

ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 7-SỐ NGUYÊN
CHỦ ĐỀ 2: BỘI VÀ ƯỚC CỦA SỐ NGUYÊN

PHẦN I.TÓM TẮT LÝ THUYẾT

A. Các định nghĩa

1. Ước và Bội của một số nguyên

Với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$. Nếu có số nguyên q sao cho $a = bq$ thì ta nói a chia hết cho b . Ta còn nói a là bội của b và b là ước của a .

2. Nhận xét

- Nếu $a = bq$ thì ta nói a chia cho b được q và viết $a : b = q$
- Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0. Số 0 không phải là ước của bất kì số nguyên nào.
- Các số 1 và -1 là ước của mọi số nguyên.

3. Liên hệ phép chia có dư với phép chia hết.

Nếu số tự nhiên a chia cho số tự nhiên b được số dư là k thì số $(a - k) : b$

4. Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.

Ước chung của các số a, b, c được kí hiệu là ƯC (a, b, c) .

5. Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.

Bội chung của các số a, b, c được kí hiệu là: BC (a, b, c) .

6. Ước chung lớn nhất. Bội chung nhỏ nhất

- Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.
- Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác không trong tập hợp các bội chung của các số đó.

B. Các tính chất

$(a, 1) = 1; [a, 1] = a$

- Nếu $a : b \Rightarrow (a, b) = b; [a, b] = a$

- Nếu a, b nguyên tố cùng nhau $\Rightarrow (a, b) = 1; [a, b] = ab$

- $ƯC(a, b) = Ư(ƯCLN(a, b))$ và $BC(a, b) = B(BCNN(a, b))$

- Nếu $(a, b) = d; \begin{cases} a = dm \\ b = dn \end{cases} \Rightarrow (m, n) = 1; \quad (10, 15) = 5; \begin{cases} 10 = 2.5 \\ 15 = 3.5 \end{cases} \Rightarrow (2, 3) = 1$
Ví dụ:

- Nếu $[a, b] = c; \begin{cases} c = am \\ c = bn \end{cases} \Rightarrow (m, n) = 1; \quad [10, 15] = 30; \begin{cases} 30 = 10.3 \\ 30 = 15.2 \end{cases} \Rightarrow (2, 3) = 1$
Ví dụ:

$$ab = (a, b) \cdot [a, b]$$

- Nếu a là ước của b thì $-a$ cũng là ước của b .
- Nếu a là bội của b thì $-a$ cũng là bội của b .

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1: Tìm ước và bội của một số nguyên.

Dạng 2: Tìm số nguyên n để thỏa mãn điều kiện chia hết (hoặc thỏa mãn số đã cho là số nguyên).

Dạng 3: Phương trình ước

Dạng 1: Tìm ước và bội của một số nguyên.

I. Phương pháp giải

- Từ việc tìm ước và bội của một số tự nhiên suy ra ước và bội của một số nguyên.

- Chú ý: Nếu a là ước của b thì $-a$ cũng là ước của b . Nếu a là bội của b thì $-a$ cũng là bội của b .

II. Bài toán

Bài 1: Tìm 5 bội của 3 ; -3 .

Lời giải:

5 bội của 3 là: $0; 3; -3; 6; -6$.

5 bội của -3 là: $0; 3; -3; 6; -6$.

Bài 2: Tìm tất cả các ước của -3 ; 6 ; 11 ; -1 .

Lời giải:

$U(-3) = \{\pm 1; \pm 3\}$. $U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$. $U(11) = \{\pm 1; \pm 11\}$. $U(-1) = \{\pm 1\}$.

Bài 3:

Cho hai tập hợp số $A = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ và $B = \{21; 22; 23\}$

a) Có thể lập được bao nhiêu tổng dạng $(a+b)$ với $a \in A$ và $b \in B$?

b) Trong các tổng trên có bao nhiêu tổng chia hết cho 2 ?

Lời giải:

a) Số các nhiều tổng dạng $(a+b)$ với $a \in A$ và $b \in B$ là $5 \cdot 3 = 15$ tổng.

b) Số các tổng chia hết cho 2 là: $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 7$ tổng.

Bài 4:

Điền số vào ô trống cho đúng:

x	36		3	- 34	0	11
y	- 3	- 7		- 17	- 50	- 1
$x : y$		7	- 1			

Lời giải:

x	36	- 49	3	- 34	0	11
y	- 3	- 7	- 3	- 17	- 50	- 1
$x : y$	- 12	7	- 1	2	0	- 11

Bài 5:1) Cho $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ a) Tính A b) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 không ?c) A có bao nhiêu ước tự nhiên ? Bao nhiêu ước nguyên ?2) Thay a, b bằng các chữ số thích hợp sao cho $\overline{24a68b} : 45$ 3) Cho a là một số nguyên có dạng $a = 3b + 7 (b \in \mathbb{Z})$. Hỏi a có thể nhận những giá trị nào trong các giá trị sau: $a = 11; a = 2002; a = 2003; a = 11570; a = 22789; a = 29563; a = 299537$ **Lời giải:**1a) $A = - 50$ 1b) $A : 2 \text{ cho } 5, A$ không chia hết cho 31c) A có 6 ước tự nhiên và có 12 ước nguyên.2) Ta có: $45 = 9 \cdot 5$ mà $(5, 9) = 1$ Do $\overline{24a68b} : 45$ suy ra $\overline{24a68b} : 5 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 5 \end{cases}$ Th1: $b = 0$ ta có số $\overline{24a680}$

Để $\overline{24a680} : 9$ thì $(2+4+a+6+8+0):9 \Rightarrow a+20:9 \Rightarrow a=7$

Th2: $b=5$ ta có số $\overline{24a685}$

Để $\overline{24a685} : 9$ thì $(2+4+a+6+8+5):9$ hay $a+25:9 \Rightarrow a=2$

Vậy $\begin{cases} a=7, b=0 \\ a=2, b=5 \end{cases}$

3) Số nguyên có dạng $a=3b+7 (b \in \mathbb{Z})$ hay a là số chia 3 dư 1

Vậy a có thể nhận những giá trị là $a=2002; a=22789; a=29563$

Dạng 2: Tìm số nguyên n để thỏa mãn điều kiện chia hết (hoặc thỏa mãn số đã cho là số nguyên).

I. Phương pháp giải

Tìm số $n (n \in \mathbb{Z})$ để số A chia hết cho số B hoặc $\frac{A}{B}$ là số nguyên, trong đó A, B là các số phụ thuộc vào số n .

- Viết số A dưới dạng $A=kB+m (k, m \in \mathbb{Z})$

- Lập luận:

+ Vì kB chia hết cho B , nên để A chia hết cho B thì số m phải chia hết cho B hay B là ước của m .

+ Giải điều kiện B là ước của số m , ta tìm được n .

II. Bài toán

Bài 1: Tìm $n \in \mathbb{Z}$ biết: $(3n+8):(n+1)$

Lời giải:

Ta có: $3n+8=3n+3+5=3(n+1)+5$

Suy ra: $(3n+8):(n+1)$ khi $(n+1) \in \text{Ư}(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$.

Vậy $n \in \{-6; -2; 0; 4\}$.

Bài 2: Tìm số nguyên n để $(n^2+3n+6):(n+3)$

Lời giải:

$$n^2 + 3n + 6 = n(n + 3) + 6$$

Ta có

$$\text{Vì } n(n+3):(n+3), \text{ nên để } (n^2 + 3n + 6):(n+3) \text{ thì } 6:(n+3)$$

$$\text{Mà } n \in \mathbf{Z} \text{ nên } (n+3) \text{ là ước của } 6$$

$$\Rightarrow (n+3) \in \{\pm 3; \pm 6\} \Rightarrow n \in \{0; -6; 3; -9\}$$

$$\text{Vậy } n \in \{0; -6; 3; -9\} \text{ thì } (n^2 + 3n + 6):(n+3)$$

Bài 3: Tìm tất cả các số nguyên n để phân số $\frac{n+1}{n-2}$ có giá trị là một số nguyên

Lời giải:

$$\text{Ta có } \frac{n+1}{n-2} \text{ là một số nguyên khi } (n+1):(n-2)$$

$$\text{Ta có } n+1 = (n-2) + 3, \text{ do đó } (n+1):(n-2) \text{ khi } 3:(n-2)$$

$$\Rightarrow (n-2) \text{ là ước của } 3$$

$$\Rightarrow (n-2) \in \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow n \in \{-1; 1; 3; 5\}$$

$$\text{Vậy } n \in \{-1; 1; 3; 5\} \text{ thì } \frac{n+1}{n-2} \text{ có giá trị là một số nguyên.}$$

Bài 4: Tìm số nguyên n để $5 + n^2 - 2n$ chia hết cho $n - 2$

Lời giải:

$$5 + n^2 - 2n = 5 + n(n - 2)$$

Ta có

$$\text{Vì } n(n-2):(n-2), \text{ nên để } (5 + n^2 - 2n):(n-2) \text{ thì } 5:(n-2)$$

$$\Rightarrow (n-2) \text{ phải là ước của } 5 \Rightarrow (n-2) \in \{-5; -1; 1; 5\} \Rightarrow n \in \{-3; -1; 3; 7\}$$

$$\text{Vậy } n \in \{-3; -1; 3; 7\} \text{ thì } 5 + n^2 - 2n \text{ chia hết cho } n - 2$$

Bài 5: Cho $A = \frac{n-1}{n+4}$. Tìm n nguyên để A là một số nguyên

Lời giải:

Ta có $A = \frac{n-1}{n+4}$ là một số nguyên khi $(n-1):(n+4)$

Ta có $(n-1) = (n+4) - 5$, do đó $(n-1):(n+4)$ khi $5:(n+4)$

$\Rightarrow (n+4)$ phải là ước của 5 $\Rightarrow (n+4) \in \{-5; -1; 1; 5\} \Rightarrow n \in \{-9; -5; -3; 1\}$

Vậy $n \in \{-9; -5; -3; 1\}$ thì A là một số nguyên

Bài 6: Tìm số nguyên n để phân số $\frac{4n+5}{2n-1}$ có giá trị là một số nguyên

Lời giải:

Ta có $\frac{4n+5}{2n-1}$ là một số nguyên khi $(4n+5):(2n-1)$

Ta có $4n+5 = 2(2n-1) + 7$, do đó $(4n+5):(2n-1)$ khi $7:(2n-1)$

$\Rightarrow (2n-1)$ là ước của 7 $\Rightarrow 2n-1 \in \{-7; -1; 1; 7\} \Rightarrow n \in \{-3; 0; 1; 4\}$

Vậy $n \in \{-3; 0; 1; 4\}$ thì $\frac{4n+5}{2n-1}$ có giá trị là một số nguyên

Bài 7: Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $A = \frac{3n+2}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Lời giải:

Ta có $A = \frac{3n+2}{n-1} = \frac{3n-3+5}{n-1} = \frac{3(n-1)+5}{n-1} = 3 + \frac{5}{n-1}$

Để A có giá trị nguyên thì $\frac{5}{n-1}$ nguyên.

Mà $\frac{5}{n-1}$ nguyên khi $5:(n-1)$ hay $n-1$ là ước của 5

Do $U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

Ta tìm được $n = 2; n = 0; n = 6; n = -4$

Bài 8: Cho phân số: $A = \frac{n-5}{n+1}$ ($n \in \mathbf{Z}; n \neq -1$)

- a) Tìm n để A có giá trị nguyên
 b) Tìm n để A là phân số tối giản

Lời giải:

a) $A = \frac{n-5}{n+1} = \frac{n+1-6}{n+1} = 1 - \frac{6}{n+1}$

A nhận giá trị nguyên $n+1 \in U(6) = \{ \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6 \}$

$n+1$	1	-1	2	-2	3	-3	6	-6
n	0	-2	1	-3	2	-4	5	-7

b) A tối giản $\Leftrightarrow (n+1, n-5) = 1 \Leftrightarrow (n+1, 6) = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n+1$ không chia hết cho 2 và $n+1$ không chia hết cho 3 $n \neq 2k-1$ và $n \neq 3k-1 (k \in \mathbf{Z})$

Bài 9:

a) Tìm hai số tự nhiên a và b biết $BCNN(a, b) = 180$; $UCLN(a, b) = 12$

b) Tìm $n \in \mathbf{Z}$ để phân số $A = \frac{4n-1}{2n+3}$ có giá trị nguyên.

Lời giải:

a) Ta có $ab = 180.12 = 2160$

Giả sử $a \leq b$. Vì $UCLN(a, b) = 12$ nên $a = 12m, b = 12n$ với $(m, n) = 1$ và $m \leq n$

Suy ra $12m.12n = 2160 \Rightarrow mn = 15$. Ta có bảng sau:

m	n	a	b
1	15	12	180
3	5	36	60

Vậy ta có hai cặp $(a; b)$ là $(12; 180), (36; 60)$

$$b) A = \frac{4n-1}{2n+3} = \frac{2(2n+3)}{2n+3} - \frac{7}{2n+3} = 2 - \frac{7}{2n+3}$$

A có giá trị nguyên $\Leftrightarrow 2n+3 \in \mathbb{U}^{(7)} = \{\pm 1; \pm 7\}$

Ta có bảng sau

$2n+3$	1	-1	7	-7
n	-1	-2	2	-5

Vậy $n \in \{-1; -2; 2; -5\}$

Bài 10: Cho $A = \frac{12n+1}{2n+3}$. Tìm giá trị của n để:

- a) A là một phân số b) A là một số nguyên

Lời giải:

$$a) A = \frac{12n+1}{2n+3} \text{ là phân số khi } 12n+1 \in \mathbb{Z}, 2n+3 \in \mathbb{Z}, 2n+3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{Z} \\ n \neq -1,5 \end{cases}$$

$$b) A = \frac{12n+1}{2n+3} = 6 - \frac{17}{2n+3}$$

$$A \text{ là số nguyên khi } 2n+3 \in \mathbb{U}^{(17)} \Leftrightarrow 2n+3 \in \{\pm 1; \pm 17\} \Leftrightarrow n \in \{-10; -2; -1; 7\}$$

Bài 11:

a) Tìm giá trị n là số tự nhiên để $n+7$ chia hết cho $n+2$

b) Tìm x là số chia trong phép chia 235 cho x được số dư là 14

Lời giải:

$$a) (x+7):(x+2) \Leftrightarrow 5:(x+2) \Leftrightarrow (x+2) \in \mathbb{U}^{(5)} = \{\pm 1; \pm 5\}$$

$$\Rightarrow x \in \{-3; -1; -7; 3\}$$

$$b) 235 : x \text{ dư } 14 \Rightarrow 235 - 14 : x (x > 14)$$

$$\Rightarrow 221 : x (x > 14) \Rightarrow x \in \{17; 221\}$$

Bài 12: Tìm $n \in \mathbb{Z}$ biết: $(3n+8):(n+1)$

Lời giải:

Ta có: $3n+8 = 3n+3+5 = 3(n+1)+5$

Suy ra: $(3n+8):(n+1)$ khi $(n+1) \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

Tìm được: $n \in \{-6; -2; 0; 4\}$

Bài 13:

a) Cho $\overline{abc} - \overline{deg} : 7$. Chứng minh $\overline{abcdeg} : 7$

b) Tìm số nguyên n sao cho $n^2 + 1 : n + 1$

Lời giải:

a) Ta có: $\overline{abcdeg} = 1000.\overline{abc} + \overline{deg}$

$= (1001 - 1)\overline{abc} + \overline{deg} = 1001\overline{abc} - \overline{abc} + \overline{deg} = 1001\overline{abc} - (\overline{abc} - \overline{deg})$

Vì $1001\overline{abc} = 7.143\overline{abc} \Rightarrow 7.143\overline{abc} : 7$ (1)

$\overline{abc} - \overline{deg} : 7$ (gt) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overline{abcdeg} : 7$

b) Ta có:

$n^2 + 2 = n(n+1) + [-(n+1)] + 3$

Vì $n(n+1):n+1$ và $-(n+1):n+1$

Để $n^2 + 2 : n + 1$ thì $3 : n + 1 \Rightarrow n + 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\} \Rightarrow n \in \{-2; 0; -4; 2\}$

Bài 14:

a) Cho $A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{90}$. Chứng minh A chia hết cho 11 và 13.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho $xy - 2x + y + 1 = 0$

Lời giải:

a) A có 90 số hạng mà $90 : 5$ nên $A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{90}$

$$A = (3+3^2+3^3+3^4+3^5) + (3^6+3^7+3^8+3^9+3^{10}) + \dots + (3^{86}+3^{87}+3^{88}+3^{89}+3^{90})$$

$$= 3 \cdot (1+3+3^2+3^3+3^4) + 3^6 \cdot (1+3+3^2+3^3+3^4) + \dots + 3^{86} \cdot (1+3+3^2+3^3+3^4)$$

$$= 121 \cdot (3+3^6+\dots+3^{86}); 11 \Rightarrow A; 11$$

A có 90 số hạng mà $90:3$ nên:

$$A = (3+3^2+3^3) + (3^4+3^5+3^6) + \dots + (3^{88}+3^{89}+3^{90})$$

$$= 3 \cdot (1+3+3^2) + 3^4 \cdot (1+3+3^2) + \dots + 3^{88} \cdot (1+3+3^2)$$

$$= 13 \cdot (3+3^4+\dots+3^{88}); 13 \Rightarrow A; 13$$

$$xy - 2x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow x(y-2) + (y-2) = -3$$

b)

$$\Leftrightarrow (x+1)(y-2) = -3 = 1 \cdot (-3) = (-3) \cdot 1$$

$$\text{Từ đó suy ra } (x; y) \in \{(0; -1); (-4; 3)\}$$

Bài 15: Tìm tất cả các số nguyên n để:

a) Phân số $\frac{n+1}{n-2}$ có giá trị là một số nguyên

b) Phân số $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản

Lời giải:

a) $\frac{n+1}{n-2}$ là số nguyên khi $(n+1):(n-2)$

Ta có: $n+1 = (n-2)+3$, vậy $(n+1):(n-2)$ khi $3:(n-2)$

$$(n-2) \in U(3) = \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow n \in \{-1; 1; 3; 5\}$$

b) Gọi d là ƯC của $12n+1$ và $30n+2 (d \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow 12n+1; d, 30n+2; d$

$$[5(12n+1) - 2(30n+2)] : d \Leftrightarrow (60n+5 - 60n-4) : d \Leftrightarrow 1; d$$

mà $d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow d = 1$

Vậy phân số đã cho tối giản

Bài 16: Tìm số nguyên n để phân số $M = \frac{2n-7}{n-5}$ có giá trị là số nguyên

Lời giải:

$$a) M = \frac{2n-7}{n-5} = \frac{2n-10+3}{n-5} = 2 + \frac{3}{n-5} \in \mathbb{Z} \Rightarrow n-5 \in \cup (3) = \{\pm 1; \pm 3\}$$

$$\Rightarrow n \in \{2; 4; 6; 8\}$$

Bài 17: Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{n+3}{2n-2}$ có giá trị là số nguyên

Lời giải:

Để phân số $\frac{n+3}{2n-2}$ có giá trị là nguyên thì $n+3 : 2n-2$

$$\Rightarrow 2(n+3) : 2n-2$$

$$\Rightarrow (2n+6) - (2n-2) : (2n-2)$$

$$\Rightarrow (2n-2n) + (6+2) : 2n-2 \Rightarrow 8 : 2n-2$$

$$\text{Suy ra } (2n-2) \in \{\pm 2; \pm 4; \pm 8\}$$

Sau khi thử các trường hợp $\Rightarrow n=5$.

Bài 18: Cho $A = \frac{3n-5}{n+4}$, tìm $n \in \mathbb{Z}$ để A có giá trị nguyên.

Lời giải:

$$\text{Ta có } A = \frac{3n-5}{n+4} = 3 + \frac{-17}{n+4}$$

$$\text{Để } A \in \mathbb{Z} \Rightarrow (n+4) \in \cup (-17) = \{\pm 1; \pm 17\}$$

Lập bảng và xét các giá trị ta có $n \in \{-5; -3; 21; 13\}$ thì A nguyên.

Dạng 3: Phương trình ước

I. Phương pháp giải

- Tìm cặp số nguyên x, y thỏa mãn $P(x, y) = m$ ta đưa về dạng $A(x, y).B(x, y) = m$ từ đó suy ra $A(x, y); B(x, y)$ là các ước của m suy ra giá trị của x, y .

II. Bài toán

Bài 1: Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho $xy - 2x + y + 1 = 0$

Lời giải:

$$xy - 2x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow x(y - 2) + (y - 2)$$

$$= -3 \Leftrightarrow (x + 1)(y - 2) = -3 = 1 \cdot (-3) = (-3) \cdot 1$$

$$\text{Từ đó suy ra } (x; y) \in \{(0; -1); (-4; 3)\}$$

Bài 2: Tìm x, y nguyên biết: $x + y + xy = 40$

Lời giải:

$$(y + 1)x + y + 1 = 41 \Leftrightarrow (x + 1)(y + 1) = 41 = 1 \cdot 41 = 41 \cdot 1 = -1 \cdot (-41) = -41 \cdot (-1)$$

Sau khi lập bảng ta thu được:

$$(x; y) \in \{(40; 0); (0; 40); (-2; -42); (-42; -2)\}$$

Bài 3: Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $2x + 3y = 14$

Lời giải:

$$\text{Xét } 2x + 3y = 14 \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } 14 : 2; 2x : 2 \Rightarrow 5y : 2 \Rightarrow y : 2$$

$$\text{Ta có } 5y < 14 \Rightarrow y < 14 : 5 \Rightarrow y \leq 2, \text{ mà } y \text{ chẵn nên } y = 2$$

$$\text{Thay vào (1)} \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Vậy } x = 2; y = 2$$

Bài 4: Tìm số tự nhiên x, y biết: $(2x + 1)(y - 3) = 12$

Lời giải:

$$a) (2x + 1)(y - 3) = 12 = 1 \cdot 12 = 3 \cdot 4 \quad (\text{do } 2x + 1 \text{ lẻ})$$

$$2x+1=1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=15$$

$$2x+1=3 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=4$$

Bài 5: Tìm các số nguyên x, y sao cho: $(x+1)(xy-1)=3$

Lời giải:

$$(x+1)(xy-1)=3, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+1 \in \mathbb{Z}, xy-1 \in \mathbb{Z}$$

Vì

$$x+1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$$

Do đó,

Ta có:

$x+1$	1	-1	3	-3
$xy-1$	3	-3	1	-3
x	0	-2	2	-4
y	ktm	1	1	0

Vậy các cặp $(x; y)$ thỏa mãn là: $(-2; 1); (2; 1); (-4; 0)$

Bài 6: Tìm các số nguyên a, b biết rằng: $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3}$

Lời giải:

$$\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3} \Rightarrow \frac{2a-7}{14} = \frac{1}{b+3} \Rightarrow (2a-7)(b+3)=14$$

$$\text{Do } a, b \in \mathbb{Z} \text{ nên } 2a-7 \in U(14)$$

$$\text{Vì } 2a-7 \text{ lẻ nên } 2a-7 \in \{\pm 1; \pm 7\} \Rightarrow a \in \{0; 3; 4; 7\}$$

$$\text{Vậy } (a; b) = \{(0; -5); (3; -17); (4; 11); (7; -1)\}$$

Bài 7: Tìm các số nguyên x, y sao cho $(x-1)(3-y)=2$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } (x-1)(3-y)=2=2.1=1.2=(-2).(-1)=(-1).(-2)$$

Sau khi lập bảng, ta có các trường hợp:

$$(x, y) \in \{(0; 5), (-1; 4), (3; 2), (2; 1)\}$$

Bài 8: Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $(x+1)(2y-5)=8$

Lời giải:

Vì $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2y-5 \in U(8)$ mà $2y-5$ lẻ nên

$$\begin{cases} 2y-5=1 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=7 \\ 2y-5=-1 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=-9 \end{cases}$$

Bài 9: Tìm các số nguyên x, y biết rằng: $(x-2)(xy-1)=5$

Lời giải:

$$(x-2)(xy-1)=(-1)(-5)=1.5$$

Ta có:

$$(x, y) = \{(1; -4); (-3; 0); (3; 2)\}$$

Lập bảng và thử các trường hợp ta được:

Bài 10: Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$

Lời giải:

$$\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18} \Leftrightarrow \frac{x}{9} - \frac{1}{18} = \frac{3}{y} \Leftrightarrow \frac{2x-1}{18} = \frac{3}{y}$$

Từ:

$$\Leftrightarrow (2x-1)y = 54 = 1.54 = 2.27 = 3.18 = 6.9$$

Vì x là số tự nhiên nên $2x-1$ là ước số lẻ của 54.

$2x-1$	1	3	9	27
x	1	2	5	14
y	54	18	6	2

$$(x, y) = (1; 54); (2; 18); (5; 6); (14; 2)$$

Vậy

Bài 11: Tìm số nguyên x và y , biết: $xy - x + 2y = 3$

Lời giải:

$$xy - x + 2y = 3 \Rightarrow (xy - x) + (2y - 2) = 1$$

$$\Rightarrow x(y - 1) + 2(y - 1) = 1 \Rightarrow (y - 1)(x + 2) = 1$$

$$*) \begin{cases} y - 1 = 1 \\ x + 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$*) \begin{cases} y - 1 = -1 \\ x + 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy $x = -1; y = 2$ hoặc $x = -3; y = 0$

Bài 12: Tìm các số tự nhiên x, y sao cho $(2x+1)(y-5) = 12$

Lời giải:

Ta có: $2x+1; y-5 \in U(12) = 1.12 = 2.5 = 3.4$

Do $2x+1$ lẻ $\Rightarrow \begin{cases} 2x+1=1 \Rightarrow x=0; y=17 \\ 2x+1=3 \Rightarrow x=1; y=9 \end{cases}$

Vậy $(x, y) = (0, 17); (1, 9)$

Bài 13: Tìm x, y nguyên biết: $2x(3y-2) + (3y-2) = -55$

Lời giải:

$$2x(3y-2) + (3y-2) = -55$$

$$\Rightarrow (3y-2)(2x+1) = -55$$

Ta có bảng sau:

$3y-2$	-1	-55	-5	-11
$2x+1$	55	1	11	5
x	27	0	5	2
y	$\frac{1}{3}(KTM)$	$\frac{-53}{3}(KTM)$	-1	-3

Vậy ta có các cặp (x, y) là $(5; -1)$ $(2; -3)$.

Bài 14: Tìm các số nguyên x, y sao cho : $xy - 2x - y = -6$

Lời giải:

$$xy - x - y = -6 \Leftrightarrow (x-1)(y-2) = -4 (x, y \in \mathbb{Z})$$

Ta có bảng sau:

$x-1$	-1	1	-2	2	-4	4
$y-2$	4	-4	2	-2	1	-1
x	0	2	-1	3	-3	5
y	6	-2	4	0	3	1

Vậy ta có các cặp $(x; y)$ là $(0; 6)$, $(2; -2)$, $(-1; 4)$, $(3; 0)$, $(-3; 3)$, $(5; 1)$.

Bài 15: Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết $(2y+1)(x-4) = 10$

Lời giải:

$$2xy + x - 8y = 14$$

$$\Rightarrow x(2y+1) - 8y - 4 = 14 - 4$$

$$\Rightarrow x(2y+1) - 4(2y+1) = 10$$

$$\Rightarrow (2y+1)(x-4) = 10$$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2y+1 \in \mathbb{Z}, x-4 \in \mathbb{Z}$, suy ra $2y+1, x-4$ là ước nguyên của 10 và $2y+1$ lẻ

Lập bảng

$2y+1$	1	1	5	-5
$x-4$	10	-10	2	-2
x	14	-6	6	2
y	0	-1	2	-3

$$\begin{cases} x=14 \\ y=0 \end{cases}; \begin{cases} x=-6 \\ y=-1 \end{cases}; \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$$

Vậy

$$(x-2)^2 \cdot (y-3) = -4$$

Bài 16: Tìm các nguyên tố x, y thỏa mãn :

Lời giải:

Do $-4 = 1^2 \cdot (-4) = 2^2 \cdot (-1)$ nên có các trường hợp sau:

$$\text{TH1: } \begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ y-3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\text{hoặc } \begin{cases} x-2 = -1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} (x-2)^2 = 2^2 \\ y-3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{hoặc } \begin{cases} x-2 = -2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Bài 17: Tìm các số $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $(x+1) + (2y-1) = 12$

Lời giải:

$$(x+1)(2y-1) = 12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 12 \cdot 1 = 6 \cdot 2 = 4 \cdot 3 ; x, y \in \mathbb{N}$$

Mà $2y-1$ là số lẻ $\Rightarrow 2y-1 = 1; 2y-1 = 3$

Với $2y-1 = 1 \Rightarrow y = 1$ thì $x+1 = 12 \Rightarrow x = 11$

Ta được $x = 11; y = 1$

Với $2y-1 = 3 \Rightarrow y = 2$ thì $x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$

Ta được $x = 3; y = 2$

Kết luận: với $x = 11; y = 1$ hoặc $x = 3, y = 2$ thì $(x+1)(2y-1) = 12$

Bài 18: Tìm số nguyên x, y biết: $\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6}$

Lời giải:

$$\frac{5}{x} = \frac{1}{6} + \frac{y}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{x} = \frac{1+2y}{6} \Leftrightarrow x(1+2y) = 5 \cdot 6 = 30 \quad (4) \Rightarrow x, 1+2y \in U(30) \quad (1)$$

$$\text{Mà } U(30) = \{-30; -15; -10; -6; -5; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} \quad (2)$$

Mặt khác $1-2y$ là số lẻ (3)

Từ (1), (2), (3), (4) ta có bảng sau:

$1+2y$	-15	-5	-3	-1	1	3	5	15
x	-2	-6	-10	-30	30	10	6	2
y	-8	-3	-2	-1	0	1	2	7

Vậy các cặp số nguyên (x, y) cần tìm là:

$(-2; 8); (-6; -3); (-10; 2); (-30; -1); (30; 0); (10; 1); (6; 2); (2; 7);$

Bài 19: Tìm các số tự nhiên x, y , sao cho $(2x+1)(y-5)=12$

Lời giải:

Ta có $2x+1; y-5$ là ước của 12

$$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$$

Do $2x+1$ lẻ $2x+1=1$ hoặc $2x+1=3$

$$\Rightarrow 2x+1=1 \Rightarrow x=0; y-5=12 \Rightarrow y=17$$

hoặc $2x+1=3 \Rightarrow x=1; y-5=4 \Rightarrow y=9$

Vậy $(x, y) = (0, 17); (1, 9)$

Bài 20:

a) Cho số \overline{abc} chia hết cho 37. Chứng minh rằng số \overline{cab} cũng chia hết cho 37

b) Tìm số x, y nguyên biết $xy+12=x+y$

Lời giải:

a) Ta có: $\overline{abc} : 37 \Rightarrow 100 \cdot \overline{abc} : 37 \Rightarrow \overline{abc00} : 37$

$$\Rightarrow (\overline{ab.1000} + \overline{c00}) : 37$$

$$\Rightarrow [\overline{ab.999} + (\overline{c00} + \overline{ab})] : 37$$

$$\Rightarrow (\overline{ab.999} + \overline{cab}) : 37$$

Mà $\overline{ab.999} = \overline{ab.37.27} : 37 \Rightarrow \overline{cab} : 37$

Vậy nếu $\overline{abc} : 37$ thì $\overline{cab} : 37$

b) Ta có $xy + 12 = x + y \Rightarrow xy - x - y + 12 = 0$

$$\Rightarrow x(y - 1) - (y - 1) + 11 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)(y - 1) = -11 = -1.11 = 1. - 11 = 11. - 1 = - 11.1$$

$x - 1$	- 11	-1	1	11
$y - 1$	1	11	-11	-1
x	- 10	0	2	12
y	2	12	-10	0

Vậy $(x; y) \in \{(-10; 2); (0; 12); (2; -10); (12; 0)\}$

Bài 21: Tìm tất cả các cặp số nguyên sao cho tổng của chúng bằng tích của chúng.

Lời giải:

$$x = 0, y = 0 \quad \text{hoặc} \quad x = 2, y = 2$$

Bài 22:

a) Tìm số dư trong phép chia khi chia một số tự nhiên cho 91. Biết rằng nếu lấy số tự nhiên đó chia cho 7 thì được dư là 5 và chia cho 13 được dư là 4

b) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ biết: $\frac{x}{5} + 1 = \frac{1}{y - 1}$

Lời giải:

a) Gọi số tự nhiên đó là a

Theo bài ra ta có: $a = 7p + 5; a = 13q + 4 (p, q \in \mathbf{N})$

Suy ra : $a + 9 = 7p + 14 = 7.(p + 2) : 7$

$$a + 9 = 13q + 13 = 13(q + 1) \vdots 13$$

Ta có : $a + 9 \vdots 7; a + 9 \vdots 13; (7, 13) = 1$

Do đó $a + 9 \vdots 91 \Rightarrow a + 9 = 91k \Rightarrow a = 91k - 9 = 91k - 91 + 82 = 91 \cdot (k - 1) + 82$

Nên a chia cho 91 có dư là 82.

$$\frac{x}{5} + 1 = \frac{1}{y - 1} \Leftrightarrow \frac{x + 5}{5} = \frac{1}{y - 1} \Leftrightarrow (x + 5)(y - 1) = 5.1$$

b) Ta có:

$$\Leftrightarrow (x + 5)(y - 1) = 5.1 = 1.5 = -5 \cdot (-1) = (-1) \cdot (-5)$$

Thay hết tất cả các trường hợp ta có:

$$(x; y) = \{(0; 2); (-4; 6); (-10; 0); (-6; -4)\}$$

! HẾT !

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

Hướng dẫn tìm và tải các tài liệu ở đây

<https://forms.gle/LzVNwfMpYB9qH4JU6>