|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT HUYỆN SƠN TỊNH** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN**  LỚP 6  **NĂM HỌC: 2020 – 2021**  **Thời gian làm bài: 150 phút** |

**Bài 1: (4,0 điểm)**

a) Cho  . So sánh A và B.

b) Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n, phân số  là phân số tối giản.

**Bài 2: (3,0 điểm)**

a) Cho biểu thức . Tìm các số tự nhiên n để biểu thức C nhận giá trị nguyên.

b) Cho ; . Bằng lập luận hãy tìm ƯCLN(a, b).

**Bài 3: (4,0 điểm)**

a) Chứng minh rằng tổng  chia hết cho .

b) Chứng minh rằng nếu ƯCLNvà  thì 

**Bài 4: (3,0 điểm)**

Ở lớp 6A, số học sinh giỏi học kì I bằng  số còn lại. Cuối năm có thêm 4 học sinh đạt loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng  số còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

**Bài 5: (4,0 điểm)**

Cho góc xAy, trên tia Ax lấy điểm B sao cho . Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho , C là một điểm trên tia Ay.

a) Tính BD

b) Biết , . Tính .

c) Biết (K thuộc BD). Tính BK.

**Bài 6: (2,0 điểm)**

Trên đường thẳng d lấy 2021 điểm phân biệt  và điểm A nằm ngoài đường thẳng d. Hỏi có tất cả bao nhiêu góc có đỉnh là A kẻ từ  trong  điểm nói trên ?

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (4,0 điểm)**

a) Cho  . So sánh A và B.

b) Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n, phân số  là phân số tối giản.

**Lời giải**

a) Ta có:





 số hạng  số hạng







Vậy .

b) Gọi ƯCLN thì  và 

 và 





, mà 



Vậyphân số  là phân số tối giản.

**Bài 2: (3,0 điểm)**

a) Cho biểu thức . Tìm các số tự nhiên n để biểu thức C nhận giá trị nguyên.

b) Cho ; . Bằng lập luận hãy tìm ƯCLN.

**Lời giải**

a) Để biểu thức C nhận giá trị nguyên thì tử phải chia hết cho mẫu. Ta có: 

Do đó phải là ước của .

Các ước của  là .

Ta có nhận xét: (vì n là số tự nhiên) nên .



Với  thì 

Vậy với  thì biểu thức C nhận giá trị nguyên.

b) Đặt d = ƯCLN

 và 







Mặt khác  và  (Vì tổng các chữ số của a và b đều bằng  chia hết cho )

Do đó 

Vậy ƯCLN.

**Bài 3: (4,0 điểm)**

a) Chứng minh rằng tổng  chia hết cho .

b) Chứng minh rằng nếu ƯCLN và  thì 

**Lời giải**

a) Ta có:











Vì  nên 

Do đó D chia hết cho .

b) Vì ƯCLN và 

không chia hết cho  và 

 không chia hết cho ;  không chia hết cho  và 

Ta có: , mà không chia hết cho 

 (1)

Vì  không chia hết cho  và  nên n là số lẻ lớn hơn 

 và  là hai số chẵn liên tiếp lớn hơn .

Trong hai số chẵn liên tiếp, có một số là bội của  nên tích của chúng chia hết cho  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  chia hết cho hai số nguyên tố cùng nhau  và .

Do đó , mà 

Vậy 

**Bài 4: (3,0 điểm)**

Ở lớp 6A, số học sinh giỏi học kì I bằng  số còn lại. Cuối năm có thêm  học sinh đạt loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng  số còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

**Lời giải**

Vì số học sinh giỏi học kì I bằng  số còn lại nên số học sinh giỏi học kì I bằng  số học sinh cả lớp.

Vì số học sinh giỏi cuối năm bằng  số còn lại nên số học sinh giỏi cuối năm bằng  số học sinh cả lớp.

Do đó  học sinh giỏi chiếm số học sinh cả lớp

Vậy số học sinh của lớp 6A là: (học sinh)

**Bài 5: (4,0 điểm)**

Cho góc xAy, trên tia Ax lấy điểm B sao cho . Trên tia đối của tia Ax lấy điểm D sao cho , C là một điểm trên tia Ay.

a) Tính BD

b) Biết , . Tính .

c) Biết (K thuộc BD). Tính BK

**Lời giải**



a) Vì Ax và AD là hai tia đối nhau, B thuộc tia Ax, D thuộc tia AD

Điểm A nằm giữa hai điểm B và D





Vậy 

b) Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia CB có:  (Vì )

Tia CA nằm giữa hai tia CB và CD







Vậy 

c)

Trường hợp 1: K thuộc tia Ax



Trên tia Ax có  (vì )

 Điểm K nằm giữa hai điểm A và B







Vậy 

Trường hợp 2: K thuộc tia AD



Vì Ax và AD là hai tia đối nhau, B thuộc tia Ax, K thuộc tia AD

Điểm A nằm giữa hai điểm B và K





Vậy 

**Bài 6: (2,0 điểm)** Trên đường thẳng d lấy 2021 điểm phân biệt  và điểm A nằm ngoài đường thẳng d. Hỏi có tất cả bao nhiêu góc có đỉnh là A kẻ từ  trong  điểm nói trên ?

**Lời giải**



Nối điểm A với 2021 điểm phân biệt  trên đường thẳng d ta được tia gốc A.

Mỗi tia với một tia còn lại tạo thành một góc.

Xét một tia, tia đó cùng với  tia còn lại tạo thành  góc.

Làm như vậy với  tia, ta được  góc.

Nhưng mỗi góc đã được tính hai lần, do đó tất cả chỉ có:  góc.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**