**HH12 – CHƯƠNG 3**

**§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG**

Thời lượng dự kiến: 5 tiết

Facebook GV Phản biện: Thu Nguyễn

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**I. ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN**

**1.Khoảng cách từ một điểm đên mặt phẳng.**

Trong không gian  cho điểm  và mặt phẳng

. Khi đó khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng là:



**B. LUYỆN TẬP**

**I. Các ví dụ**

**⮚ VD1:** Tính khoảng cách từ điểm đến .

**Lời giải**

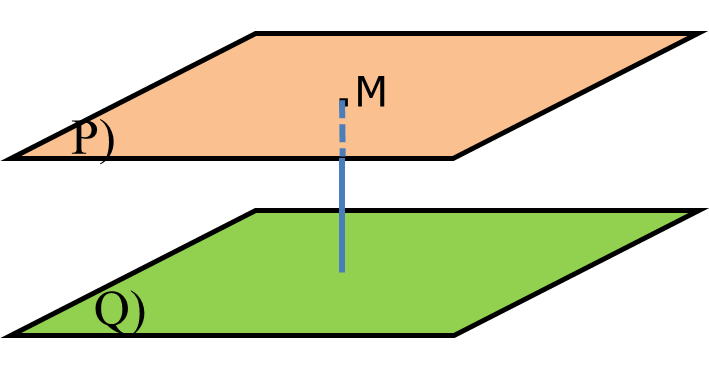
Áp dụng khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng là:



Ta có: 

**⮚ VD2:** Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song và biết: ; .

**Lời giải**



Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ điểm bất kì thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

Ta lấy điểm và kí hiệu  là khoảng cách giữa hai mặt phẳng và, ta có:

**II. Bài tập trắc nghiệm**

1. **[Mức độ 1]** Tính khoảng cách từ điểm đến .

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

**Lời giải**



Ta có: 

1. **[Mức độ 1]** Trong không gian , khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song:  và .

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta lấy điểm và kí hiệu  là khoảng cách giữa hai mặt phẳng và, ta có:

1. **[Mức độ 2]** Trong không gian , Mặt cầu có tâm và tiếp xúc với mặt phẳng , phương trình mặt cầu là:

**A.** **. B.** **.**

**C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ điểm đến .

Ta có: .

Nên phương trình mặt cầu là: 

1. **[Mức độ 2]** Trong không gian ,cho điểm  phương trình mặt cầu tâm và tiếp xúc với mặt phẳng là:

**A.** **. B.** **.**

**C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có phương trình với mặt phẳng là .

bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ điểm đến.

Ta có: .

Nên phương trình mặt cầu là: .

1. **[Mức độ 2]** Trong không gian , điểm  thuộc trục  và cách đều hai mặt phẳng  và có toạ độ là:

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: ,theo giải thiết 

Vậy .

1. **[Mức độ 2]** Trong không gian , mặt phẳng  cắt mặt cầu  theo một giao tuyến là đường tròn . Diện tích của hình tròn  là:

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt cầu có tâm  và bán kính  Gọi  là hình chiếu của  lên . Khi đó là khoảng cách từ  đến .

 mặt phẳng  cắt mặt cầu  theo một giao tuyến là đường tròn  có tâm là, bán kính  và

.

Diện tích của hình tròn  là: .

1. **[Mức độ 3]** Trong không gian , cho hai điểm ,và mặt phẳng . Xét  thay đổi và , giá trị nhỏ nhất của bằng:

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  là điểm thoã mãn .

; .



 min khi min hay  min; mà 

Vậy .

1. **[Mức độ 3]** Trong không gian , mặt phẳngđi qua  và cách một khoảng cách lớn nhất có phương trình là:

**A.** **. B.** **.**

**C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

Nên  lớn nhất  khi đó  là hình chiếu của  lên .

Suy ra nên là vecto pháp tuyến của 

mặt phẳngđi qua  nên có phương trình là: 

hay .

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1. **[2H3-2.6-1] (SGD Vĩnh Phúc-2019-2020)** Trong không gian , khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng  có phương trình là .

Vậy: .

1. **[2H3-2.6-1]** **(Chuyên Hà Giang - Năm 2019 - 2020)** Cho mặt phẳng  và điểm . Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: .

1. **[2H3-2.6-2] (THPT Lê Văn Thịnh - Bắc Ninh - Năm 2019 - 2020)** Trong không gian với hệ trục toạ độ , cho hai mặt phẳng :  và : . Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng  và .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Lấy điểm  thuộc mặt phẳng .

Vì hai mặt phẳng  và  song song với nhau nên

.

1. **[2H3-2.6-2] (SGD Sơn La - Năm 2019-2020)** Cho mặt phẳng  và điểm  với . Tìm tất cả cá giá trị của  sao cho khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  và 



1. **[2H3-2.6-2] (Chuyên Quang Trung - Lần 01 - Năm 2019 - 2020)** Trong không gian với hệ trục tọa độ , khoảng cách từ tâm mặt cầu  đến mặt phẳng  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt cầu có tâm  và bán kính .

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng ta có:

.

1. **[2H3-2.6-3] (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Năm 2019-2020)** Cho hai điểm  . Biết tập hợp các điểm  thỏa mãn  là đường tròn có bán kính . Tính .

**A. . B. . C. . D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  suy ra





 là phương trình mặt cầu  tâm  và bán kính .

Suy ra điểm  thuộc mặt cầu  và thuộc mặt phẳng  nên  là đường tròn với .

 nên .

1. **[2H3-2.6-3] (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - Năm 2019-2020)** Cho mặt phẳng  đi qua hai điểm  và  sao cho mặt phẳng  tạo với mặt phẳng một góc bằng . Tính khoảng cách từ điểm gốc tọa độ đến mặt phẳng 

**A. ** . **B. ** . **C.** . **D. ** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử mặt phẳng cắt  tại .

Phương trình mặt phẳng .

Mặt phẳng  có một vecto pháp tuyến là .

Mặt phẳng có một vecto pháp tuyến là .

Mặt phẳng tạo với mặt phẳng  một góc bằng  nên ta có

 hay.

Suy ra .

Phương trình mặt phẳng .

Hoặc 

Khoảng cách từ điểm gốc tọa độ đến mặt phẳng  là: .

1. **[2H3-2.7-2] (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - Lần 2 - Năm 2019-2020)** Trong không gian , cho mặt cầu  và mặt phẳng . Tính bán kính đường tròn giao tuyến của và .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: 

. Suy ra cắt  theo giao tuyến là đường tròn . Gọi  là bán kính của  ta có: .

1. **[2H3-2.7-2] (Vted - Đề 05 - Năm 2019-2020)** Trong không gian , mặt cầu  cắt mặt phẳng  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Mặt cầu  có tâm , bán kính  cắt mặt phẳng  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính .

1. **[2H3-2.7-2] (THPT Đào Duy Từ - Năm 2019 - 2020)** Đường tròn giao tuyến của mặt cầu  khi cắt bởi mặt phẳng  có chu vi bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Khoảng cách .

Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu và mặt phẳng là .

Chu vi đường tròn giao tuyến của mặt cầu và mặt phẳng là .

1. **[2H3-2.7-2] (THPT Hoàng Văn Thụ - Nam Định - Lần 2 - Năm 2019 - 2020)** Trong không gian với hệ tọa độ  cho mặt phẳng *.* Viết phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc với .

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

**Lời giải**

**Chọn A**

• Bán kính mặt cầu .

• Vậy phương trình mặt cầu là 

1. **[2H3-2.9-2] (THPT Lương Thế Vinh – Hà Nội – Lần 01 – Năm 2019 - 2020)** Trong không gian , cho  là trọng tâm tam giác  và  là điểm trên mặt phẳng . Độ dài ngắn nhất bằng:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

 là trọng tâm tam giác  nên có tọa độ là .

Phương trình mặt phẳng 

Ta có  .

Dấu bằng xảy ra khi  là hình chiếu của điểm  trên mặt phẳng .

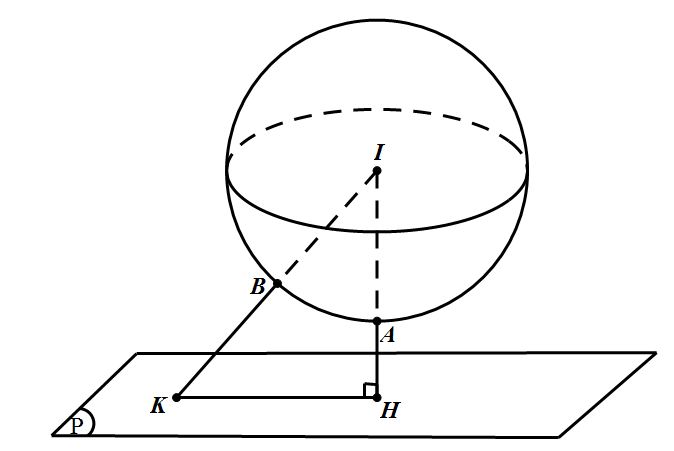
Vậy độ dài  ngắn nhất bằng .

1. **[2H3-2.9-3] (THPT Cam Lộ-Quảng Trị-2019-2020)** Cho mặt phẳng  và mặt cầu . Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng  đến một điểm thuộc mặt cầu  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Gọi  là hình chiếu của  trên mặt phẳng  và  là giao điểm của  với .

Ta có .

Gọi  là điểm bất kỳ trên mặt phẳng  và  là giao điểm của  với .

Ta có .

Vậy khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng  đến mặt cầu  là đoạn . .