

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Câu 1. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Xét sự tương đương của hai phương trình sau: $\frac{x-1}{x+1}=0$ và $x^2-1=0$.

Lời giải

+) Ta có: $\frac{x-1}{x+1}=0$, điều kiện $x \neq -1$.

Khi đó, $\frac{x-1}{x+1}=0$ khi $x-1=0$ hay $x=1$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm của phương trình $\frac{x-1}{x+1}=0$ là $S_1 = \{1\}$.

+) Phương trình $x^2-1=0$ được viết lại thành $(x-1)(x+1)=0$, từ đó ta tìm được $x=1$ hoặc $x=-1$, do đó tập nghiệm của phương trình $x^2-1=0$ là $S_2 = \{-1; 1\}$.

+) Nhận thấy S_1, S_2 , vậy hai phương trình đã cho không tương đương.

Câu 2. Phương trình $x^2=3x$ tương đương với phương trình nào trong bốn phương trình sau ?

(1): $x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}$ (2): $x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}$

(3): $x^2 \sqrt{x-3} = 3x \sqrt{x-3}$ (4): $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}$

Lời giải

(1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$ (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x(\sqrt{x-3})^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$

(2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$ (4): $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow x^2 = 3x$

Vậy (4) tương đương với phương trình đã cho

Câu 3. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và $(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0$ (2)

Lời giải

Giả sử hai phương trình (1) và (2) tương đương

Ta có (1) $\Leftrightarrow (x-1)(mx-m+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ mx-m+2=0 \end{cases}$

Do hai phương trình tương đương nên $x=1$ là nghiệm của phương trình (2)

Thay $x=1$ vào phương trình (2) ta được

$$(m-2) \cdot 3 + m^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -5 \end{cases}$$

• Với $m = -5$: Phương trình (1) trở thành $-5x^2 + 12x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{7}{5} \end{cases}$

Phương trình (2) trở thành $-7x^2 - 3x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{10}{7} \end{cases}$

Suy ra hai phương trình không tương đương

• Với $m = 4$: Phương trình (1) trở thành $4x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$

Phương trình (2) trở thành $2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Suy ra hai phương trình tương đương

Vậy $m = 4$ thì hai phương trình tương đương.

Câu 4. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $2x^2 + mx - 2 = 0$ (1) và $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ (2)

Lời giải

Giả sử hai phương trình (3) và (4) tương đương

Ta có $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0 \hat{=} (x+2)(2x^2 + mx - 2) = 0$

$\hat{=} \begin{cases} x = -2 \\ 2x^2 + mx - 2 = 0 \end{cases}$

Do hai phương trình tương đương nên $x = -2$ cũng là nghiệm của phương trình (3) Thay

$x = -2$ vào phương trình (3) ta được $2(-2)^2 + m(-2) - 2 = 0 \hat{=} m = 3$

• Với $m = 3$ phương trình (3) trở thành $2x^2 + 3x - 2 = 0 \hat{=} \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Phương trình (4) trở thành $2x^3 + 7x^2 + 4x - 4 = 0 \hat{=} (x+2)^2(2x+1) = 0$

$\hat{=} \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Suy ra phương trình (3) tương đương với phương trình (4)

Vậy $m = 3$.

DẠNG 2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 5. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

- a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 b) $\sin 3x = -\sin 5x$.

Lời giải

a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \vee x = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$
 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \vee x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

Vậy phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$ và $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$

b) $\sin 3x = -\sin 5x$
 $\Leftrightarrow \sin 3x = \sin(-5x)$
 $\Leftrightarrow 3x = -5x + k2\pi \vee 3x = \pi - (-5x) + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$
 $\Leftrightarrow 3x = -5x + k2\pi \vee 3x = \pi + 5x + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$
 $\Leftrightarrow 8x = k2\pi \vee -2x = \pi + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$
 $\Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{4} \vee x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ và $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$

Câu 6. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

- a) $2\cos x = -\sqrt{2}$;
 b) $\cos 3x - \sin 5x = 0$

Lời giải

a) $2\cos x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{3\pi}{4}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \vee x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$ và $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

b) $\cos 3x - \sin 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = \sin 5x$
 $\Leftrightarrow \cos 3x = \frac{\pi}{2} - 5x + k2\pi \vee 3x = -\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$
 $\Leftrightarrow 8x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \vee 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$
 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4} \vee x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ và $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$

Câu 7. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Khi Mặt Trăng quay quanh Trái Đất, mặt đối diện với Trái Đất thường chỉ được Mặt Trời chiếu sáng một phần. Các pha của Mặt Trăng mô tả mức độ phần bề mặt của nó được

Mặt Trời chiếu sáng. Khi góc giữa Mặt Trời, Trái Đất và Mặt Trăng là $\alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ)$ thì tỉ lệ F của phần Mặt Trăng được chiếu sáng cho bởi công thức

$$F = \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha).$$



(Theo trang usno.navy.mil).

Xác định góc α tương ứng với các pha sau của Mặt Trăng:

- $F = 0$ (trăng mới);
- $F = 0,25$ (trăng lưỡi liềm);
- $F = 0,5$ (trăng bán nguyệt đầu tháng hoặc trăng bán nguyệt cuối tháng);
- $F = 1$ (trăng tròn).

Lời giải

a) Với $F = 0$, ta có $\frac{1}{2}(1 - \cos \alpha) = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = k2\pi, k \in \mathbf{Z}$

b) Với $F = 0,25$, ta có $\frac{1}{2}(1 - \cos \alpha) = 0,25 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \cos \alpha = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $\alpha = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

c) Với $F = 0,5$, ta có $\frac{1}{2}(1 - \cos \alpha) = 0,5 \Leftrightarrow \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$

d) Với $F = 1$, ta có $\frac{1}{2}(1 - \cos \alpha) = 1 \Leftrightarrow \cos \alpha = -1 \Leftrightarrow \alpha = \pi + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$

Câu 8. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

- $\sqrt{3} \tan 2x = -1$;
- $\tan 3x + \tan 5x = 0$.

Lời giải

a) $\sqrt{3} \tan 2x = -1 \Leftrightarrow \tan 2x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \tan 2x = \tan \left(-\frac{\pi}{6} \right)$

$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$

$x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là

b) $\tan 3x + \tan 5x = 0$

$\Leftrightarrow \tan 3x = -\tan 5x$

$\Leftrightarrow \tan 3x = \tan(-5x)$

$\Leftrightarrow 3x = -5x + k\pi, k \in \mathbf{Z}$

$\Leftrightarrow 8x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$

$\Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{8}, k \in \mathbf{Z}$

$x = k\frac{\pi}{8}, k \in \mathbf{Z}$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là

Câu 9. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

- a) $\cot x = 1$;
 b) $\sqrt{3} \cot x + 1 = 0$.

Lời giải

a) $\cot x = 1 \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$
 $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là

b) $\sqrt{3} \cot x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cot x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\Leftrightarrow \cot x = \cot \left(-\frac{\pi}{3} \right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$

$x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là

Câu 10. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Sử dụng máy tính cầm tay, tìm số đo độ và radian của góc α , biết:

- a) $\cos \alpha = -0,75$;
 b) $\tan \alpha = 2,46$;
 c) $\cot \alpha = -6,18$.

Lời giải

a) $\cos \alpha = -0,75$

+ Để tìm số đo độ của góc α , ta bấm phím như sau:

SHIFT MODE 3 SHIFT cos - 0 . 7 5 = ° ' "

Màn hình hiện kết quả là: $138^{\circ} 35' 25,36''$.

Vậy $\alpha \approx 138^{\circ} 35' 26''$.

+ Để tìm số đo radian của góc α , ta bấm phím như sau:

SHIFT MODE 4 SHIFT cos - 0 . 7 5 =

Màn hình hiện kết quả là: $2,418858406$.

Vậy $\alpha \approx 2,41886$ rad.

b) $\tan \alpha = 2,46$

+ Để tìm số đo độ của góc α , ta bấm phím như sau:

SHIFT MODE 3 SHIFT tan 2 . 4 6 = ° ' "

Màn hình hiện kết quả là: $67^{\circ} 52' 41,01''$.

Vậy $\alpha \approx 67^{\circ} 52' 41''$.

+ Để tìm số đo radian của góc α , ta bấm phím như sau:

SHIFT MODE 4 SHIFT tan 2 . 4 6 =

Màn hình hiện kết quả là: $1,184695602$.

Vậy $\alpha \approx 1,1847$ rad.

c) $\cot \alpha = -6,18$

+ Để tìm số đo độ của góc α , ta bấm phím như sau:

Màn hình hiện kết quả là: $-9^{\circ} 11' 29,38''$.

Vậy $\alpha \approx -9^\circ 11' 30''$.

+ Để tìm số đo radian của góc α , ta bấm phím như sau:

SHIFT MODE 3 SHIFT tan 1 ÷ - 6 . 1 8 = ° ' ''

Màn hình hiện kết quả là: $-0,1604218219$.

Vậy $\alpha \approx -0,16042$ rad.

Câu 11. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $2 \cos x = -\sqrt{2}$

c) $\sqrt{3} \tan\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = 1$;

d) $\cot(2x - 1) = \cot \frac{\pi}{5}$

Lời giải

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$ và $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

b) $2 \cos x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{3\pi}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \vee x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$ và $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$

c) $\sqrt{3} \tan\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = 1 \Leftrightarrow \tan\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \tan\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \tan 30^\circ$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2} + 15^\circ = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow x = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbf{Z}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbf{Z}$

d) $\cot(2x - 1) = \cot \frac{\pi}{5} \Leftrightarrow 2x - 1 = \frac{\pi}{5} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{10} + \frac{1}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \frac{\pi}{10} + \frac{1}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$

Câu 12. Giải các phương trình sau:

a) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

$$b) \sin(3x - 30^\circ) = \sin 45^\circ$$

$$c) \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$$

$$d) \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \quad e) \cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$f) \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{4} - 2x\right)$$

$$g) \cos(2x + 25^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad h) \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = -\frac{1}{4}$$

Lời giải

$$a) \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = \sin t \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} = t + k2\pi \\ \frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} = \pi - t + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2t + k4\pi \\ x = \frac{8\pi}{3} - 2t + k4\pi \end{cases}$$

đặt

$$b) \sin(3x - 30^\circ) = \sin 45^\circ \Rightarrow \begin{cases} 3x - 30^\circ = 45^\circ + k360^\circ \\ 3x - 30^\circ = 180^\circ - 45^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25^\circ + k120^\circ \\ x = 55^\circ + k120^\circ \end{cases}$$

$$c) \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \Rightarrow \begin{cases} 3x - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{6} - x + k2\pi \\ 3x - \frac{3\pi}{4} = \pi - \left(\frac{\pi}{6} - x\right) + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{48} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{19\pi}{24} + k\pi \end{cases}$$

$$d) \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 4x - \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}$$

$$e) \cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow -x + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} - k2\pi$$

$$f) \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{4} - 2x\right) \Rightarrow \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(5x - \frac{\pi}{3}\right)\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6} - 5x\right)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{5\pi}{6} - 5x\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{4} - 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5\pi}{6} - 5x = \frac{7\pi}{4} - 2x + k2\pi \\ \frac{5\pi}{6} - 5x = \pi - \left(\frac{7\pi}{4} - 2x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11\pi}{36} - \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{19\pi}{84} - \frac{k2\pi}{7} \end{cases}$$

$$g) \cos(2x + 25^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos(2x + 25^\circ) = \cos 135^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 25^\circ = 135^\circ + k360^\circ \\ 2x + 25^\circ = -135^\circ + k360^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 55^\circ + k180^\circ \\ x = -80^\circ + k180^\circ \end{cases}$$

h)

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = -\frac{1}{4}; \cos t = -\frac{1}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \cos t \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 2x = t + k2\pi \\ \frac{\pi}{6} - 2x = -t + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} - \frac{t}{2} - k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{t}{2} - k\pi \end{cases}$$

Câu 13. Giải các phương trình sau:

a) $\tan(2x - 1) = \tan\left(-x + \frac{\pi}{3}\right)$

b) $\tan(3x - 10^\circ) = \sqrt{3}$

c) $3 \tan\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$

d) $\cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

e) $2 \cot(3x) = 3$

f) $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(-2x + \frac{\pi}{6}\right)$

Lời giải

a) $\tan(2x - 1) = \tan\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow 2x - 1 = -x + \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}$

b) $\tan(3x - 10^\circ) = \sqrt{3} \Rightarrow \tan(3x - 10^\circ) = \tan 60^\circ \Rightarrow 3x - 10^\circ = 60^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{70^\circ}{3} + k60^\circ$

c) $3 \tan\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{3} = \tan t \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{6} = t + k\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{18} + \frac{t}{3} + \frac{k\pi}{3}$

d) $\cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow \cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cot \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$

e) $2 \cot(3x) = 3 \Rightarrow \cot(3x) = \frac{3}{2}$ đặt $\cot t = \frac{3}{2} \Rightarrow \cot(3x) = \cot t \Rightarrow 3x = t + k\pi \Rightarrow x = \frac{t}{3} + \frac{k\pi}{3}$

f) $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(-2x + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = -2x + \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN CÓ ĐIỀU KIỆN NGHIỆM

Câu 14. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hoà là vị trí vật đứng yên, khi đó $x = 0$, ta có

$$2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k, k \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow t = \frac{2\pi}{15} + k \frac{\pi}{5}, k \in \mathbf{Z}$$

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, tức là $0 \leq t \leq 6$ hay

$$0 \leq \frac{2\pi}{15} + k \frac{\pi}{5} \leq 6 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{90 - 2\pi}{3\pi}$$

Vì $k \in \mathbf{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

Câu 15. 1. Tìm nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

a) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) = -1$

b) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

c) $\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

2. Tìm nghiệm thuộc khoảng $[-\pi; \pi]$

a) $\cot\left(-x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$

b) $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$

c) $\tan(-x) = \tan(2x + 1)$

Lời giải

1. Tìm nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

a) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} + 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

$-\frac{\pi}{4} < -\frac{\pi}{3} + k\pi < 2\pi \Rightarrow k = 1; 2 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$.

b) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = -x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases}$

$x \in \left(-\frac{\pi}{4}; 2\pi\right) \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} \\ k = 0; 1; 2 \Rightarrow x = 0; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \end{cases}$

Với

c) $\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$

$$-\frac{\pi}{4} < \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} < 2\pi \Rightarrow k = 0; 1; 2; 3 \Rightarrow x = \left\{ \frac{5\pi}{24}; \frac{17\pi}{24}; \frac{29\pi}{24}; \frac{41\pi}{24} \right\}$$

2. Tìm nghiệm thuộc khoảng $[-\pi; \pi]$

a)

$$\cot\left(-x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow -x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} - k\pi$$

$$x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow k = 0; 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}$$

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases}$$

b)

$$x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ k = 0 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

$$\tan(-x) = \tan(2x+1) \Leftrightarrow -x = 2x+1+k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} - \frac{k\pi}{3}$$

c)

$$x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow k = -3; -2; -1; 0; 1; 2 \Rightarrow x = \left\{ -\frac{1}{3} + \pi; -\frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3}; -\frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3}; -\frac{1}{3} + \frac{\pi}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3} - \frac{\pi}{3}; -\frac{1}{3} - \frac{2\pi}{3} \right\}$$

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 16. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau: a) $\sin 2x + \cos 4x = 0$;

b) $\cos 3x = -\cos 7x$.

Lời giải

$$\text{a) } \sin 2x + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\sin 2x \Leftrightarrow \cos 4x = \sin(-2x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (-2x)\right) \Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + 2x + k2\pi \vee 4x = -\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z}) \quad \text{và} \quad x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là

$$\text{b) } \cos 3x = -\cos 7x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos(\pi + 7x)$$

$$\Leftrightarrow 3x = \pi + 7x + k2\pi \vee 3x = -(\pi + 7x) + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \vee x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} (k \in \mathbf{Z})$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z}) \quad \text{và} \quad x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} (k \in \mathbf{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là

Câu 17. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu

$v_0 = 500 \text{ m/s}$ hợp với phương ngang một góc α . Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không

khí và coi quả đạn được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình

$$y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha, \text{ ở đó } g = 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ là gia tốc trọng trường.}$$

- a) Tính theo góc bắn α tầm xa mà quả đạn đạt tới (tức là khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm quả đạn chạm đất).
 b) Tìm góc bắn α để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22000 m .
 c) Tìm góc bắn α để quả đạn đạt độ cao lớn nhất.

Lời giải

Vì $v_0 = 500 \text{ m/s}, g = 9,8 \text{ m/s}^2$ nên ta có phương trình quỹ đạo của quả đạn là

$$y = \frac{-9.8}{2 \times 500^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha \text{ hay } y = \frac{-49}{2500000 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

a) Quả đạn chạm đất khi $y = 0$, khi đó $y = \frac{-49}{2500000 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$

$$\Leftrightarrow x \left(\frac{-49}{2500000 \cos^2 \alpha} x + \tan \alpha \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{2500000 \cos^2 \alpha \times \tan \alpha}{49}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{2500000 \cos \alpha \sin \alpha}{49}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1250000 \sin 2\alpha}{49}$$

Loại $x = 0$ (đạn pháo chưa được bắn).

$$x = \frac{1250000 \sin 2\alpha}{49} \text{ (m)}$$

Vậy tầm xa mà quả đạn đạt tới là

b) Để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22000 m thì $x = 22000 \text{ m}$.

$$\frac{1250000 \sin 2\alpha}{49} = 22000 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{539}{625}$$

Khi đó

Gọi $\beta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ là góc thỏa mãn $\beta = \frac{539}{625}$. Khi đó ta có: $\sin 2\alpha = \sin \beta$

$$\Leftrightarrow 2\alpha = \beta + k2\pi \text{ hoặc } 2\alpha = \pi - \beta + k2\pi (k \in \mathbf{Z})$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{\beta}{2} + k\pi \quad \text{hoặc} \quad \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$$

c) Hàm số $y = \frac{-49}{2500000 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$ là một hàm số bậc hai có đồ thị là một parabol có tọa độ đỉnh $I(x_I; y_I)$ là

$$\begin{cases} x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{\tan \alpha}{2 \times \frac{-49}{2500000 \cos^2 \alpha}} = \frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49} \\ y_I = f(x_I) = \frac{-49}{2500000 \cos^2 \alpha} \left(\frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49} \right)^2 + \frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49} \tan \alpha \end{cases}$$

$$\text{Hay } \begin{cases} x_I = \frac{1250000 \cos \alpha \sin \alpha}{49} \\ y_I = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49} \end{cases}$$

Do đó, độ cao lớn nhất của quả đạn là $y_{\max} = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49}$

Ta có $y_{\max} = \frac{625000 \sin^2 \alpha}{49} \leq \frac{625000}{49}$, dấu "=" xảy ra khi $\sin^2 \alpha = 1$ hay $\alpha = 90^\circ$.

Như vậy góc bắn $\alpha = 90^\circ$ thì quả đạn đạt độ cao lớn nhất.

Câu 18. Giải các phương trình sau:

a) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

b) $\tan 3x + \tan x = 0$

Lời giải

a) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x - \frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} - 2x + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{15} + k\frac{2\pi}{5} \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

b) $\tan 3x + \tan x = 0$

ĐK: $\cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$; $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\tan 3x = -\tan x = \tan(-x) \Leftrightarrow 3x = -x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = k\pi$

Câu 19. Giải các phương trình sau:

a) $\cos^2\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sin^2\left(2x + \frac{4\pi}{5}\right)$

b) $4\cos^2(2x - 1) = 1$

Lời giải

a) $\cos^2\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sin^2\left(2x + \frac{4\pi}{5}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos\left(2x - \frac{2\pi}{5}\right)}{2} = \frac{1 - \cos\left(4x + \frac{8\pi}{5}\right)}{2}$

$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{2\pi}{5}\right) = -\cos\left(4x + \frac{8\pi}{5}\right) = \cos\left(\pi - 4x - \frac{8\pi}{5}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{2\pi}{5} = \pi - 4x - \frac{8\pi}{5} + k2\pi \\ 2x - \frac{2\pi}{5} = -\pi + 4x + \frac{8\pi}{5} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{30} + \frac{k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 4 \cos^2(2x-1) = 1 &\Leftrightarrow \cos^2(2x-1) = \frac{1}{4} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos(2x-1) = \frac{1}{2} \\ \cos(2x-1) = -\frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x-1 = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x-1 = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x-1 = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}
 \end{aligned}$$

Câu 20. Giải các phương trình sau:

- a) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$
 b) $8 \sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \sqrt{2}$
 c) $\cos 3x - \cos 5x = \sin x$
 d) $\sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \cos x + \cos 2x + \cos 3x &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2 \cos \left(\frac{x+3x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{x-3x}{2} \right) + \cos 2x &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x &= 0 \Leftrightarrow \cos 2x (2 \cos x + 1) = 0
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 8 \sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x &= \sqrt{2} \\
 \Leftrightarrow 4 \sin 4x \cdot \cos 4x &= \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 8x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{c) } \cos 3x - \cos 5x = \sin x$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin \left(\frac{3x+5x}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{3x-5x}{2} \right) = \sin x$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin 4x \sin(-x) = \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin x (2 \sin 4x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 4x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

d) $\sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$
 $\Leftrightarrow 2 \cos 5x \sin 5x = \cos 5x$
 $\Leftrightarrow \cos 5x (2 \sin 2x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 5x = 0 \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

Câu 21. Giải các phương trình sau:

a) $\cot\left(\frac{5\pi}{3} - 3x\right) - \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

b) $\cot x \cdot \cot 2x = -1$

Lời giải

a) ĐK: $\begin{cases} \sin\left(\frac{5\pi}{3} - 3x\right) \neq 0 \\ \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \end{cases}$

$$\cot\left(\frac{5\pi}{3} - 3x\right) - \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{3} + 3x\right) = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{7\pi}{6} + 3x = \frac{\pi}{3} + 2x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k\pi \quad (\text{thỏa đk})$$

b) ĐK: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq k\frac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\cot x \cdot \cot 2x = -1 \Leftrightarrow \cot 2x = -\tan x = \tan(-x)$$

$$\Leftrightarrow \cot 2x = \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

không thoạt điều kiện nên PT vô nghiệm.

Câu 22. Giải các phương trình sau:

a) $\tan x = 3 \cot x$

b) $2 \sin^2 x + \cos 2x = 2$

Lời giải

a) ĐK: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

$$\tan x = 3 \cot x \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 3 \frac{\cos x}{\sin x} \Leftrightarrow \sin^2 x = 3 \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

b) $2\sin^2 x + \cos 2x = 2 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 1 - 2\sin^2 x = 2$

$\Leftrightarrow 1 = 2$ vô lý nên PT vô nghiệm.

Câu 23. Giải các phương trình: $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 3\sin x + \cos x + 2$

Lời giải

$$\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 3\sin x + \cos x + 2 \Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 3\sin x + \cos x + 2$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1 = 3\sin x + \cos x + 2$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x - 3)(\sin x + \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{3}{2} : VN \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 24. Giải các phương trình: $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

Lời giải

$$1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \cos x + 2\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \cos x + 2\cos x(\sin x + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(2\cos x + 1) = 0$$

$$\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$$

Câu 25. Giải các phương trình: $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$

Lời giải

$$(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = 2\sin x \cos x - \sin x$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\sin x + \cos x) = 0$$

$$\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$$

Câu 26. Giải các phương trình: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

Lời giải

$$\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\sin 2x \sin x - 2\sin^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x(2 \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 27. Tìm m để:

a) Phương trình $\sin x = m$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

b) Phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Lời giải

a) Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $-1 < \sin x < 1 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

b) $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin 2x = m \end{cases}$$

Nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ suy ra $x = \frac{\pi}{3}$ là nghiệm của phương trình)

Để phương trình có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ thì phương trình $\sin 2x = m$ có 1 nghiệm

thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ khác $\frac{\pi}{3}$ (*)

Ta có $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow 2x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ hay $2x \in [0; 2\pi]$

Từ (*) suy ra $m = 1$ hoặc $m = -1$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>