

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**NĂM HỌC 2025 - 2026**

**MÔN TOÁN**

**Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)**

**Ngày thi: Ngày tháng năm 2025**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3 điểm).** *Viết chữ cái in hoa đứng trước phương án đúng nhất trong mỗi câu sau vào bài làm.*

**Câu 1.** Phương trình  $3x - 9 = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \{0\}$  .      B.  $S = \{2\}$  .      C.  $S = \{3\}$  .      D.  $S = \{1\}$  .

**Câu 2.** Bất phương trình  $2x - 4 > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 2\}$  .      B.  $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$  .  
C.  $S = \{x \in \mathbb{R} | x < 2\}$  .      D.  $S = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\}$  .

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{-3a} \cdot \sqrt{-12a}$  với  $a < 0$  ta được kết quả là

- A.  $-6a$  .      B.  $6a^2$  .      C.  $6a$  .      D.  $-36a^2$  .

**Câu 4.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt[3]{27a^3}$  ta được kết quả là

- A.  $-3a$  .      B.  $3a^2$  .      C.  $3a$  .      D.  $-9a^2$  .

**Câu 5.** Đường thẳng  $y = (2m + 1)x + 5$  đi qua điểm  $M(1;3)$  khi

- A.  $m = -\frac{1}{2}$  .      B.  $m = -\frac{3}{2}$  .      C.  $m = -1$  .      D.  $m = -2$  .

**Câu 6.** Tiền gửi tiết kiệm vào một ngân hàng kì hạn 12 tháng với lãi suất  $7,5\%$  một năm. Một gia đình gửi vào ngân hàng đó với số tiền là  $x$  (triệu đồng). Sau một năm gia đình đó nhận về cả tiền gốc và lãi là  $y$  (triệu đồng), công thức tính  $y$  là

- A.  $y = 1,075x$  .      B.  $y = x + 7,5$  .      C.  $y = 1,75x$  .      D.  $y = 8,5x$  .

**Câu 7.**  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.  $\sin B = \frac{AB}{BC}$  .      B.  $\sin B = \frac{AC}{BC}$  .      C.  $\sin C = \frac{AC}{BC}$  .      D.  $\cos C = \frac{AB}{BC}$  .

**Câu 8.**  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $BC = 6\text{ cm}$  và  $\hat{B} = 60^\circ$ . Độ dài cạnh  $AB$  là

- A.  $6\sqrt{3}\text{ cm}$  .      B.  $6\text{ cm}$  .      C.  $3\sqrt{3}\text{ cm}$  .      D.  $3\text{ cm}$  .

**Câu 9.** Cho hình nón có bán kính đáy là  $r = 6\text{ cm}$ , độ dài đường sinh  $l = 10\text{ cm}$ . Diện tích xung quanh của hình nón là

- A.  $50\pi\text{ (cm}^2\text{)}$  .      B.  $40\pi\text{ (cm}^2\text{)}$  .      C.  $60\pi\text{ (cm}^2\text{)}$  .      D.  $90\pi\text{ (cm}^2\text{)}$  .

**Câu 10.** Bảng thống kê sau cho biết số lượt mượn các loại sách trong một tuần tại thư viện của một trường Trung học sơ sở

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	20	80	60	40

Bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên là

**A.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	10%	40%	30%	20%

**B.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	20%	20%	30%	20%

**C.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	10%	40%	35%	15%

**D.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	10%	50%	20%	20%

**Câu 11.** Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất. Xác suất của biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 5” là

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{5}{6}$ .

**Câu 12.** Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp đó. Xác suất để chọn được quả cầu màu xanh là

- A.  $\frac{5}{22}$                       B.  $\frac{5}{11}$                       C.  $\frac{6}{11}$                       D.  $\frac{8}{11}$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (7 điểm)

**Câu 13 (1 điểm):** Rút gọn biểu thức với  $x > 0$ ,  $x \neq 4$ .

$$B = \left( \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4} \right) \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}}$$

**Câu 14 (1,0 điểm):** Giải hệ phương trình:

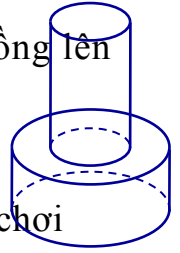
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

**Câu 15 (1,5 điểm):** Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 8 = 0$  (1) ( $m$  là tham số,  $x$  là biến số).

1. Giải phương trình khi  $m = 2$ .
2. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn
 
$$(x_1 + 1)^2 + 2mx_2 = 3m^2 + 4m$$

**Câu 16** (1,0 điểm): Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ  $(H_1), (H_2)$  xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn

$r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$  (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng  $30 \text{ (cm}^3\text{)}$ . Tính thể tích khối trụ  $(H_1)$ .



**Câu 17** (2 điểm): Cho đường tròn  $(O)$ , bán kính  $R (R > 0)$  và dây cung  $BC$  cố định. Một điểm  $A$  chuyển động trên cung lớn  $BC$  sao cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao  $AD, BE$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$  và  $BE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $F$  ( $F$  khác  $B$ ).

1. Chứng minh rằng tứ giác  $DHEC$  nội tiếp
2. Kẻ đường kính  $AM$  của đường tròn  $(O)$  và  $OI$  vuông góc với  $BC$  tại  $I$ . Chứng minh rằng  $I$  là trung điểm của  $HM$  và tính  $AF$  biết  $BC = R\sqrt{3}$ .
3. Khi  $BC$  cố định, xác định vị trí của  $A$  trên đường tròn  $(O)$  để  $DH \cdot DA$  lớn nhất.

**Câu 18** (0,5 điểm): Cho các số  $a, b, c > 0$  và  $a + b + c \leq \frac{3}{2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$$

---HẾT---



# HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

## PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm, gồm 12 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

### BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	A	A	C	B	A	B	D	C	A	C	B

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Phương trình  $3x - 9 = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \{0\}$  .      B.  $S = \{2\}$  .      C.  $S = \{3\}$  .      D.  $S = \{1\}$  .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{aligned} 3x - 9 &= 0 \\ 3x &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

**Câu 2.** Bất phương trình  $2x - 4 > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$  .      B.  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$  .  
C.  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$  .      D.  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$  .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} 2x - 4 &> 0 \\ 2x &> 4 \\ x &> 2 \end{aligned}$$

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{-3a} \cdot \sqrt{-12a}$  với  $a < 0$  ta được kết quả là

- A.  $-6a$  .      B.  $6a^2$  .      C.  $6a$  .      D.  $-36a^2$  .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$A = \sqrt{-3a} \cdot \sqrt{-12a} = \sqrt{(-3a) \cdot (-12a)} = \sqrt{36a^2} = |6a| = -6a \text{ với } a < 0$$

**Câu 4.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt[3]{27a^3}$  ta được kết quả là

- A.  $-3a$  .      B.  $3a^2$  .      C.  $3a$  .      D.  $-9a^2$  .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$A = \sqrt[3]{27a^3} = \sqrt[3]{(3a)^3} = 3a$$

**Câu 5.** Đường thẳng  $y = (2m + 1)x + 5$  đi qua điểm  $M(1;3)$  khi

**A.**  $m = -\frac{1}{2}$ .

**B.**  $m = -\frac{3}{2}$ .

**C.**  $m = -1$ .

**D.**  $m = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Thay  $x=1, y=3$  ta được  $3 = (2m + 1).1 + 5$

$$3 = 2m + 1 + 5$$

$$2m = -3$$

$$m = -\frac{3}{2}$$

**Câu 6.** Tiền gửi tiết kiệm vào một ngân hàng kì hạn 12 tháng với lãi suất  $7,5\%$  một năm. Một gia đình gửi vào ngân hàng đó với số tiền là  $x$  (triệu đồng). Sau một năm gia đình đó nhận về cả tiền gốc và lãi là  $y$  (triệu đồng), công thức tính  $y$  là

**A.**  $y = 1,075x$ .

**B.**  $y = x + 7,5$ .

**C.**  $y = 1,75x$ .

**D.**  $y = 8,5x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tiền lãi sau một năm là  $7,5\%x = 0,075x$  (triệu đồng)

Số tiền gốc và lãi là  $y = x + 0,075x = 1,075x$  (triệu đồng)

**Câu 7.**  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\sin B = \frac{AB}{BC}$ .

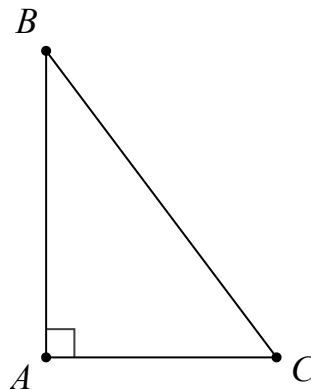
**B.**  $\sin B = \frac{AC}{BC}$ .

**C.**  $\sin C = \frac{AC}{BC}$ .

**D.**  $\cos C = \frac{AB}{BC}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $\sin B = \frac{AC}{BC}$

**Câu 8.**  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $BC = 6\text{ cm}$  và  $\angle B = 60^\circ$ . Độ dài cạnh  $AB$  là

A.  $6\sqrt{3}$  cm .

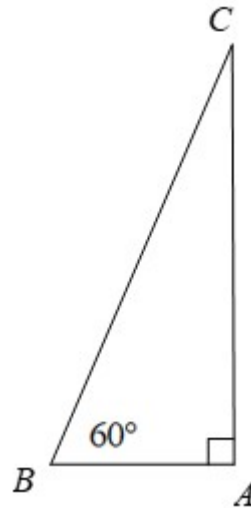
B. 6 cm .

C.  $3\sqrt{3}$  cm .

D. 3 cm .

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có  $AB = BC \cdot \cos B = 6 \cdot \cos 60^\circ = 3$  (cm)

**Câu 9.** Cho hình nón có bán kính đáy là  $r = 6$  cm , độ dài đường sinh  $l = 10$  cm . Diện tích xung quanh của hình nón là

A.  $50\pi$  (cm<sup>2</sup>) .

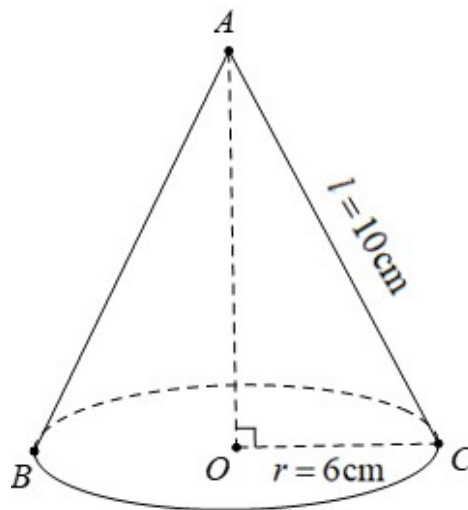
B.  $40\pi$  (cm<sup>2</sup>) .

C.  $60\pi$  (cm<sup>2</sup>) .

D.  $90\pi$  (cm<sup>2</sup>) .

**Lời giải**

**Chọn C**



$$S = \pi r l = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

**Câu 10.** Bảng thống kê sau cho biết số lượt mượn các loại sách trong một tuần tại thư viện của một trường Trung học sở

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	20	80	60	40

Bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên là

**A.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	10%	40%	30%	20%

**B.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	20%	20%	30%	20%

**C.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	10%	40%	35%	15%

**D.**

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	10%	50%	20%	20%

**Lời giải**

**Chọn A**

Tổng số lượt mượn sách là  $20 + 80 + 60 + 40 = 200$  (lượt)

Phần trăm số lượt mượn sách giáo khoa là  $\frac{20}{200} \cdot 100\% = 10\%$

Phần trăm số lượt mượn sách tham khảo là  $\frac{80}{200} \cdot 100\% = 40\%$

Phần trăm số lượt mượn truyện ngắn là  $\frac{60}{200} \cdot 100\% = 30\%$

Phần trăm số lượt mượn tiểu thuyết là  $\frac{40}{200} \cdot 100\% = 20\%$

**Câu 11.** Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất. Xác suất của biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 5” là

**A.**  $\frac{1}{4}$ .

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.**  $\frac{2}{3}$ .

**D.**  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Có bốn kết quả thuận lợi của biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 5” là 1 chấm, 2 chấm, 3 chấm, 4 chấm.



$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Xác suất của biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 5” là  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

**Câu 12.** Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp đó. Xác suất để chọn được quả cầu màu xanh là

- A.  $\frac{5}{22}$                       B.  $\frac{5}{11}$                       C.  $\frac{6}{11}$                       D.  $\frac{8}{11}$

**Lời giải**

**Chọn B**

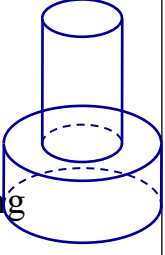
Có 5 kết quả thuận lợi để chọn được quả cầu màu xanh.

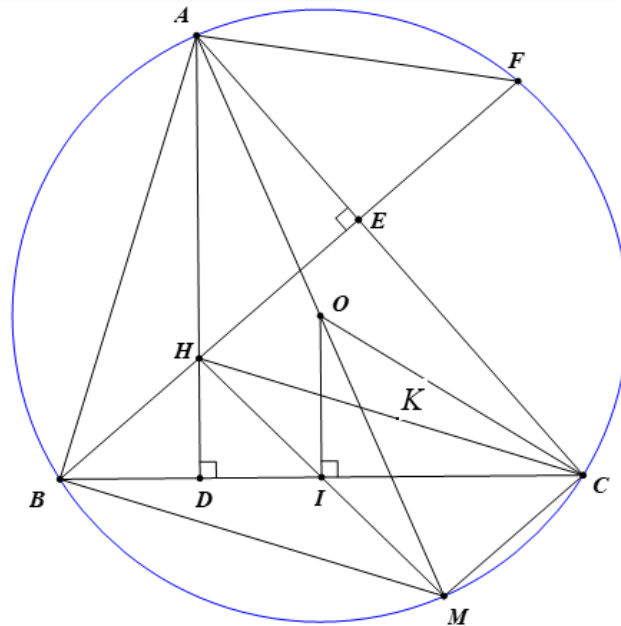
Xác suất để chọn được quả cầu màu xanh là  $\frac{5}{11}$

**PHẦN II. TỰ LUẬN (7 điểm)**

Câu	NỘI DUNG	Điểm
13	Cho biểu thức: $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4} \right) \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$ ; $x \neq 4$	
	1. Rút gọn biểu thức $B$ . Với $x > 0$ ; $x \neq 4$ $B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4} \right) \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}}$	
	$B = \left[ \frac{\sqrt{x}-2-\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right] \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}-2-x-2\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \frac{x+3}{\sqrt{x}+2}$	0,25
	Vậy $B = \frac{x+3}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$ ; $x \neq 4$	0,25
14	$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}$	0,25

	$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5y = 5 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ y = 1 \end{cases}$	
	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25
	<p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là <math>\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}</math></p>	0,25
15	<p>Cho phương trình <math>x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 8 = 0</math> (1) (<math>m</math> là tham số, <math>x</math> là biến số).</p> <p>1. Giải phương trình khi <math>m = 2</math></p>	
	Với $m = 2$ ta có phương trình: $x^2 - 2x - 3 = 0$	0,25
	Ta có: $a - b + c = 1 + 2 - 3 = 0$	0,25
	Nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$	0,25
	<p>2. Xét phương trình: <math>x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 8 = 0</math> (1)</p> <p>Phương trình (1) là phương trình bậc hai có:</p> $\Delta' = [- (m - 1)]^2 - (2m - 8) = m^2 - 4m + 9 = (m - 2)^2 + 5 > 0 \quad \forall m$	0,25
	Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi $m$	
	<p>Theo định lí Viète: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m - 1) = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 8 \end{cases}</math></p>	
	<p>Theo bài ra:</p> $(x_1 + 1)^2 + 2mx_2 = 3m^2 + 4m$ $x_1^2 + 2x_1 + 1 + 2mx_2 - 3m^2 - 4m = 0 \quad (*)$ <p>Vì <math>x_1</math> là nghiệm phương trình (1)</p> $x_1^2 - 2(m - 1)x_1 + 2m - 8 = 0$ $x_1^2 + 2x_1 = 2mx_1 - 2m + 8$ <p>Thay vào (*) ta được:</p> $2mx_1 - 2m + 8 + 1 + 2mx_2 - 3m^2 - 4m = 0$ $2m(x_1 + x_2) - 3m^2 - 6m + 9 = 0$ $2m(2m - 2) - 3m^2 - 6m + 9 = 0$	
	$m^2 - 10m + 9 = 0$	0,25

	$(m - 1)(m - 9) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases}$ <p>Vậy <math>m = 1</math> hoặc <math>m = 9</math> là giá trị cần tìm.</p>	
<b>16</b>	<p>Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ <math>(H_1)</math>, <math>(H_2)</math> xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là <math>r_1, h_1, r_2, h_2</math> thỏa mãn <math>r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1</math> (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng <math>30 \text{ (cm}^3\text{)}</math>. Tính thể tích khối trụ <math>(H_1)</math>.</p> 	
	<p>Thể tích khối <math>(H_1)</math> là <math>V_1 = \pi r_1^2 h_1</math></p>	<b>0,25</b>
	<p>Thể tích khối <math>(H_2)</math> là <math>V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi \frac{1}{4} r_1^2 2h_1 = \frac{1}{2} \pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{2} V_1</math></p>	<b>0,25</b>
	<p>Mà <math>V_1 + V_2 = 30</math></p> $V_1 + \frac{1}{2} V_1 = 30$ $\frac{3}{2} V_1 = 30$ $V_1 = 20$	<b>0,25</b>
	<p>Vậy thể tích của khối <math>(H_1)</math> là <math>20 \text{ (cm}^3\text{)}</math></p>	<b>0,25</b>
<b>17</b>	<p>Cho đường tròn <math>(O)</math>, bán kính <math>R (R &gt; 0)</math> và dây cung <math>BC</math> cố định. Một điểm <math>A</math> chuyển động trên cung lớn <math>BC</math> sao cho tam giác <math>ABC</math> có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao <math>AD, BE</math> của tam giác <math>ABC</math> cắt nhau tại <math>H</math> và <math>BE</math> cắt đường tròn <math>(O)</math> tại <math>F</math> (<math>F</math> khác <math>B</math>).</p>	



1. Chứng minh tứ giác  $DHEC$  nội tiếp

Gọi  $K$  là trung điểm của  $HC$  thì  $KH = KC = \frac{HC}{2}$

Tam giác  $DHK$  vuông tại  $D$  có  $DK$  là trung tuyến nên  $DK = \frac{HC}{2}$

Tương tự  $EK = \frac{HC}{2}$

Xét tứ giác  $DHEC$  có:  $HK = CK = DK = EK = \frac{HC}{2}$

Suy ra tứ giác  $DHEC$  nội tiếp đường tròn.

Kẻ đường kính  $AM$  của đường tròn  $(O)$  và  $OI$  vuông góc với  $BC$  tại  $I$ .

Chứng minh rằng  $I$  là trung điểm của  $HM$  và tính  $AF$  biết  $BC = R\sqrt{3}$ .

+ Chứng minh  $I$  là trung điểm của  $HM$

Trong tam giác  $ABC$  có  $BE, AD$ , là hai đường cao cắt nhau tại  $H$   
 $\Rightarrow H$  là trực tâm tam giác  $ABC \Rightarrow CH \perp AB$

Trong  $(O)$  có:  $\sphericalangle ABM, \sphericalangle ACM$  là hai góc nội tiếp cùng chắn nửa đường tròn đường kính  $AM \Rightarrow \sphericalangle ABM = \sphericalangle ACM = 90^\circ$ .

$\Rightarrow \begin{cases} MB \perp AB \\ MC \perp AC \end{cases}$  mà  $\begin{cases} CH \perp AB (cmt) \\ BH \perp AC (GT) \end{cases}$

Suy ra:  $MB \parallel CH, MC \parallel BH \Rightarrow BHCM$  là hình bình hành (3)

Lại có, trong  $(O)$  có  $OI \perp BC$  tại  $I$  (GT)

0,5

0,5

0,25

	<p><math>\Rightarrow I</math> là trung điểm của <math>BC</math> (4) (đường kính vuông góc với dây).</p> <p>Từ (3) và (4), suy ra <math>I</math> là trung điểm của <math>HM</math>.</p> <p>+ Tính <math>AF</math> biết <math>BC = R\sqrt{3}</math></p> <p>Vì <math>I</math> là trung điểm của <math>BC \Rightarrow BI = CI = \frac{BC}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}</math></p> <p>Áp dụng định lí Pythagore vào <math>\Delta CIO</math> vuông tại <math>I</math> ta có:</p> $OC^2 = OI^2 + CI^2 \Rightarrow R^2 = OI^2 + \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2$ $\Rightarrow OI^2 = \frac{R^2}{4} \Rightarrow OI = \frac{R}{2}$ <p>Xét <math>\Delta AHM</math> có: <math>O</math> là trung điểm của <math>AM</math> (GT),  <math>I</math> là trung điểm của <math>HM</math> (c/m trên)</p> <p><math>\Rightarrow OI</math> là đường trung bình của <math>\Delta AHM</math>.</p> <p><math>\Rightarrow AH = 2.OI = 2 \cdot \frac{R}{2} = R</math> mà <math>AF = AH</math> (vì <math>\Delta AHF</math> cân tại <math>A</math>) <math>\Rightarrow AF = R</math>.</p>	0,25
	<p>3. Khi <math>BC</math> cố định, xác định vị trí của <math>A</math> trên đường tròn <math>(O)</math> để <math>DH \cdot DA</math> lớn nhất.</p> <p>Xét <math>\Delta DHB</math> và <math>\Delta DCA</math> có</p> $\sphericalangle BDH = \sphericalangle ADC = 90^\circ \text{ (vì } AD \perp BC \text{)}$ $\sphericalangle HBD = \sphericalangle DAC \text{ (cùng phụ } \sphericalangle ACB \text{)}$ <p><math>\Rightarrow \Delta DHB \sim \Delta DCA</math> (g.g)</p> $\Rightarrow \frac{DH}{DC} = \frac{DB}{DA} \Rightarrow DH \cdot DA = DB \cdot DC$	0,25
	<p>Áp dụng BĐT <math>ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}</math>, ta có: <math>DB \cdot DC \leq \frac{(DB+DC)^2}{4} = \frac{BC^2}{4}</math></p> $\Rightarrow DH \cdot DA \leq \frac{BC^2}{4}$ <p>không đổi vì <math>BC</math> cố định</p> <p>Dấu "=" xảy ra khi <math>DB = DC</math> hay <math>A</math> là điểm chính giữa cung lớn <math>\overset{\frown}{BC}</math></p> <p>Vậy <math>A</math> là điểm chính giữa cung lớn <math>\overset{\frown}{BC}</math> thì <math>GTLN(DH \cdot DA) = \frac{BC^2}{4}</math></p>	0,25
18	<p>Cho các số <math>a, b, c &gt; 0</math> và <math>a + b + c \leq \frac{3}{2}</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức</p>	

$$Q = \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$$

Ta có:  $(1^2 + 4^2) \left( a^2 + \frac{1}{b^2} \right) \geq \left( 1 \cdot a + 4 \cdot \frac{1}{b} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{17}} \left( a + \frac{4}{b} \right)$

Tương tự:  $\sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{17}} \left( b + \frac{4}{c} \right)$ ;  $\sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{17}} \left( c + \frac{4}{a} \right)$

Do đó:  $Q \geq \frac{1}{\sqrt{17}} \left( a + b + c + \frac{4}{a} + \frac{4}{b} + \frac{4}{c} \right) \geq \frac{1}{\sqrt{17}} \left( a + b + c + \frac{36}{a + b + c} \right)$

$$= \frac{1}{\sqrt{17}} \left( a + b + c + \frac{9}{4(a + b + c)} + \frac{135}{4(a + b + c)} \right)$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có  $a + b + c + \frac{9}{4(a + b + c)} \geq 3$

Có  $a + b + c \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{a + b + c} \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{135}{4(a + b + c)} \geq \frac{45}{2}$

$$\Rightarrow Q \geq \frac{1}{\sqrt{17}} \left( 3 + \frac{45}{2} \right) \geq \frac{3\sqrt{17}}{2}$$

Giá trị nhỏ nhất của Q là  $\frac{3\sqrt{17}}{2}$  khi  $a = b = c = \frac{1}{2}$

**0,25**

**0,25**