**Chương 3: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

**Bài 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (tiết 5)**

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

. Trong không gian  cho điểm  và mặt phẳng

. Khi đó khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  là:



2. Cho mặt phẳng  và mặt cầu

 Khi đó mặt cầu  có tâm  và bán kính 

+) Nếu  suy ra  và  không có điểm chung.

+) Nếu  suy ra  và  tiếp xúc nhau.

+) Nếu  suy ra  và  cắt nhau.

3.Mặt phẳng  (Hình 7.5) đi qua ba điểm  trong đó  đều khác có phương trình . được gọi phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.



**B. LUYỆN TẬP**

**I. Các ví dụ minh hoạ**

1. Trong không gian  cho mặt phẳng . Viết phương trình mặt phẳng  song song và cách mặt phẳng  một khoảng bằng 5.

**Lời giải**

$Q$

$. A$

$P$

Vì mặt phẳng  song song với mặt phẳng 

nên ta có thể đặt:

Dễ thấy điểm  thuộc mặt phẳng 

Mặt phẳng  cách mặt phẳng  một khoảng bằng 5 suy ra  .



Vậy  hoặc 

1. Trong không gian  cho hai mặt phẳng  và . Viết phương trình mặt phẳng  song song và cách đều hai mặt phẳng  và .

**Lời giải**

Vì mặt phẳng  song song với mặt phẳng nên ta có thể đặt .

Dễ thấy điểm  nên theo giả thiết:

 



.

1. . Trong không gian  cho mặt phẳng  và mặt cầu  Hãy xét vị trí tương đối giữa  và 

**Lời giải**

Dễ thấy mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  là



Vậy suy ra  và  không có điểm chung.

1. Trong không gian  cho mặt phẳng  và mặt cầu  Biết  và  cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

**Lời giải**

Dễ thấy mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  là 

Gọi A là một điểm thuộc giao của  và , H là tâm đường tròn chung của  và .

Có  và  suy ra .

Vậy bán kính đường tròn cần tìm là .

1. Trong không gian  cho mặt phẳng  Viết phương trình mặt cầu  tâm và tiếp xúc với .

**Lời giải**

Dễ thấy mặt cầu  có tâm  và bán kính 

Vậy phương trình mặt cầu  cần tìm là: .

1. Cho hai điểm . Tìm tọa độ điểm  thuộc  sao cho  nhỏ nhất?

**Lời giải**

Gọi  là trung điểm của  suy ra và 

Đặt 

Vậy  nhỏ nhất khi  nhỏ nhất.

Có  thuộc  nên  nhỏ nhất khi  là hình chiếu vuông góc của trên . Suy ra 

1. Trong không gian , cho hai điểm , . Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác  và tiếp xúc với mặt phẳng .

**Lời giải**

Gọi  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác .

Ta áp dụng bài toán (\*) sau: “Cho tam giác  với  là tâm đường tròn nội tiếp, ta có , với , , ”. Ta có: 



Áp dụng bài toán (\*) ta có:



Mặt phẳng  có phương trình .

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng  nên mặt cầu có bán kính .

Vậy phương trình mặt cầu là .

1. Trong không gian với hệ tọa độ , cho điểm . Viết phương trình mặt phẳng  đi qua  điểm , ,  lần lượt là hình chiếu của  trên các trục tọa độ , , .

**Lời giải**

Tọa độ các hình chiếu là , , .

Do đó phương trình mặt phẳng .

**II. Bài tập trắc nghiệm**

1. Trong không gian , phương trình mặt phẳng  đi qua điểm , cắt các tia , ,  lần lượt tại , ,  sao cho  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử

  Phương trình mặt phẳng  là:



Vì nằm trên mặt phẳng nên ta có: 

Khi đó 

Vậy phương trình mặt phẳng  là 

1. Viết phương trình mặt phẳng  qua  lần lượt cắt các tia tại các điểm  sao cho hình chop đều.

**A.**  **B.** . **C.** . **D** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng qua  lần lượt cắt các tia  tại các điểm  sao cho hình chop đều.Khi đó Do đó mặt phẳng  có dạng: 

Mà qua  nên 

Vậy phương trình mặt phẳng 

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho hai điểm , . Hình chiếu vuông góc của trung điểm  của đoạn  trên mặt phẳng  là điểm nào dưới đây.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tọa độ trung điểm của  là .

Vậy hình chiếu của  trên mặt phẳng  là .

1. Trong không gian tọa độ , cho mặt cầu  có đường kính , với , . Viết phương trình mặt phẳng  tiếp xúc với mặt cầu  tại .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  đi qua điểm  và nhận vectơ

 làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình:

.

1. Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt phẳng

 và điểm . Viết phương trình mặt cầu  có tâm  và cắt mặt phẳng  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng .

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**



.



Vậy 

1. . Trong không gian , cho điểm . Gọi  là mặt phẳng đi qua  và cắt các trục tọa độ tại , ,  sao cho  là trực tâm tam giác . Phương trình mặt phẳng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử , , .

Khi đó mp  có dạng: .

Ta có , , , .

Do  là trực tâm tam giác  nên: .

S là: 

.

**DẶN DÒ**

**1. Xem lại các dạng bài tập trên**

**2. Xem trước bài PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1. **[2H3-2.6-1] (THPT Thạch Thành I-Thanh Hóa-Năm 2018-2019)** Trong không gian , khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, ta có:

.

1. **[2H3-2.6-2] (Vted - Đề số 09 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian , phương trình mặt phẳng  song song và cách mặt phẳng  một khoảng bằng 1; đồng thời  không qua  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  nên  với 

( để  và  không trùng nhau;  vì  không qua )

Lấy điểm .

Vì .

.

Vậy phương trình mặt phẳng 

1. **[2H3-2.12-1] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 05 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian , mặt phẳng đi qua  điểm , ,  có phương trình là

**A. **. **B. **. **C.** . **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng đi qua  điểm ,  và  có phương trình dạng:

.

1. **[2H3-2.12-2] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - Lần 03 - Năm - 2018 -2019)** Trong không gian  cho điểm . Gọi  lần lượt là hình chiếu của trên các trục . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  và  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Tọa độ các hình chiếu là ,  và .

Mặt phẳng  có phương trình  .

1. **[2H3-2.12-2] (Vted - Đề số 12 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian , cho điểm  . Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục tọa độ   lần lượt tại    sao cho  là trọng tâm của tứ diện .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  , vì là trọng tâm của tứ diện  nên . Suy ra .

 Do đó, phương trình mặt phẳng  qua cần tìm là .

1. **[2H3-2.6-2] (Vted - Đề số 20 - Năm 2018-2019)** Trong không gian , cho ba điểm   với  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn . Khoảng cách từ gốc tọa độ  đến mặt phẳng  có giá trị lớn nhất bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình của mặt phẳng  là 

Suy ra .

Do đó  lớn nhất  nhỏ nhất.

Ta có .

Mặt khác , dấu bằng xảy ra khi .

Vậy khoảng cách từ gốc tọa độ  đến mặt phẳng  có giá trị lớn nhất bằng .

1. **[2H3-2.6-3] (Vted - Đề số 13 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian  cho ba điểm **.** Số mặt phẳng đi qua gốc tọa độ  và cách đều ba điểm  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  là mặt phẳng đi qua . Khi đó phương trình  có dạng: .

 cách đều ba điểm **.**

1. **[2H3-2.12-3] (ĐTD - Đề 18 - Năm 2018-2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho điểm . Gọi  là mặt phẳng qua  sao cho  cắt các trục tọa độ tại các điểm  sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ tới  là lớn nhất. Thể tích khối tứ diện  là?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  khi  có .

.

1. **[2H3-2.8-1] (Chuyên Vinh - Lần 3 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian , cho điểm  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu tâm  và tiếp xúc với  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Mặt cầu tâm  và tiếp xúc với  .

Phương trình mặt cầu tâm  và tiếp xúc với  là: .

1. **[2H3-2.8-2] (THPT Yên Dũng 2 - Bắc Giang - Lần 04 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu  có tâm . Biết mặt phẳng  cắt  theo giao tuyến là đường tròn bán kính bằng 2, tính bán kính  của mặt cầu .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  là hình chiếu của  lên .

Giao tuyến mặt cầu  và mặt phẳng  là hình tròn tâm  bán kính .

Khoảng cách từ  tới mặt phẳng  là .

Bán kính mặt cầu là .

1. **[2H3-2.8-4] (ĐTD - Đề tuần 16 - Năm 2018-2019)** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt phẳng . Có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng  và tiếp xúc với ba trục tọa độ ?

**A.** 8 mặt cầu **B.** 4 mặt cầu **C.** 3 mặt cầu **D.** 1 mặt cầu

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi tâm , ta có . Vì 



Nếu 

Nếu 

Nếu (Loại)

Nếu 

Vậy có tất cả 3 mặt cầu thỏa mãn điều kiện của bài toán đưa ra.