

Người làm: Nguyễn Thị Chân

Zalo: Chân Nguyễn - số đt zalo: 0392970703

Email: ntn.channt@gmail.com

### CD11: ĐỒNG DƯ THỨC

**Dạng 1.** Sử dụng đồng dư thức chứng minh chia hết

**Câu 1.** (HSG T7 TP Bắc Giang năm học 2022 - 2023)

Cho  $m; n; t$  là ba số nguyên tố lớn hơn 3 thỏa mãn:  $m - n = n - t = a \ (a \in \mathbb{N}^*)$ . Chứng minh rằng  $a$  chia hết cho 6.

#### Lời giải

Ta có:

$$m - n = n - t = a \ (a \in \mathbb{N}^*)$$

Suy ra  $n = t + a; m = n + a = t + 2a$

Do đó ta có  $t; t + a; t + 2a$  là các số nguyên tố lớn hơn 3

Xét số dư của ba số nguyên tố  $t; t + a; t + 2a$  đã cho khi chia cho 3, số dư nhận được có thể là 1 hoặc 2. Do đó có ít nhất hai số có cùng số dư khi chia cho 3 và hiệu của chúng chia hết cho 3.

Mặt khác  $(t + a) - t = a; (t + 2a) - t = 2a; (t + 2a) - (t + a) = a$

Suy ra  $a$  hoặc  $2a$  chia hết cho 3. Mà  $(2,3)=1$  nên  $a : 3 \ (1)$

Vì  $m, n$  là các số nguyên tố lớn hơn 3 nên  $m, n$  là các số lẻ

$\Rightarrow m - n$  Từ (1) và (2) kết hợp với  $(2,3)=1$  ta có  $a : 6$

**Câu 2:** (HSG 7 TP Bắc Ninh, năm học 2022 - 2023)

Chứng minh rằng số  $B = 11^{n+2} + 12^{2n+1} \ (n \in \mathbb{N})$  chia hết cho 133, với mọi

#### Lời giải

Ta có 
$$B = 11^{n+2} + 12^{2n+1} = 11^n \cdot 121 + 144^n \cdot 12 = 133 \cdot 11^n + 12 \cdot (144^n - 11^n) \quad (1)$$

Mặt khác ta có 
$$(144^n - 11^n) : (144 - 11) \Rightarrow (144^n - 11^n) : 133 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $B \text{ M} 133$

**Câu 3:** (HSG T7 Huyện Nghi Lộc, năm học 2022 - 2023)

Chứng minh rằng số  $A = \frac{(17^{2014^{2016}} - 3^{96^{97}})}{2}$  là một số tự nhiên chia hết cho 5.

#### Lời giải

Ta có :  $2014^{2016} = (2014^2)^{1008} : 4$  nên  $2014^{2016} = 4k \ (k \in \mathbb{N}^*)$  suy ra  $17^{2014^{2016}} = 17^{4k}$

Mà  $17^{4k} = (17^2)^{2k} = 289^{2k}$  luôn có chữ số tận cùng là chữ số 1 nên  $17^{2014^{2016}}$  luôn có chữ số tận cùng là chữ số 1

$96^{97} : 4$  nên  $96^{97} = 4m \ (m \in \mathbb{N}^*)$  suy ra  $3^{96^{97}} = 3^{4m}$   
 $3^{4m} = 81^m$  luôn có tận cùng là chữ số 1 nên  $3^{96^{97}}$  luôn có chữ số tận cùng là chữ số 1  
 Suy ra  $(17^{2014^{2016}} - 3^{96^{97}})$  có chữ số tận cùng là chữ số 0  
 Do vậy  $(17^{2014^{2016}} - 3^{96^{97}})$  chia hết cho 2 nên A là số tự nhiên.  
 $(17^{2014^{2016}} - 3^{96^{97}})$  có chữ số tận cùng là 0 nên A chia hết cho 5

**Câu 4: (HSG 7 Huyện Vĩnh Lộc, Tỉnh Thanh Hóa, năm học 2022 – 2023)**

Cho hai số nguyên tố khác nhau p và q. Chứng minh rằng :  $p^{q-1} + q^{p-1} - 1$  chia hết cho  $p \cdot q$

**Lời giải**

Vì p, q nguyên tố cùng nhau và p khác q nên:  $(p, q) = 1$ .  
 Áp dụng định lí Fermat ta có :  $p^{q-1} \equiv 1 \pmod{q}$  và  $q^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$   
 $\Rightarrow p^{q-1} - 1 : q$  và  $q^{p-1} - 1 : p$  mặt khác  $p^{q-1} : p$  và  $q^{p-1} : q$   
 nên ta có :  $p^{q-1} + q^{p-1} - 1 : q$  ;  $p^{q-1} + q^{p-1} - 1 : p$  mà  $(p, q) = 1$  nên :  $p^{q-1} + q^{p-1} - 1 : p \cdot q$

**Dạng 2: Sử dụng đồng dư thức tìm số dư**

**Dạng 3: Tìm điều kiện của biến để chia hết**

**Dạng 4: Sử dụng đồng dư tìm chữ số tận cùng**

**Câu 1: (HSG 7 TP Bắc Ninh, năm học 2022 - 2023)**

Tìm chữ số tận cùng của  $C = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$  với  $n \in \mathbb{N}$  biết  $(n, 10) = 1$ .

**Lời giải**

Với  $n=0$ , khi đó  $C = 3^2 - 2^2 + 1 - 1 = 5$  có chữ số tận cùng là 5.

Với  $n \geq 1$ . Ta có :

$$C = (3^{n+2} + 3^n) - (2^{n+2} + 2^n) = 10 \cdot 3^n - 10 \cdot 2^{n-1} \text{ M}10$$

nên C có tận cùng là chữ số 0.

**Dạng 5: Sử dụng đồng dư trong bài toán về số chính phương**

**Câu 1: (HSG 7 Huyện Vĩnh Lộc, Tỉnh Thanh Hóa, năm học 2022 – 2023)**

Cho  $f(x)$  là đa thức hệ số nguyên và thỏa mãn  $f(0)=0$  và  $f(1)=2$ . Chứng minh rằng  $f(7)$  không thể là số chính phương.

**Lời giải**

Vì  $f(0)=0$  và  $f(1)=2$  nên  $f(x)$  có dạng :  
 $f(x) = 2 + x(x-1) \cdot g(x)$  trong đó  $g(x)$  là 1 đa thức với hệ số nguyên

Ta có  $f(7) = 2 + 42 \cdot g(7) \equiv 2 \pmod{3}$  nên  $f(7)$  không thể là số chính phương

**Câu 2: (HSG 7 Huyện Hiệp Hòa, năm học 2022 - 2023)**

Cho  $p$  là tích của  $2023$  số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng  $p-1$  và  $p+1$  không là số chính phương

**Lời giải**

Nhận xét: Một số chính phương khi chia cho  $3$  và  $4$  thì chỉ có thể có số dư là  $0$  hoặc  $1$

+) Từ giả thiết, suy ra  $p$  chia hết cho  $2; 3$  nhưng không chia hết cho  $4$

Như vậy, vì  $p \equiv 3 \pmod{4}$  suy ra  $p-1$  chia cho  $4$  dư  $2$  (mâu thuẫn)  $\Rightarrow p-1$  không là số chính phương.

+) Vì  $p \equiv 2 \pmod{3}$  và  $p$  không chia hết cho  $4$ , suy ra  $p$  chia cho  $4$  dư  $2 \Rightarrow p+1$  chia cho  $4$  dư  $3$  (mâu thuẫn) nên  $p+1$  cũng không là số chính phương.

Vậy  $p-1, p+1$  không là số chính phương.

**Câu 3: (HSG T7 Huyện Quảng Xương, năm học 2022 - 2023)**

Cho  $A = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ . Chứng tỏ rằng  $A$  không phải là số chính phương

**Lời giải**

Ta có :  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111a + 111b + 111c = 3 \cdot 37 \cdot (a + b + c)$

Vì số chính phương phải chứa thừa số nguyên tố với số mũ chẵn.

Do đó  $a + b + c = 3 \cdot 37 \cdot k^2$  ( $k \in \mathbb{N}$ ). Điều này vô lí vì:  $3 \leq a + b + c \leq 27$

Vậy  $A$  không là số chính phương.

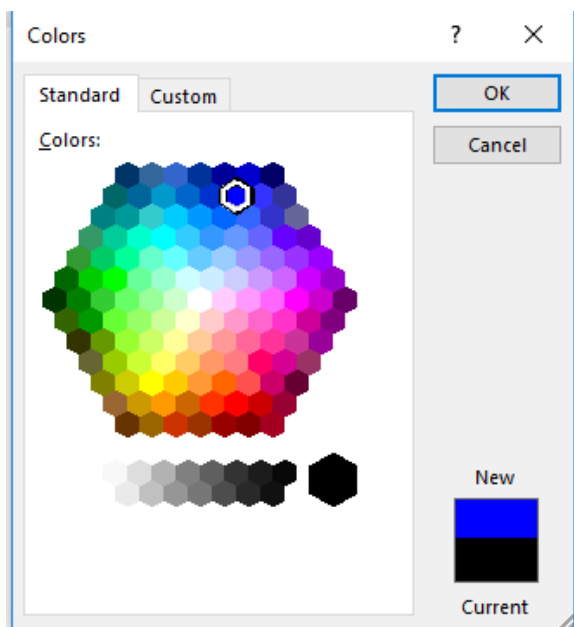
**Dạng 6:** Sử dụng đồng dư trong bài toán về số nguyên tố, hợp số

**Dạng 7:** Sử dụng đồng dư trong bài toán tìm nghiệm nguyên

**QUY ĐỊNH BIÊN SOẠN ĐỀ KIỂM TRA, TÀI LIỆU CỦA NHÓM**

Thường gặp – Không chuẩn	CHUẨN
1. Dấu độ $90^0$	1. $90^\circ$ <b>Nhấn Ctrl +Shiff +K, buông ra nhấn D</b>
2. Dấu phẩy $\Delta', d'$ hoặc $A'$	2. $\Delta', d'$ hoặc $A'$ <b>Nhấn Ctrl Alt ‘</b>
3. Cặp ngoặc tròn $(3;4)$	3. $(3;4)$ <b>Nhấn Ctrl (có thêm 1 dấu cách trước và sau ; trong cặp ngoặc)</b>
4. Tọa độ điểm $(1;2)$	5. $(1;2)$ <b>Trước và sau dấu ; có 1 dấu cách .</b>
<b>Nhấn Ctrl Space để gõ dấu cách trong MT.</b>	
5. $f[g(x)], [f(x)+g(x)]$	7. $f(g(x)), (f(x)+g(x))$ <b>vì dấu ( ) trong <math>f(x)</math> là kí hiệu, không phải phép toán.</b>
6. Dấu song song $a//b$	8. $a//b$ <b>Trước và sau dấu // phải có 1 dấu cách Gõ // bình thường trong MT, bôi đen // (Ctrl+Shift+E).</b>
7. Tách rời công thức $x, y$ hoặc $x_1; x_2$	9. $x, y$ hoặc $x_1; x_2$ <b>Dấu , hoặc dấu ; nằm ngoài MT, tách ra thành 2 công thức có tính chất riêng biệt.</b>
8. Các tập số $N, Z, R \dots$	11. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}$ <b>(nhấn Ctrl D, buông ra nhấn Shift N)</b>
9. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ (dấu ngoặc gõ thường bằng Word)	13. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ <b>(gõ hết trong MT, sau dấu phẩy gõ thêm 1 dấu cách)</b>
10. $\{1,2,3,\dots,100\}$ hoặc 1, 2, 3...	15. $\{1;2;3;...;100\}$ <b>(khi liệt kê và giữa các phần tử trong một tập hợp phải ngăn cách nhau bằng dấu chấm phẩy, sau dấu ; thêm 1 dấu cách cho đẹp)</b>
11. Đánh số công thức (1), (2), (*)	16. (1) (*) <b>(Gõ hết trong MT và <u>đề riêng</u>)</b>
12. Cặp ngoặc ( ) để thường bên ngoài. Cặp ngoặc bên trong MT ( )	
13. Tách Công Thức cho những trường hợp có dấu , hoặc dấu ; . Hai CT có tính chất riêng biệt. và không xuống hàng trong MT.	
14. Các chữ số tự nhiên không đi cùng bất kì kí tự nào khác có thể gõ bằng Word bình thường, không cần gõ trong Mathtype.	
15. Các biến số như $x, y, t \dots$ và các chữ cái như $a, b, m, A, B \dots$ đều phải được gõ trong Mathtype và in nghiêng.	
16. Đơn vị in đứng và cách số liệu 1 dấu cách. (km) ; (km/h) ;( nếu gõ trong MT thì dùng cặp ngoặc MT). Có thể gõ ngoài word thông thường và cách số liệu 1 dấu cách.	
17. Hình vẽ canh giữa trang, để chế độ In line with Text. Trên Hình dạng điểm nhỏ, Nét Vẽ mảnh, Miền diện tích cần Tô màu. Thể hiện đúng nội dung bài giải.	
18. Hình vẽ, bảng giá trị cần phải hóa ảnh.	
19. Nội dung trong công thức Mathtype canh đều về bên trái.	
20. Toàn bộ văn bản phải canh đều hai biên (Ctrl J), trừ chữ <b>Lời giải</b> và các hình ảnh.	

21. Không dùng dấu cách trong các công thức Toán.
22. Kí hiệu trong góc, khoảng cách, **không** dùng dấu chấm phẩy. Góc, khoảng cách dùng ngoặc tròn không dùng ngoặc vuông.
23. **Không viết tắt** các cụm từ như TXĐ, BBT, VTPT, VTCP, PT, BTP, TH, ĐKXĐ..., **cho phép viết tắt** đvtt, đvdt, SGK, Đpcm.
24. Các chữ (g – c – g), (g – g), (c – g – c), (c – c – c) cho phép viết tắt và **phải gõ bằng Word** thông thường, không in nghiêng.
25. Các chữ **loại, nhận, thỏa mãn** **khi gõ** trong Mathtype **không viết tắt và nằm trong cặp ngoặc tròn** ( **Chuẩn** (loại) (thỏa mãn) (nhận) ; ; . (chuyển sang Fonf Vni-tmie: rồi gõ cái chữ trên trong text). Có thể gõ ngoài MT (loại); (nhận).
26. Nếu câu hỏi muốn hỏi mệnh đề sai, hoặc không (thuộc, đúng...) thì các chữ **sai, không phải in đậm, không nghiêng, không gạch chân**.
27. **Tuyệt đối không dùng gạch đầu dòng** trong văn bản Toán học.



Màu xanh chuẩn:

**BẢNG GÕ TẮT TRONG MATHTYPE**

Mở cửa sổ mathtype	Ctrl + Alt + Q
Đóng cửa sổ mathtype	Alt + F4
Số mũ	Ctrl + H
Chỉ số dưới	Ctrl + L
Số mũ + chỉ số dưới	Ctrl + J
Phân số	Ctrl + F
Căn bậc hai	Ctrl + R
Căn bậc n	Ctrl + T,n
$\geq$	Ctrl + K, >
$\leq$	Ctrl + K, <
$\Rightarrow$	Ctrl +K, Shift + Right

↔	Ctrl + K, Alt + Shift + Right
≠	Ctrl + K, Shift +
≡	Ctrl + K, +
∈	Ctrl + K, E

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com  
<https://www.vnteach.com>