

$$f'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{8}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+9} = 4x \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}}$$

Ta có

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{9}{\sqrt{7}}$	8
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$	$\frac{\sqrt{73}}{6}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ A đến B là

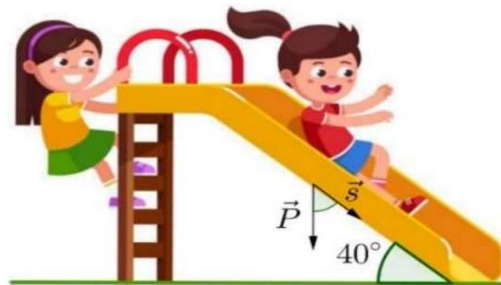
$$1 + \frac{\sqrt{7}}{8} \approx 80'$$

Chủ đề 2. TỌA ĐỘ VECTO' TRONG KHÔNG GIAN Bài 5. BÀI TOÁN VỀ VECTO' VÀ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

Bài 1. Ta có $F = ma$ suy ra $F = ma = 0,5 \cdot 100 = 50 \text{ (N)}$

Vậy muốn truyền cho quả bóng khối lượng $0,5 \text{ kg}$ một gia tốc 100 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là 50 N .

Bài 2.



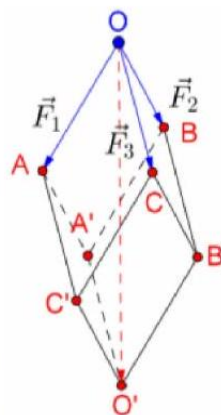
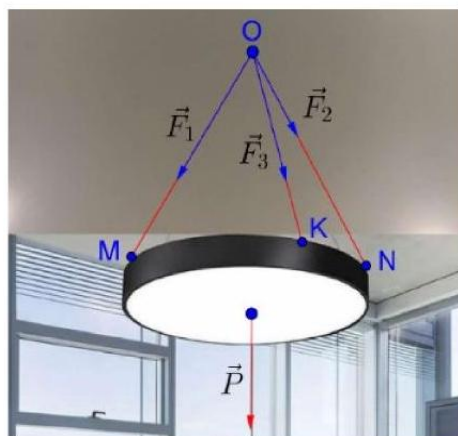
a) Ta có $P = mg$ suy ra $P = mg = 20 \cdot 10 = 200 \text{ (N)}$

Vậy trọng lực tác dụng lên em bé là 200 N .

b) Ta có $A = P \cdot s \cdot \cos(P, s) = 200 \cdot 2 \cdot \cos 80^\circ \approx 69 \text{ (J)}$.

Vậy công sinh bởi trọng lực P khi em bé trượt hết chiều dài cầu trượt là 306 J .

Bài 3.

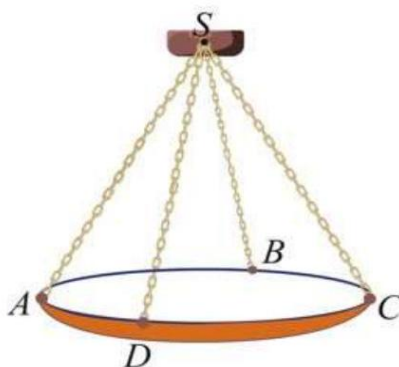


Gọi A, B, C lần lượt là các điểm sao cho $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$. Lấy các điểm A', B', C', O' sao cho $OAC'C \cdot BA'O'B'$ là hình hộp. Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OO'}$

Mặt khác lực các lực căng F_1, F_2, F_3 đôi một vuông góc nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 20\sqrt{3} \text{ (N)}$ nên hình hộp $OAC'C \cdot BA'O'B'$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và bằng nhau. Vì thế hình lập phương $OAC'C \cdot BA'O'B'$ có độ dài cạnh bằng $20\sqrt{3}$ suy ra độ dài đường chéo $OO' = 20\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó P là trọng lượng tác dụng lên chiếc đèn. Vậy trọng lực của chiếc đèn là $P = |\vec{P}| = |\vec{OO'}| = 20\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 60 \text{ (N)}$.

Bài 4.



Ta có $P = 8.9,8 = 78,4 \text{ N}$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SA = SB = SC = SD$

Mà $\angle ASC = 60^\circ \Rightarrow$ Tam giác SAC đều

Gọi O là trung điểm AC .

Ta có: Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}$

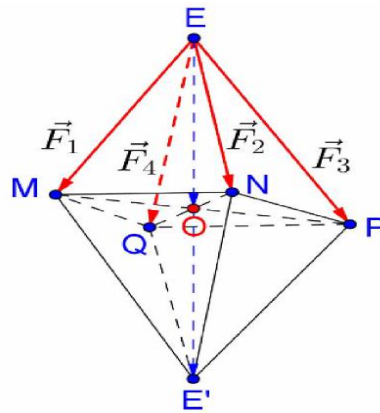
Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4SO = P$ hay $4SO = P \Leftrightarrow SO = 19,6$

$$SAC : SA = \frac{\sqrt{3}}{2} SO = \frac{19,6 \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 17$$

Xét tam giác đều

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là 17 N.

Bài 5.



Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm sao cho $\vec{EM} = \vec{F}_1, \vec{EN} = \vec{F}_2, \vec{EP} = \vec{F}_3, \vec{EQ} = \vec{F}_4$.

Gọi O là giao điểm của MP và NQ , E' là điểm đối xứng của E qua O , ta có:

$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = 5000\sqrt{3} \text{ (N)}$ các mặt bên của hình chóp $E.MNPQ$ là tam giác cân bằng nhau.

Vì các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° nên các tam giác $\triangle MEP, \triangle NEQ$ là tam giác đều, bằng nhau.

$$EO = \frac{EM\sqrt{3}}{2} = \frac{5000\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 7500 \text{ (N)}$$

Suy ra:

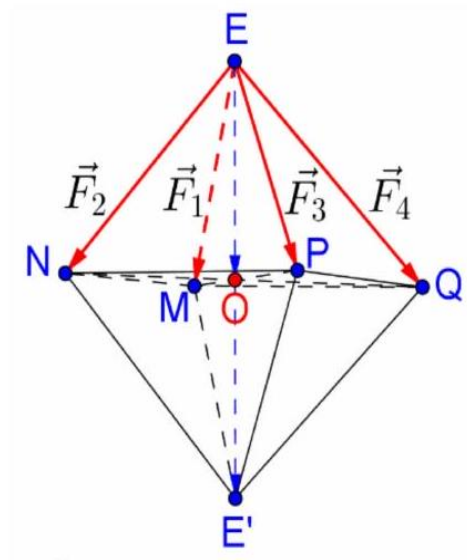
$$\vec{P} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_3) + (\vec{F}_2 + \vec{F}_4) = \vec{EE'} + \vec{EE'} = 2\vec{EE'} = 4\vec{EO}$$

Mặt khác:

Suy ra $P = 4EO = 4.7500 = 30000 \text{ (N)}$.

Vậy trọng lượng của chiếc xe là: $30000 - 3000 = 27000 \text{ (N)}$

Bài 6.



Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{EP} = \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{EQ} = \overrightarrow{F_4}$.

Gọi O là giao điểm của MP và NQ , E' là điểm đối xứng của E qua O , ta có:

$|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_4}| = 100\sqrt{2} \text{ (N)}$ các mặt bên của hình chóp $E.MNPQ$ là tam giác đều bằng nhau.

Vì các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° nên các tam giác $\triangle MEP, \triangle NEQ$ là tam giác cân, bằng nhau.

$$EO = EN \cdot \sin 45^\circ = 1000\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1000 \text{ (N)}$$

Suy ra:

$$P = (\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3}) + (\overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_4}) = \overrightarrow{EE'} + \overrightarrow{EE'} = 2\overrightarrow{EE'} = 4\overrightarrow{EO}$$

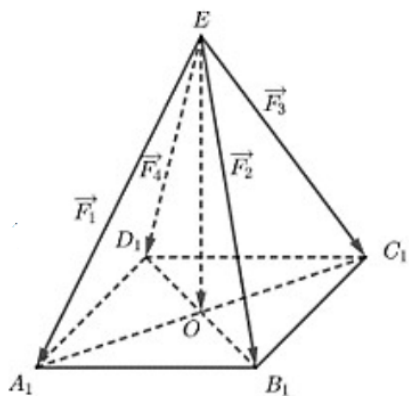
Mặt khác:

$$P = 4.OE = 4.1000 = 4000 \text{ (N)}$$

Suy ra

Vậy trọng lượng của kiện hàng là 4000 (N)

Bài 7.



Ta đơn giản hoá mô hình bài toán thông qua hình vẽ sau ($\vec{EO}$ cùng hướng với vector trọng lực của ô tô và khung sắt).

Trọng lượng xe bằng 10510 N .

Theo giả thiết ta có $|F_1 + F_2 + F_3 + F_4| = 13000$

Mặt khác $|\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}| = |\vec{4EO}| = 4EO$

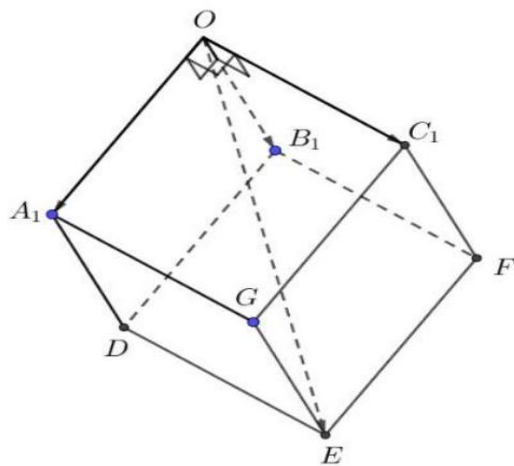
Suy ra $EO = 3250$

Ta có $(ED, (ABCD)) = EDO = 45^\circ$

$$\Rightarrow ED = \frac{EO}{\sin 45^\circ} = 3250 \cdot \sqrt{2} \approx 4596,2$$

Cường độ lực căng F_1 là 4596,2 N

Bài 8.



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\vec{OA_1} = F_1, \vec{OB_1} = F_2, \vec{OC_1} = F_3$

Dựng hình hộp $OA_1GC_1 \cdot B_1DEF$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\vec{OA_1} + \vec{OB_1} + \vec{OC_1} = \vec{OE}$

Vì các lực căng F_1, F_2, F_3 đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn:

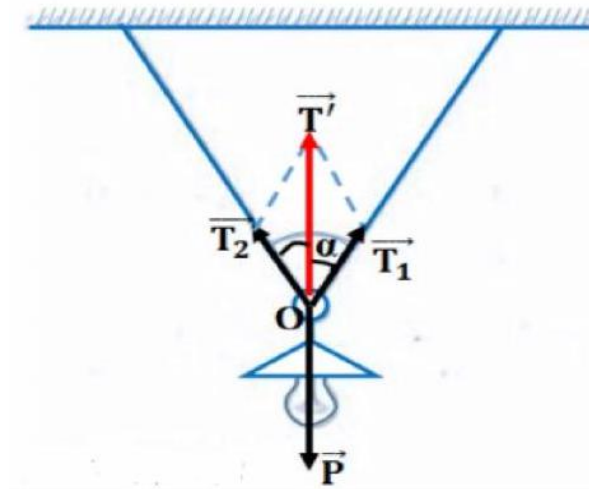
$|F_1| = |F_2| = |F_3| = 20 \text{ (N)}$ nên hình hộp $OA_1GC_1 \cdot B_1DEF$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau.

Do đó $OA_1GC_1 \cdot B_1DEF$ là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 20.

Suy ra độ dài đường chéo bằng $20\sqrt{3} \approx 34,6$.

Vậy trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó bằng 34,6 N.

Bài 9.



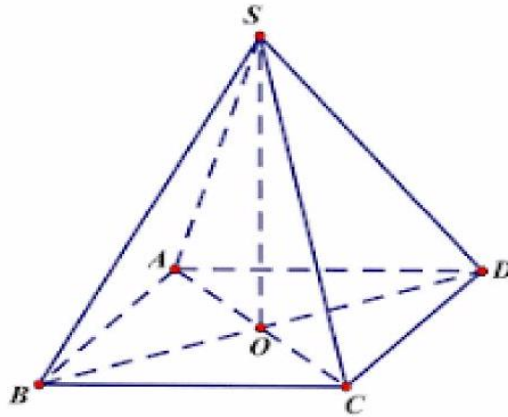
Ta có $P = mg$ nên $P = |P| = m |g| = 10 \text{ N}$

Bóng đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{P} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0}$ hay $\vec{P} = -(\vec{T_1} + \vec{T_2})$ với $T_1 + T_2 = P$.

Suy ra $T' = P = 10 \text{ N}$. Vì $T_1 = T_2$ và $(T_1, T_2) = 60^\circ$ nên

$$\frac{T'}{2} = T_1 \cdot \cos(30^\circ) \Rightarrow T_1 = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

Bài 10.



Theo hình vẽ ta có các vector $\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BS}, \overrightarrow{CS}, \overrightarrow{DS}$ biểu thị các lực căng F_1, F_2, F_3, F_4 .

Khi đó $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{CS} + \overrightarrow{DS}$

$$= -(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}) = -((\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}) + (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD})) = -(2\overrightarrow{SO} + 2\overrightarrow{SO}) = -4\overrightarrow{SO}$$

Vì các đoạn dây cáp có độ dài bằng nhau và góc tạo bởi hai đoạn dây cáp đối diện nhau là

60° nên $\triangle SAC$ cân và $\angle ASC = 60^\circ$ do đó $\triangle SAC$ tam giác đều suy ra $SO = SA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra
$$|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}| = 4SO = 4 \cdot SA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \cdot 5000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10000\sqrt{3} \text{ N}$$

$$P = mg \Rightarrow P = m \cdot g = 10m$$

Để cần cầu nâng được thùng hàng thì

$$|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}| \geq P \Rightarrow 10000\sqrt{3} \geq 10m \Rightarrow m \leq 1000\sqrt{3} \text{ kg.}$$

Vậy $m \leq 1732 \text{ kg}$

Bài 11.

a) Sân nằm trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) .

b) Trục Oz vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên trục Oz vuông góc với mặt sân.

Bài 12.

Ta thấy chiều dài và chiều rộng của sân cầu lông có kích thước lần lượt là $13,40 \text{ m}$ và $6,10 \text{ m}$, chiều cao của các cột có đỉnh tại điểm A và B cùng bằng $1,55 \text{ m}$. Trong hệ

trục tọa độ Oxy như hình vẽ, ta có: $A(0; 6,7; 1,55), B(6,10; 6,7; 1,55)$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (6, 1; 0; 0)$

Bài 13.

Mặt bên phải (nơi ánh sáng chiếu vào) của căn phòng nằm trong mặt phẳng (Oyz) .

Bài 14.

a) Vì máy bay B bay ngược hướng và có tốc độ gấp 3 lần tốc độ của máy bay A nên $b = -3a$

Do đó: $b = (-3 \cdot 300; -3 \cdot (-200); -3 \cdot 400)$ hay $b = (-900; 600; -1200)(\text{km/h})$

b) Trong một giờ, quãng đường máy bay B di chuyển được là:

$$|b| = \sqrt{(-900)^2 + 600^2 + (-1200)^2} \approx 1615,55 (\text{km})$$

Vậy vận tốc của máy bay B xấp xỉ $1615,55 \text{ km/h}$

Bài 15.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 25$$

b) Ta có: $IM = \sqrt{(1-1)^2 + (2+2)^2 + (0+3)^2} = 5$

Vì $IM = R = 5$ nên điểm $M(1; 2; 0)$ nằm trên mặt cầu. Vậy bạn Minh Hiền có thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

Ta có: $IN = \sqrt{(-3-1)^2 + (1+2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{34} > 5$

Vì $IN > R$ nên điểm $N(-3; 1; 0)$ nằm ngoài mặt cầu. Vậy bạn Trúc Linh không thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

Bài 16.

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{500^2 - 5^2} \approx 500 \text{ cm}$$

$$AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{1200^2 - 8^2} \approx 1200 \text{ cm}$$

Dựa vào hình vẽ ta có: $A(0; 0; 0); B(500; 0; -5), D(0; 1200; -8)$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} &= (0; 1200; -8); \overrightarrow{BC} = (x_c - 500; y_c; z_c + 5) \\ \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_c - 500 = 0 \\ y_c = 1200 \\ z_c + 5 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_c = 500 \\ y_c = 1200 \\ z_c = -13 \end{cases} \Rightarrow C(500; 1200; -13) \end{aligned}$$

Vậy vị trí C thấp hơn vị trí A là 13 cm.

Bài 17.

$$\sin \angle OKD = \frac{DK}{DO} \Rightarrow DK = 100 \cdot \sin 80^\circ \approx 98,5 \text{ m}$$

$$\cos \angle OKD = \frac{OK}{DO} \Rightarrow OK = 100 \cdot \cos 80^\circ \approx 17,4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow D(17,4; 0; 98,5)$$

$$\sin \angle BHC = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = 100 \cdot \sin 70^\circ \approx 94 \text{ m}; \cos \angle BHC = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH = 100 \cdot \cos 70^\circ \approx 34,2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow C(34,2; 4; 94)$$

Vậy với cách đặt vị trí như trên thì khi nổ hai quả pháo A và B cùng nổ tạo ra hiệu ứng đẹp nhất.

Bài 18.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của radar trong không gian là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 250000$

$$\text{b) Ta có } IM = \sqrt{(-200+2)^2 + (100-1)^2 + (-250+1)^2} \approx 335,6 < 500$$

Vì $IM < R$ nên điểm M nằm trong mặt cầu. Vậy chiếc máy bay do thám của nước A có thể bị phát hiện bởi trạm radar này.

$$\text{Ta có: } IN = \sqrt{(350+2)^2 + (-100-1)^2 + (300+1)^2} \approx 474 < 500$$

Vì $IN < R$ nên điểm N nằm trong mặt cầu. Vậy chiếc máy bay do thám của nước B có thể bị phát hiện bởi trạm radar này.

Bài 19.

c) Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu (S) tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 600 \text{ km}$.

$$\text{Vậy: } (S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$$

$$d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{vào} \quad (S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$$

b) Thay

$$\text{Ta có: } (S): (100t - 1000)^2 + (80t - 200)^2 + 10^2 = 600^2$$

$$\Leftrightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 10 \Rightarrow A(0; 600; 10) \\ t \approx 4,15 \Rightarrow B(-585; 132; 10) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(-585 - 0)^2 + (132 - 600)^2 + (10 - 10)^2} \approx 749 \text{ km}$$

Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng 768 km.

c) Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-292,5; 366; 10)$

Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với trạm kiểm soát không lưu là:

$$OI = \sqrt{(-292,5)^2 + (366)^2 + 10^2} \approx 469 \text{ km}$$

Chủ đề 3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Bài 6. MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Bài 1.

Đầu mút phải của nhóm ghép cuối cùng là 30, đầu mút trái của nhóm ghép đầu tiên là 5.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 30 - 5 = 25$.

Kết quả này cho biết thời gian chờ xe buýt mỗi ngày của các sinh viên thuộc nhóm người được điều tra chênh lệch nhau nhiều nhất là 25 phút.

Bài 2.

Khoảng biến thiên của điện thoại loại X là: $R_X = 180 - 60 = 120$ phút.

Khoảng biến thiên của điện thoại loại Y là: $R_Y = 180 - 30 = 150$ phút.

Vì $R_X < R_Y$ nên có thể nói là thời gian sạc pin điện thoại Y có sự phân tán hơn so điện thoại loại X.

Điều này có thể cho thấy rằng thời gian sạc pin của điện thoại loại Y không đồng đều và ổn định như điện thoại loại X.

Bài 3.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 15 20 22 25 28 30 32 35 37 40

Mẫu số liệu gồm 10 giá trị nên trung vị là giá trị trung bình của hai giá trị ở vị trí chính

giữa, tức là giá trị thứ 5 và thứ 6 trong dãy đã sắp xếp: $Q_2 = \frac{28+30}{2} = 29$.

Nửa số liệu bên trái là: 15, 20, 22, 25, 28 gồm 5 giá trị. Do đó tứ phân vị thứ nhất giá trị thứ ba nên ta có $Q_1 = 22$.

Nửa số liệu bên phải là: 30, 32, 35, 37, 40 gồm 5 giá trị. Do đó tứ phân vị thứ ba giá trị thứ ba nên ta có $Q_3 = 35$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 35 - 22 = 13$.

Bài 4.

a) Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 70 - 30 = 40$ phút.

b) Nếu biết học sinh làm bài tập ít nhất là 32 phút và nhiều nhất là 68 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là sự chênh lệch giữa thời gian hoàn thành sớm nhất và muộn nhất. Do đó, khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là: $R = 68 - 32 = 36$ phút.

Bài 5.

Khoảng biến thiên của cân nặng của học sinh lớp 10 A là: $R_{10A} = 70 - 40 = 30$ kg.

Khoảng biến thiên của cân nặng của học sinh lớp 10 B là: $R_{10B} = 70 - 40 = 30$ kg.

Khoảng biến thiên của cả hai lớp 10 A và 10 B đều là 30 kg. Do đó, theo khoảng biến thiên, cân nặng của học sinh hai lớp này có độ phân tán như nhau.

Bài 6.

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5
Số tháng của cửa hàng A	5	15	25	10	5
Số tháng của cửa hàng B	10	10	20	10	10

Doanh thu trung bình thu được của cửa hàng A và B tương ứng là:

$$x_A = \frac{1}{60} (12.5 \times 5 + 17.5 \times 15 + 22.5 \times 25 + 27.5 \times 10 + 32.5 \times 5) = \frac{265}{12} \text{ triệu đồng.}$$

$$x_B = \frac{1}{60} (12.5 \times 10 + 17.5 \times 10 + 22.5 \times 20 + 27.5 \times 10 + 32.5 \times 10) = 22.5 \text{ triệu đồng.}$$

Như vậy, về trung bình doanh thu thì cửa hàng B cao hơn cửa hàng A .

Độ lệch chuẩn của số tiền doanh thu hàng tháng tương ứng là:

Cửa hàng A

$$S_A^2 = \frac{1}{60} \left[\left(12,5 - \frac{265}{12} \right)^2 \cdot 5 + \left(17,5 - \frac{265}{12} \right)^2 \cdot 15 + \left(22,5 - \frac{265}{12} \right)^2 \cdot 25 + \left(27,5 - \frac{265}{12} \right)^2 \cdot 10 + \left(32,5 - \frac{265}{12} \right)^2 \cdot 5 \right] = \frac{3875}{144}$$

$$\Rightarrow s_A = \sqrt{S_A^2} = 5,19$$

Cửa hàng B

$$S_B^2 = \frac{(12,5 - 22,5)^2 \cdot 10 + (17,5 - 22,5)^2 \cdot 10 + (22,5 - 22,5)^2 \cdot 20 + (27,5 - 22,5)^2 \cdot 10 + (32,5 - 22,5)^2 \cdot 10}{60}$$

$$= \frac{125}{3}$$

$$\Rightarrow S_B = \sqrt{S_B^2} = 6,45.$$

Như vậy, độ lệch chuẩn của doanh thu hàng tháng của cửa hàng B cao hơn cửa hàng A , điều này cho thấy doanh thu hàng tháng của cửa hàng B biến động lớn hơn. Do đó, đầu vào của cửa hàng B được xem là "rủi ro" hơn so với cửa hàng A .

Cách 2: Tương tự như cách 1 nhưng cách tính phương sai khác.

Tính phương sai theo số trung bình bình phương

$$\overline{x_A^2} = \frac{1}{60} (12,5^2 \cdot 5 + 17,5^2 \cdot 15 + 22,5^2 \cdot 25 + 27,5^2 \cdot 10 + 32,5^2 \cdot 5) = \frac{6175}{12}$$

$$S_A^2 = \overline{x_A^2} - (\bar{x})^2 = \frac{6175}{12} - \left(\frac{265}{12} \right)^2 = \frac{3875}{144} \Rightarrow s_A = \sqrt{S_A^2} = 5,19$$

$$\overline{x_B^2} = \frac{1}{60} (12,5^2 \times 10 + 17,5^2 \times 10 + 22,5^2 \times 20 + 27,5^2 \times 10 + 32,5^2 \times 10) = \frac{6575}{12}$$

$$S_B^2 = \overline{x_B^2} - (\bar{x}_B)^2 = \frac{125}{3} \Rightarrow S_B = \sqrt{S_B^2} = 6,45$$

Bài 7. a) Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm giờ xem Tivi (Giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$
-------------------------	----------	-----------	------------	------------	------------

Số gia đình	20	35	25	10	10
-------------	----	----	----	----	----

b) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

Khoảng biến thiên: $R = 25 - 0 = 25$ (giờ).

Xác định các tứ phân vị

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 :

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[5;10)$.

Ta có:
$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{100}{4} - 20}{35} \cdot (10 - 5) = \frac{40}{7}$$

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[10;15)$.

Tương tự:
$$Q_3 = 10 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (20 + 35)}{25} \cdot (15 - 10) = 14$$

Vậy khoảng tứ phân vị
$$\Delta_Q = 14 - \frac{40}{7} = \frac{58}{7}$$

Số trung bình:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{100} (2.5 \times 20 + 7.5 \times 35 + 12.5 \times 25 + 17.5 \times 10 + 22.5 \times 10) = 10,25 \text{ (giờ)}.$$

Bài 8.

a) Từ biểu đồ, ta lập được bảng tần số ghép nhóm và tính giá trị đại diện cho mỗi nhóm như sau:

Khu vực C

Nhóm giờ nắng (giờ)	$[100;140)$	$[140;180)$	$[180;220)$	$[220;260)$	$[260;300)$
Số tháng	3	4	4	1	0

Khu vực D

Mức tiêu thụ nước (m^3)	$[100;140)$	$[140;180)$	$[180;220)$	$[220;260)$	$[260;300)$
-----------------------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

Số tháng	1	5	3	2	1
----------	---	---	---	---	---

b) Tìm các khoảng tứ phân vị

Khu vực C: Với $n=12$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1^C :

Mẫu là 12 nên tứ phân vị thứ nhất là số thứ 3 ứng với khoảng $[100;140)$ và số thứ 4 ứng với khoảng $[140;180)$ nên: $Q_1^C = 140$.

$$Q_1^C = 140 + \frac{1 \cdot \frac{12}{4} - 1}{5} \cdot (180 - 140) = 156$$

Mẫu là 12 nên tứ phân vị thứ ba là số thứ 9 và số thứ 10 đều ứng với khoảng $[180;220)$ nên:

$$Q_3^C = 180 + \frac{3 \cdot \frac{12}{4} - (3+4)}{4} \cdot (220 - 180) = 200$$

Vậy khoảng tứ phân vị $\Delta_Q^C = 200 - 140 = 60$.

Khu dân cư D: Với $n=12$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1^D :

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[140;180)$.

$$Q_1^D = 140 + \frac{1 \cdot \frac{12}{4} - 1}{5} \cdot (180 - 140) = 156$$

Ta có:

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[220;260)$.

$$Q_3^D = 220 + \frac{3 \cdot \frac{12}{4} - (1+5+3)}{2} \cdot (260 - 220) = 220$$

Ta có:

Vậy khoảng tứ phân vị $\Delta_Q^D = 220 - 156 = 64$.

Vậy khu vực C có khoảng tứ phân vị nhỏ hơn khu vực D, cho thấy số giờ nắng của khu vực C ít biến động hơn so với khu vực D.

Bài 9.

a) Từ biểu đồ, ta lập được bảng tần số ghép nhóm và tính giá trị đại diện cho mỗi nhóm như sau:

Khu dân cư A

Mức tiêu thụ nước (m^3)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	Tổng
Giá trị đại diện	15	25	35	45	55	
Số hộ dân	4	5	3	4	2	18

Khu dân cư B

Mức tiêu thụ nước (m^3)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	Tổng
Giá trị đại diện	15	25	35	45	55	
Số hộ dân	2	5	4	3	1	15

b) So sánh theo khoảng tứ phân vị ghép nhóm

Khu dân cư A: Với $n = 18$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1^A :

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [20; 30).

$$Q_1^A = 20 + \frac{1 \cdot \frac{18}{4} - 4}{5} \cdot (30 - 20) = 21$$

Ta có:

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm [40; 50).

$$Q_3^A = 40 + \frac{3 \cdot \frac{18}{4} - (4 + 5 + 3)}{4} \cdot (50 - 40) = 43,75$$

Ta có:

Vậy khoảng tứ phân vị $\Delta_Q^A = 43,75 - 21 = 22,75$.

Khu dân cư B: với $n = 15$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1^B :

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[20; 30)$.

$$Q_1^B = 20 + \frac{1 \cdot \frac{15}{4} - 2}{5} \cdot (30 - 20) = 23,5$$

Ta có:

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[40; 50)$.

$$Q_3^B = 40 + \frac{3 \cdot \frac{15}{4} - (2 + 5 + 4)}{3} \cdot (50 - 40) \approx 40,83$$

Ta có:

Vậy khoảng tứ phân vị $\Delta_Q^B = 40,83 - 23,5 = 17,33$.

Khu dân cư A có khoảng tứ phân vị lớn hơn khoảng tứ phân vị của khu dân cư B , cho thấy mức tiêu thụ nước hàng tháng của khu dân cư B đồng đều hơn so với khu dân cư A .

c) So sánh độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

Khu dân cư A

$$\bar{x}_A = \frac{4 \times 15 + 5 \times 25 + 3 \times 35 + 4 \times 45 + 2 \times 55}{18} \approx 32,22$$

Số trung bình: