

Trả lời ngắn

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
Đáp án: 3

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là.

Lời giải

Đáp án: 1

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Đáp án: 1

Câu 3. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ là.

Lời giải

Đáp án: $y = x - 1$

$$\begin{cases} y = x - 1 + \frac{1}{x-1} \Rightarrow TCX: y = x - 1. \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0 \end{cases}$$

Sử dụng chú ý b) chia tử thức cho mẫu thức ta được

Đáp án: $!m:\$mathtype_12\$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	3	

Arrows in the original image: from y=1 to $-\infty$, from y=2 to -3, from y=3 to 3.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

Lời giải

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x=0$ là TCD của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

Đáp án: 3

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		-	0	
y	0	2		$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là.

Lời giải

Từ bảng biến thiên đã cho ta có :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Đáp án: 2

Câu 6. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x}$ là

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = -\infty$.

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2 + x)(\sqrt{x+9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(x^2 + x)(\sqrt{x+9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{1}{6}$$

$\Rightarrow x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Đáp án: 1

Câu 7. Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

$$\text{TH1: } x < -1 \Rightarrow x+1 < 0. \text{ Khi đó } f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{-\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

Suy ra hàm số TCN $y = -1$, không có TCD.

$$\text{TH2: } x > 1 \Rightarrow x+1 > 0. \text{ Khi đó } f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

Suy ra hàm số TCN $y = 1$, TCD $x = 1$.

Vậy hàm số có 2 TCN và 1 TCD

Đáp án: 1 TCD, 2 TCN

$$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2 - 6x + 2m}}$$

Câu 8. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của S là.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 2m > 0 \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 6x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 2m > 0 \\ x_1 + x_2 > -2 \\ (-2)^2 - 6(-2) + 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ 3 > -2 \\ 4 + 12 + 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m > -8 \end{cases}$$

x_1, x_2 lớn hơn -2

Do đó tập $S = \{-7; -6; -5; \dots; 4\}$ có 12 giá trị.

Đáp án: 12

Câu 9. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^3 + mx + 1} - \sqrt[3]{x^4 + x + 1} + m^2 x}$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó tổng các phần tử của S bằng.

Lời giải

$$\text{Đáp án: } -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^3 + mx + 1} - \sqrt[3]{x^4 + x + 1} + m^2 x}$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + mx + 1} - \sqrt[3]{x^4 + x + 1} + m^2 x}{x}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sqrt{x^3 + mx + 1} - 1}{x} - \frac{\sqrt[3]{x^4 + x + 1} - 1}{x} + \frac{m^2 x}{x} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x^3 + mx}{x(\sqrt{x^3 + mx + 1} + 1)} - \frac{x^4 + x}{x(\sqrt[3]{(x^4 + x + 1)^2} + \sqrt[3]{x^4 + x + 1} + 1)} + m^2 \right] \end{aligned}$$

Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(x^2 + m)}{(\sqrt{x^3 + mx + 1} + 1)} - \frac{(x^3 + 1)}{\sqrt[3]{(x^4 + x + 1)^2} + \sqrt[3]{x^4 + x + 1} + 1} + m^2 \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{m}{2} - \frac{1}{3} + m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6m^2 + 3m - 2 = 0 \text{ Vậy } m_1 + m_2 = -\frac{1}{2}$$

Đáp án: $[-1m:\$mathtype_{80\$}]$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	1	-2	3

Tổng số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ là...

Lời giải

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị là số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ có hai đường tiệm cận đứng.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{4}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ có bốn đường tiệm cận.

Đáp án: 4

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		3	0	$+\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3+x)+3}$ là...

Lời giải

Đặt $t = x^3 + x$, ta có khi $x \rightarrow -\infty$ thì $t \rightarrow -\infty$ và khi $x \rightarrow +\infty$ thì $t \rightarrow +\infty$.

Mặt khác ta có $t' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên với mọi $t \in \mathbb{R}$ phương trình $x^3 + x = t$ có duy nhất một nghiệm x .

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị là số nghiệm của phương trình

$$f(t)+3=0 \Leftrightarrow f(t)=-3$$

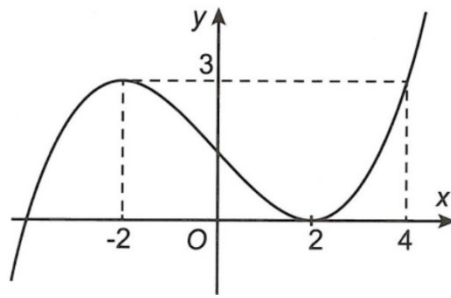
Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có duy nhất một nghiệm nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3+x)+3}$ có một tiệm cận đứng.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x^3+x)+3} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(t)+3} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x^3+x)+3} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(t)+3} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3+x)+3}$ có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Vậy đồ thị có hai đường tiệm cận

Đáp án: 4

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(4-x^2)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

Lời giải

Đặt $t = 4 - x^2$, ta có khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì $t \rightarrow -\infty$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(t)-3} = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$f(4-x^2)-3=0 \Leftrightarrow f(4-x^2)=3 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x^2=-2 \\ 4-x^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{6} \\ x=0 \end{cases}$$

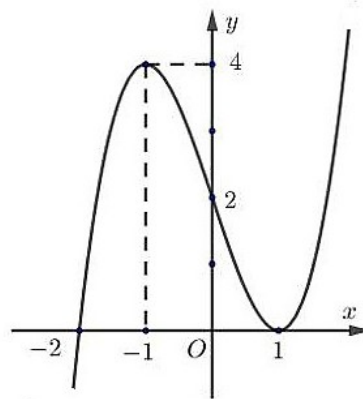
Mặt khác

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $g(x)$ có ba đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có bốn đường tiệm cận.

Đáp án: 4

Câu 13. Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ dưới đây:



Đồ thị của hàm số $g(x) = \frac{3x^2-x-2}{3f^2(x)-6f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Lời giải

$$3f^2(x)-6f(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ f(x)=2 \end{cases}$$

Xét phương trình

Dựa vào đồ thị ta suy ra:

Phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \end{cases}$, với $x=-2$ là nghiệm đơn và $x=1$ là nghiệm kép.

Suy ra: $f(x) = a(x+2)(x-1)^2$, ($a \neq 0$).

$$f(x)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=m \ (-2 < m < -1) \\ x=n \ (n > 1) \end{cases}$$

Phương trình, các nghiệm đều là nghiệm đơn.

Suy ra $f(x)-2 = ax(x-m)(x-n)$, ($a \neq 0$).

Khi đó:
$$g(x) = \frac{(x-1)(3x+2)}{3f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x-1)(3x+2)}{3a^2(x+2)(x-1)^2x(x-m)(x-n)}$$
$$= \frac{(3x+2)}{3a^2x(x+2)(x-1)(x-m)(x-n)}, (a \neq 0)$$

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 5 đường tiệm cận đứng

Cách 2: Chọn hàm số $f(x)$. Ta có $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Đồ thị hàm số qua 4 điểm $A(-2;0), B(-1;4), C(0;2), D(1;0)$.

suy ra
$$\begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=2 \end{cases} \text{ hay } f(x) = x^3 - 3x + 2$$

• Khi đó:

$$g(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{3f^2(x) - 6f(x)} = \frac{3x^2 - x - 2}{3f(x)(f(x) - 2)} = \frac{3x^2 - x - 2}{3(x^3 - 3x + 2)(x^3 - 3x)}$$
$$= \frac{(x-1)(3x+2)}{3(x+2)(x-1)^2x(x^2-3)}$$

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 5 đường tiệm cận đứng

Đáp án: 5

Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							
				3		-1	
	$-\infty$						$+\infty$

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang

Lời giải

Hàm số $g(x)$ xác định khi $\begin{cases} x \geq -\frac{5}{4} \\ f(x) \neq \pm 1 \end{cases}$

Ta có $y = f(x)$ là hàm bậc ba và dựa vào bảng biến thiên ta có $y' = a(x^2 - 1) \Rightarrow y = \frac{a}{3}x^3 - ax + b$.

$$\begin{cases} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{a}{3} + a + b = 3 \\ \frac{a}{3} - a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|x^3-3x+1|-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x^2} + \frac{7}{x^3} - 3\sqrt{\frac{4}{x^5} + \frac{5}{x^6}}}{\left|1 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right| - \frac{1}{x^3}} = 0$$

$\Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$g(x) = \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1} = \frac{(4x^2-8x+4)(|f(x)|+1)}{(f^2(x)-1)(2x+7+3\sqrt{4x+5})}$$
$$= \frac{4(x-1)^2(|f(x)|+1)}{(f(x)-1)(f(x)+1)(2x+7+3\sqrt{4x+5})}$$
$$= \frac{4(x-1)^2(|f(x)|+1)}{x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x+2)(x-1)^2(2x+7+3\sqrt{4x+5})}$$

$$= \frac{4(f(x)+1)}{x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x+2)(2x+7+3\sqrt{4x+5})}$$

$$x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x+2)(2x+7+3\sqrt{4x+5}) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{3} \end{cases} \text{ (vì } x \geq -\frac{5}{4}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow x=0$$

là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^-} g(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow x=\sqrt{3}$$

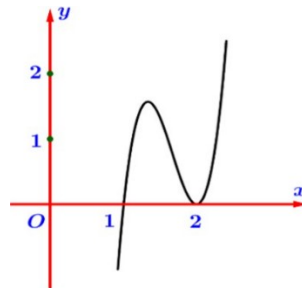
là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$ và tiệm cận đứng là $y=\sqrt{3}$

Đáp án: 2

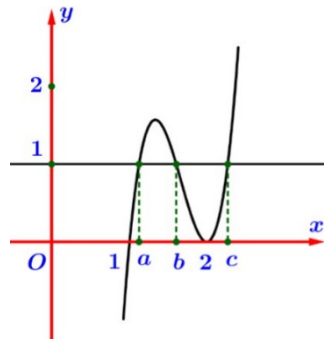
Câu 15. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$g(x)=\frac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x[f^2(x)-f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?



Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $g(x)$ là $x \geq 1$.



Xét phương trình $x[f^2(x)-f(x)]=0 \Leftrightarrow x.f(x).[f(x)-1]=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{cases}$.

Xét phương trình $f(x)=0$ có nghiệm kép $x=2$ và nghiệm đơn $x=1$.

Xét phương trình $f(x)=1$ có ba nghiệm đơn $\begin{cases} x=a, 1 < a < 2 \\ x=b, 1 < b < 2, b \neq a \\ x=c, c > 2 \end{cases}$. Ta thấy $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$

Nên không mất tính tổng quát, ta có

$$+ f(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)^2=0$$

$$+ f(x)=1 \Leftrightarrow (x-a)(x-b)(x-c)=0$$

Do đó:

$$g(x)=\frac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x[f^2(x)-f(x)]}=\frac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}$$

Khi đó

+ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^0} g(x) \\ \lim_{x \rightarrow 0^0} g(x) \end{cases}$ không tồn tại giới hạn $\Rightarrow x=0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$

$$+ \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = +\infty$$

$\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = +\infty \end{cases}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = +\infty$$

$\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = +\infty \end{cases}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = +\infty$$

$\Rightarrow x=a$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow b^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow b^+} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow b^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = -\infty \end{cases}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow b^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = -\infty$$

$\Rightarrow x=b$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow c^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow c^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = -\infty \end{cases}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow c^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = -\infty$$

$\Rightarrow x=c$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

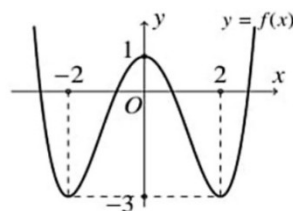
$$+ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 3x + 2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)} = 0$$

$\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 6 đường tiệm cận.

Đáp án: 6

Câu 16. Cho hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x)}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



Lời giải

$$\text{Ta có: } y = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x)}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3} = \frac{(x-2)(x+2)x(x+2)}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3} = \frac{(x-2)(x+2)^2 x}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$$

$$\text{Xét } [f(x)]^2 + 2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m, m < -2 \\ x = 0 \\ x = n, n > 2 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm $x = 0; x = \pm 2$ là các nghiệm kép (nghiệm bội 2).

Do đó đa thức $[f(x)]^2 + 2f(x) - 3$ có bậc là 8.

$$\text{Suy ra } y = \frac{(x-2)(x+2)^2 x}{a^2 x^2 (x+2)^2 (x-2)^2 (x-m)(x-n)} = \frac{1}{a^2 x (x-2)(x-m)(x-n)}.$$

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng là $x = 0, x = 2, x = m, x = n$.

Đáp án: 4

---HẾT---

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>