**Chương 14: Bài 59. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN.**

**Tên FB: Lienxonhoc. Email:ngoclinh875ls@gmail.com**

**🗸.Dạng 1: diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị**

✝❶**\_Tóm tắt lý thuyết cơ bản:**

**🞠. *Diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đường cong và trục hoành:*** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

❶. Đồ thị  của hàm số  liên tục trên đoạn , trục hoành , đường thẳng  thì  .

❷. Trong trường hợp dấu của  thay đổi trên đoạn  tại  thì 

**🞠*. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong:***

❶. Đồ thị  của hàm số  liên tục trên đoạn , đường thẳng  thì .

❷. Trong trường hợp dấu của  thay đổi trên đoạn  thì giải phương trình



+) Nếu (1) vô nghiệm thì .



+) Nếu (1) có nghiệm thuộc .. giả sử thì



✝❷**\_Phương pháp Casio:**

**①. Shift solve hoặc sử dụng table để tìm nghiệm của  hoặc **



**②. Thực hiện tính tích phân.**



**③. Kiểm tra đáp án.**

✝❸**\_Phương pháp tính nhanh: diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số** **cắt trục hoành tại 2 điểm**  **và trục hoành (** **)**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành là **.**

**⮱. Quy tắc xét dấu CasiO:**

|  |
| --- |
| ***Để lập bảng xét dấu của một biểu thức***  ***ta có các bước :***  ***①-Bước 1.*** Tìm nghiệm của biểu thức , hoặc giá trị của *x* làm biểu thức không xác định.  ***②-Bước 2.*** Sắp xếp các giá trị của *x* tìm được theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.  ***③-Bước 3.***Sử dụng máy tính tìm dấu của trên từng khoảng của bảng xét dấu. |

**🗵\_ Bài tập minh họa trong các đề đã thi của BGD. *(5-10 câu) hoặc có thể tìm thêm.***

|  |
| --- |
| **Câu 1:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục  và đường thẳng . Tính  hình phẳng trên.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  +) Tìm nghiệm của phương trình  H2[qr    { Theo tôi có thể tạo khung cho ảnh cho dễ nhìn}  +) Thử với các đáp án  yH2[$$0$2-(H4-1)=  yH2[$$0$2-1a2(H4-1)= | **②\_Bài học kinh nghiệm**  Với hàm số mũ, phương trình  theo lý thuyết là vô nghiệm nhưng máy tính chỉ hiển thị là  dễ gây hiểu lầm cho học sinh. |

|  |
| --- |
| **Câu 2: (Đề tham khảo BGD 2017)** Gọilà diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường , trục hoành và hai đường thẳng , (như hình vẽ bên dưới). Đặt ,, mệnh đề nào sau đây đúng?      **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  ye[^3$$-1$2=    y[^3$$0$2$y[^3$$-1$0= | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **Với những bài lý thuyết dạng này thì nhìn đồ thị dễ hơn. (đường trên trừ đường dưới)** |

|  |
| --- |
| **Câu 3: (THPT QG 2019 Mã đề 101)** Cho hàm số liên tục trên . Gọi là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường , , và (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?  *O*  -1  1  4    *y*  *x*    **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  ye[^3$$-1$2=    y[^3$$0$2$y[^3$$-1$0= | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 4: (Đề** **tham** **khảo** **BGD** **năm** **2017-2018)** Cho là hình phẳng giới hạn bởi parabol , cung tròn có phương trình (với ) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của bằng    **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  w 8 s4-[d$s3$Q[d    =0=2=0.1    =    ys3$Q[d$$0$1$+ys4-[d$$1$2$=    MSTO A.  Thử so sánh với đáp án    Chọn B | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Tìm hoành độ giao điểm với các phương trình siêu việt (căn, mũ…) thường gặp lỗi bộ nhớ (với shift solve) nên phương pháp sử dụng Table để tính gần đúng giá trị để tìm nghiệm hiệu quả hơn.** |

|  |
| --- |
| **Câu 5: (Đề Chính Thức 2018 - Mã 102)** Cho hai hàm số và với . Biết rằng đồ thị của hàm số và cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị có diện tích bằng?    **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  w913-8=4=-2=4=-1=1=-1=4=1=1=1=4=  ==  y2[qD+4[d-2[-4$$-2$-1+ y2[qD+4[d-2[-4$$-1$1=    Chọn A | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **Việc coi  thành một hàm bậc ba có 3 nghiệm  khiến bài toán phức tạp trở nên dễ giải với sự hỗ trợ của máy tính.** |

**#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

**🗵\_ Bài tập áp dụng rèn luyện trong các đề thi thử năm 2019. *(10-15 câu)***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3NB** | **4TH** | **2VD** | **1VDC** |

|  |
| --- |
| **Câu 1:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  bằng  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  yqe[d$$1$2= | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 2:** Tính diện tích  của hình phẳng (phần gạch sọc) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  trong hình sau    **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  ys[$$0$2+ys[$-([-2)$$2$4=        Chọn B | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **Dùng máy 570ES, 570VN hay 580VNX đều cùng quy trình.**  **Cần chú ý nhắc học sinh lỗi hay gặp**    **là một phép tính sai do dư phần đồ thị dưới trục hoành** |

|  |
| --- |
| **Câu 3: (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019)** Tính diện tích  của hình phẳng giới hạn bởi các đường , , , . **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  yq(Q[d-2Q[$$-10$10=  . | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **Đối với 570VN thì có lỗi sai nên cho ra kết quả**    **Do đó với các dòng máy 570ES,570VN cần chia theo các khoảng đổi dấu.** |

|  |
| --- |
| **Câu 4:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  và  là  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  yq(Q[D-6Q[d+11Q[-6$$1$3= | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 5:** Tính diện tích  của hình phẳng  giới hạn bởi các đường cong  và .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  yq(Q[D-Q[d-12Q[  $$-3$4= | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **Máy 580VNX cho độ trễ thấp hơn so với 570VN. Lý do của độ trễ là sự đổi dấu của hàm  khi qua giao điểm hai đồ thị. Hàm càng phức tạp độ trễ càng cao.** |

**#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |
| --- |
| **Câu 6:** Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của  bằng  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  yq(aQ[-1RQ[+1  $$0$1$(2h2)-1)= | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **Với những bài có kết quả là các hàm số siêu việt (logarit, căn bậc cao…) thì nên trừ để thử các đáp án.** |

|  |
| --- |
| **Câu 7: (Bình Minh - Ninh Bình - Lần 4 - 2018)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  và ?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  yq(Q[q^5$-Q[D$$-1$1$= | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 8: (Đề Chính Thức 2018 - Mã 103)** Cho hai hàm số và . Biết rằng đồ thị của hàm số và cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt (tham khảo hình vẽ).  Nguyễn Phú Hòa  Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng    **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  w913-27=9=-3=a3R2=-1=1=-1=a3R2=8=4=2=a3R2=  STO z=  STO x=  STO u=  yq(a1R4Q[D+a1R2Q[d-a5R4Q[-a3R2$$-3$2$STO z =  Chọn C | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 9:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  và đồ thị hàm số  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  w9231=1=-2=0=    yq(Q[D-Q[-(Q[-Q[d$$-2$1$STO z =    Qz- a37$12=  Chọn A | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 10: (Đề Chính Thức 2018 - Mã 104)** Cho hai hàm số và , . Biết rằng đồ thị của hàm số và cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là ; ; (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng  Trang Vu    **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải #Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  w91327=9=3=a-3R2=-1=1=-1=-a3R2=-8=4=-2=-a3R2=    STO z=  STO x=  STO u=  yq(-a1R4Q[D+a1R2Q[d+  a5R4Q[+a3R2$$-2$3$STO z =  Chọn A | **②\_Bài học kinh nghiệm** |