị m nhỏ nhất để phương trình $f(x) = m(x^4 - 2x^2 + 2)$ có nhịệm thuộc đoạn $[0;3]$ là 3.		
(d)	Tổng các giá trị của m để phương trình $f(x) = m(x^4 - 2x^2 + 2)$ có nhịệm thuộc đoạn $[0;3]$ là 45.		

» Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ trên khoảng $(0;p)$ là 1.		
(b)	Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ trên $(0;p)$.		
(c)	Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ trên $\left(0;\frac{p}{2}\right)$.		
(d)	Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ trên $\left(\frac{p}{2};p\right)$.		

» Câu 37. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a . Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có $0 < x < \frac{a}{2}$.		



(b)	Thể tích của khối hộp là: $V(x) = x(a - 2x)^2 \left(0 < x < \frac{a}{2} \right)$.		
(c)	Thể tích của khối hộp lớn nhất bằng $\frac{2a^3}{9}$.		
(d)	Cạnh của hình vuông bị cắt sao cho thể tích của khối hộp là $\frac{a}{6}$ lớn nhất bằng $\frac{a}{6}$.		

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» Câu 38. Trên đoạn $[-1; 2]$, hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm có hoành độ bao nhiêu?

👉 Điền đáp số:

» Câu 39. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ bằng

👉 Điền đáp số:

» Câu 40. Hàm số $y = \sin^4 x - \cos^4 x$ có giá trị lớn nhất bằng

👉 Điền đáp số:

» Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có nghiệm $x \in [0; 2]$?

👉 Điền đáp số:

» Câu 42. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .

👉 Điền đáp số:

» Câu 43. Cho hàm số $f(x) = (m - 1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0; 3]} f(x) = f(2)$ thì $\max_{[0; 3]} f(x)$ bằng

👉 Điền đáp số:

» Câu 44. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{2x - 2}$ trên khoảng $(0; 1)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

👉 Điền đáp số:

» Câu 45. Tìm giá trị lớn nhất hàm số $y = \frac{x + 4}{\sqrt{x^2 + 2}}$.

👉 Điền đáp số:

» Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 4m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thực trong $[-3; 4]$?



Điền đáp số:

» Câu 47. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$.

Điền đáp số:

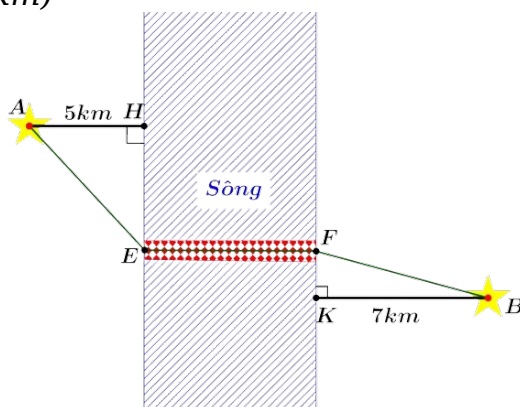
» Câu 48. Tìm giá trị của tham số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 3.

Điền đáp số:

» Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

Điền đáp số:

» Câu 50. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 5km và thành phố B cách con sông một khoảng là 7km (hình vẽ), biết $HE + KF = 24\text{km}$ và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường AEFB)? (kết quả làm tròn đến km)



Điền đáp số:

-----Hết-----