**GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG 3**

**§2. TÍCH PHÂN**

Thời lượng dự kiến: 4 tiết

Facebook GV1 soạn bài: Nguyễn Văn Phú.

Facebook GV2 phản biện lần 1: Nguyễn Thị Minh Nguyệt

Facebook GV3 phản biện lần 2: Minh Anh Vo

Facebook GV4 chuẩn hoá: Hoa Nghiêm

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**III. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN**

**1. Phương pháp đổi biến số**

**1.1. Định lý**

⮚ **Định lý:** Cho hàm số  liên tục trên đoạn . Giả sử hàm số  có đạo hàm liên tục trên đoạn  sao cho ,  và  với mọi .

Khi đó .

⮚ **Chú ý:** Chú ý nếu  thì ta xét 

**1. 2. Ví dụ**

⮚ **VD1:** Tính tích phân sau:.

**Lời giải**

Đặt , .

Đổi cận .

Khi đó 

⮚ **Chú ý:** Trong nhiều trường hợp ta còn sử dụng phép đổi biến số ở dạng sau: Cho hàm số  liên tục trên đoạn. Để tính , đôi khi ta chọn hàm số  làm biến số mới, trong đó trên đoạn ,  có đạo hàm liên tục và . Giả sử có thể viết  với  liên tục trên đoạn 

Khi đó, ta có .

⮚ **Phương pháp**: Tính  với .

**Bước 1**: Biến đổi để chọn phép đặt 

**Bước 2**: Đổi cận:  (Ghi nhớ: đổi biến phải đổi cận).

**Bước 3**: Đưa về dạng  đơn giản hơn và dễ tính toán.

⮚ **VD2:** Tính tích phân sau: .

**Lời giải**

Đặt Ta có 

Đổi cận .

Khi đó .

⮚ **VD3:** Tính tích phân sau: .

**Lời giải**

Đặt .

Đổi cận .

Khi đó .

⮚ **VD4:** Tính tích phân sau: .

**Lời giải**

Đặt  .

Đổi cận .

Vậy .

**B. LUYỆN TẬP**

1. **[Mức độ 2]** Cho  và  Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt .

Đổi cận .



1. **[Mức độ 3]** Giá trị của tích phân  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt , .

Đổi cận .

Suy ra 

⮚ **Phương pháp giải nhanh trắc nghiệm**

Sử dụng máy tính tính .

Sử dụng máy tính tính bấm các đáp án, đáp án nào cho kết quả gần bằng  thì chọn.

1. **[Mức độ 2]** Giá trị của  được viết dưới dạng phân số tối giản  (,  là các số nguyên dương). Khi đó giá trị của  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt .

Đổi cận ; .

Khi đó .

Suy ra 

1. **[Mức độ 3]** Giả sử tích phân . Lúc đó

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt .

Đổi cận .

Khi đó .

Do đó .

Vậy .

1. **[Mức độ 2]** Tính tích phân .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt 

Đổi cận 

.

**Phương pháp giải nhanh trắc nghiệm**

Sử dụng máy tính tính .

1. **[Mức độ 2]** Với phép đổi biến , tích phân  trở thành

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  .

Đổi cận .

Khi đó  .

**Phương pháp giải nhanh trắc nghiệm**

Sử dụng máy tính tính .

Sử dụng máy tính tính các tích phân trong các đáp án, đáp án nào cho kết quả  chọn.

1. [Mức độ 2] Cho tích phân  Nếu đặt  thì

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

Lời giải

**Chọn D**

Đặt 

Đổi cận 

Khi đó 

**Phương pháp giải nhanh trắc nghiệm**

Sử dụng máy tính tính .

Sử dụng máy tính tính các tích phân trong các đáp án, kết quả bằng  thì ta chọn đáp án đó.

1. **[Mức độ 2]** Cho biết . Tính tích phân .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt 

Đổi cận 

Khi đó .

1. **[Mức độ 3]** Tính tích phân .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Với .

Đặt 

Đổi cận 

Khi đó 

Vậy .

1. **[Mức độ 3]** Cho . Khi đó giá trị của  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện .

Đặt .

Đổi cận 

Ta có 

Lúc đó  (do ).

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1. **[Mức độ 2]** Tích phân bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt .

Đổi cận ; .

Ta có .

1. **[Mức độ 2]** Cho tích phân , nếu đặt  thì tích phân đã cho trở thành

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét tích phân .

Đặt .

Đổi cận  và .

Khi đó tích phân .

1. **[Mức độ 2]** Cho tích phân  nếu đặt  thì  trong đó

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt .

Đổi cận ; 

Khi đó .

Vậy 

1. **[Mức độ 2]** Xét , nếu đặt  thì  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt .

Đổi cận ; 

Khi đó .

1. **[Mức độ 3]** Biết  với  và  là phân số tối giản. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt .

Đổi cận ; .

Ta có .

Vậy .

1. **[Mức độ 2]** Cho . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt .

Đổi cận  và .

Do đó .

Vậy .

1. **[Mức độ 2]** Cho hàm số  liên tục trên . Biết .

Tính 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét . Đặt .

Khi , .

Ta có .

1. **[Mức độ 3]** Biết  Tính.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

, với .

Đặt 

Đổi cận ; .

Khi đó .

Vậy .

1. **[Mức độ 3]** Cho hàm số  liên tục trên  và .

Giá trị của  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt .

Đổi cận:



Khi đó .

Do tích phân không phụ thuộc vào biến nên .

Vậy .

1. **[Mức độ 4]** Cho hàm số .

Tích phân  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt .

Với .

Với .

Khi đó 

.

1. **[Mức độ 3]** Tính tích phân  biết rằng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt .

Với , với .

Khi đó 

.

1. **[Mức độ 3]** Biết với  Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Chia cả tử và mẫu biểu thức trong dấu tích phân cho  ta có:

.

Đặt . Ta có .

Đổi cận .

Khi đó .

Suy ra ; .

Vậy .

1. **[Mức độ 2]** Cho hàm số  liên tục trên  thỏa mãn  và . Tích phân  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có .

Lại có .

Suy ra .

Vậy .

1. **[Mức độ 4]** Tính tích phân .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có .

Đặt .

Đổi cận ; .

Khi đó .

1. **[Mức độ 3]** Tích phân  với  và  là phân số tối giản. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có 

.

Đặt .

Với  thì .

Với  thì .

Suy ra .

Vậy .