**ĐỀ THI CHỌN HSG TOÁN 11 CẤP TRƯỜNG THPT THƯỜNG XUÂN 2 - THANH HÓA** - **NĂM HỌC 2017 – 2018**

**Câu 1.** Giải các phương trình lượng giác sau:

a. .

b. .

**Lời giải**

a. 



 vô nghiệm

Kết luận phương trình có các nghiệm 

b. 





Kết luận phương trình có các nghiệm là .

**Câu 2.** Tính giới hạn 

**Lời giải**





**Câu 3.** Cho dãy số  được xác định:.

Xác định công thức tổng quát của dãy số .

**Lời giải**

Ta có 

Đặt 

Ta có 

Suy ra 

Vậy Công thức tổng quát của  là:

, với 

**Câu 4.** Tìm số hạng chứa  trong khai triển biểu thức  thành đa thức.

**Lời giải**





Số hạng chứa tương ứng với số hạng chứa *k* và *i* thỏa mãn 

Vì  nên  hoặc 

Vậy hệ số của số hạng chứa  là: 

**Câu 5.** Cho  là một cấp số cộng thỏa mãn . Tính 

**Lời giải**

Tìm được 

Tính đươc 

**Câu 6.** Cho tập . Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau từ tập *X.* Chọn ngẫu nhiên một số vừa lập, tính xác suất để chọn được một số có đúng 3 chữ số chẵn và 3 chữ số chẵn xếp kề nhau.

**Lời giải**

Số các số có 6 chữ số đôi một khác nhau là  số

Để thành lập số có đúng 3 chữ số chẵn mà các chữ số chẵn xếp kề nhau xem như thành lập một số có 4 chữ số và 3 chữ số chẵn là 1 chữ số nên ta thực hiện như sau:

- Chọn vị trí cho 3 chữ số chẵn có 4 vị trí,với mỗi vị trí :

+ Chọn 3 chữ số chẵn trong 4 chữ số chẵn rồi sắp xếp ta có  cách

+ Chọn 3 chữ số lẻ trong 4 chữ số lẻ rồi sắp xếp ta có  cách

Do đó có tất cả . số

Vậy Xác suất cần tìm là 

**Câu 7.** Cho tứ diện *ABCD*, hai mặt *ABC* và *ABD* là hai tam giác đều cạnh .

a. Chứng minh rằng *AB* và *CD* vuông góc với nhau. Gọi *M, N, P, Q* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC, BC, BD, DA*. Chứng minh rằng tứ giác *MNPQ* là hình chữ nhật.

b. Tính góc giữa hai đường thẳng *BC* và *AD*, biết 

c. Gọi *BH* là độ dài đường cao của tam giác *BCD*, *H* nằm trên *CD* sao cho *CD*, *BH*, *BD* theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tìm công bội của cấp số nhân đó và tính độ dài đoạn *CD* .

**Lời giải**

a.



Ta có: 



Vậy *CD* ⊥ *AB*

\* Ta có: *MN* // *PQ* // *AB* và 

Nên tứ giác *MNPQ* là hình bình hành

Vì *MN* // *AB* và *NP* // *CD* mà *AB* ⊥ *CD* nên hình bình hành *MNPQ* là hình chữ nhật.

b. Gọi *I* là trung điểm của *AB*. Ta có: .

Xét tam giác *IMP* có: .

Do đó, 

Vậy: 

c. Theo bài ra: *CD*, *BH*, *BD* theo thứ tự lập thành cấp số nhân .

Gọi *q* là công bội của cấp số nhân trên , *q* >0.

Khi đó ta có: 

 (Vì tam giác *BCD* cân tại B).

Trong tam giác *BHD* vuông tại *H* nên ta có: Khi đó : 



Do 

Vậy .

Khi đó : .

-- HẾT –