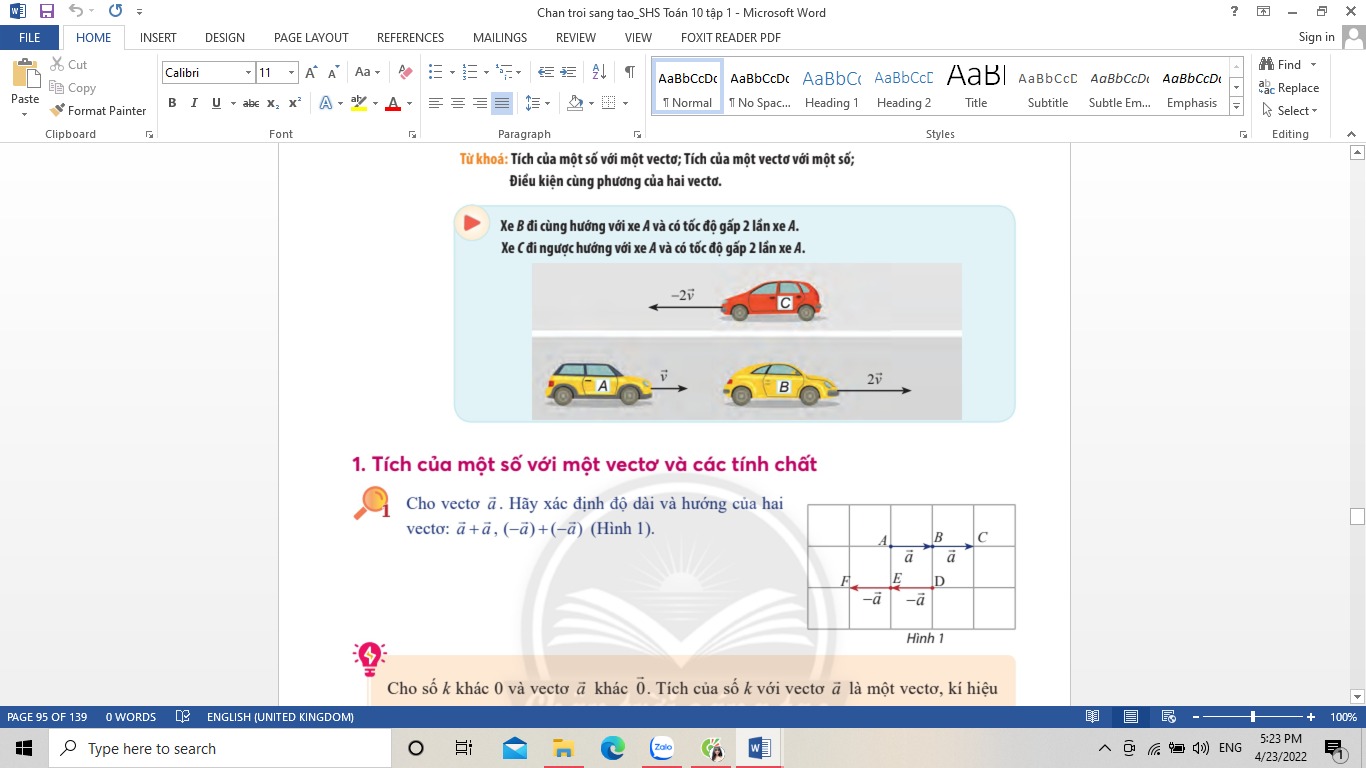
**Bài 3. Tích của một số với một vectơ**

Từ khoá: **Tích của một số với một vectơ; Tích của một vectơ với một số;**

**Điều kiện cùng phương của hai vectơ.**

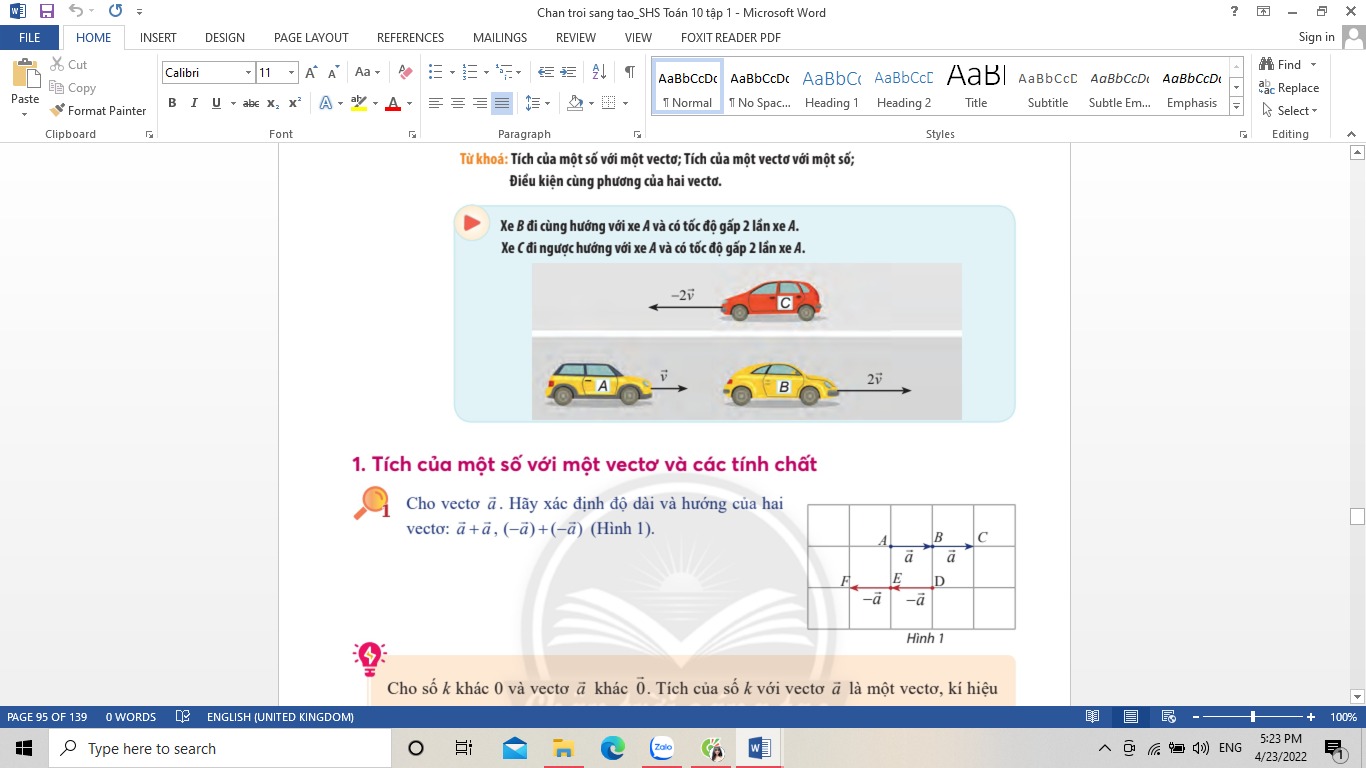
**Xe *B* đi cùng hướng với xe *A* và có tốc độ gấp 2 lần xe *A*.**

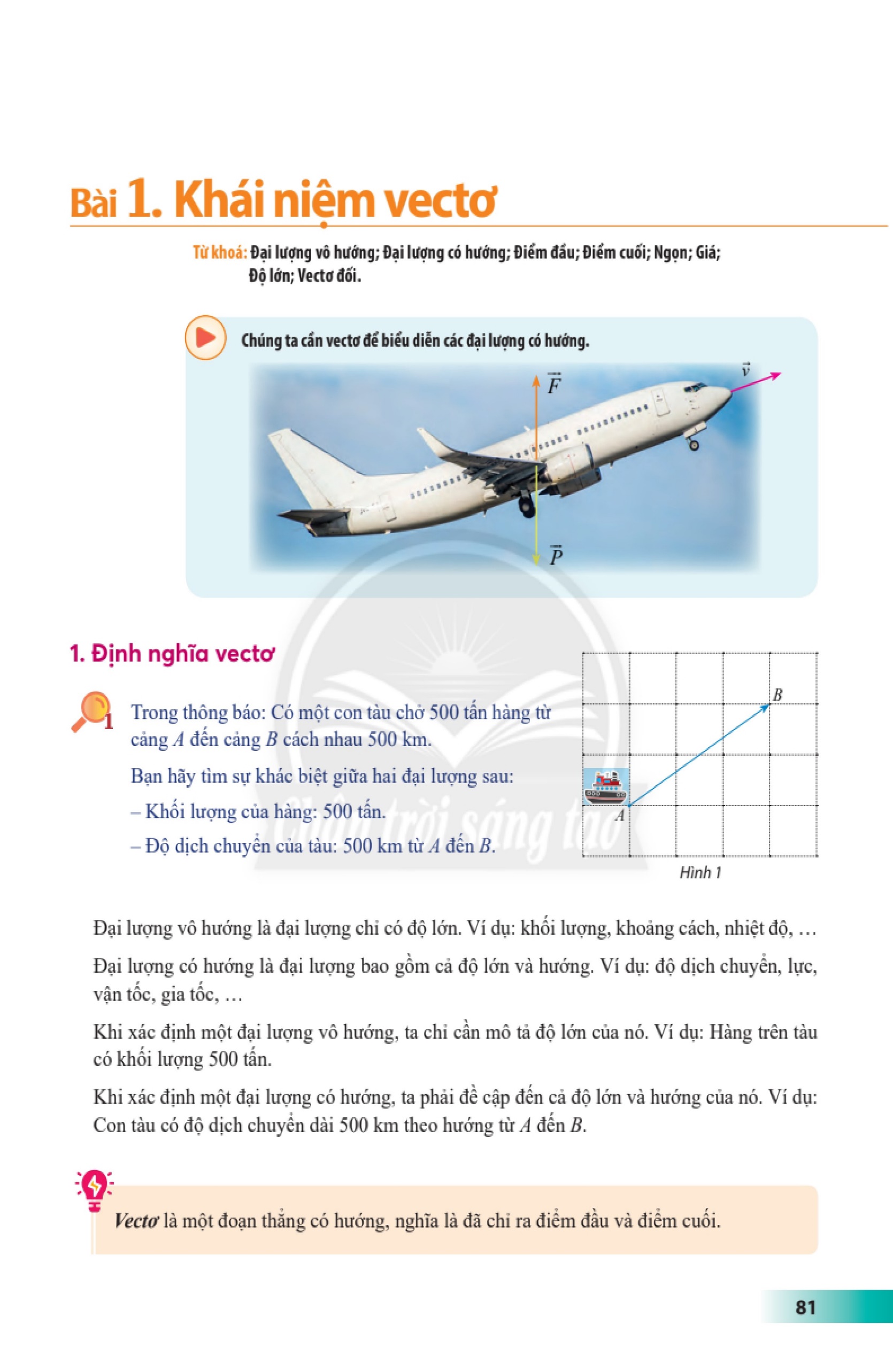
**Xe *C* đi ngược hướng với xe *A* và có tốc độ gấp 2 lần xe *A*.**



**1. Tích của một số với một vectơ và các tính chất**

Cho vectơ . Hãy xác định độ dài và hướng của hai vectơ: + , (-) + (-) (Hình 1).



Cho số k khác 0 và vectơ khác . Tích của số k với vectơ là một vectơ, kí hiệu là k .

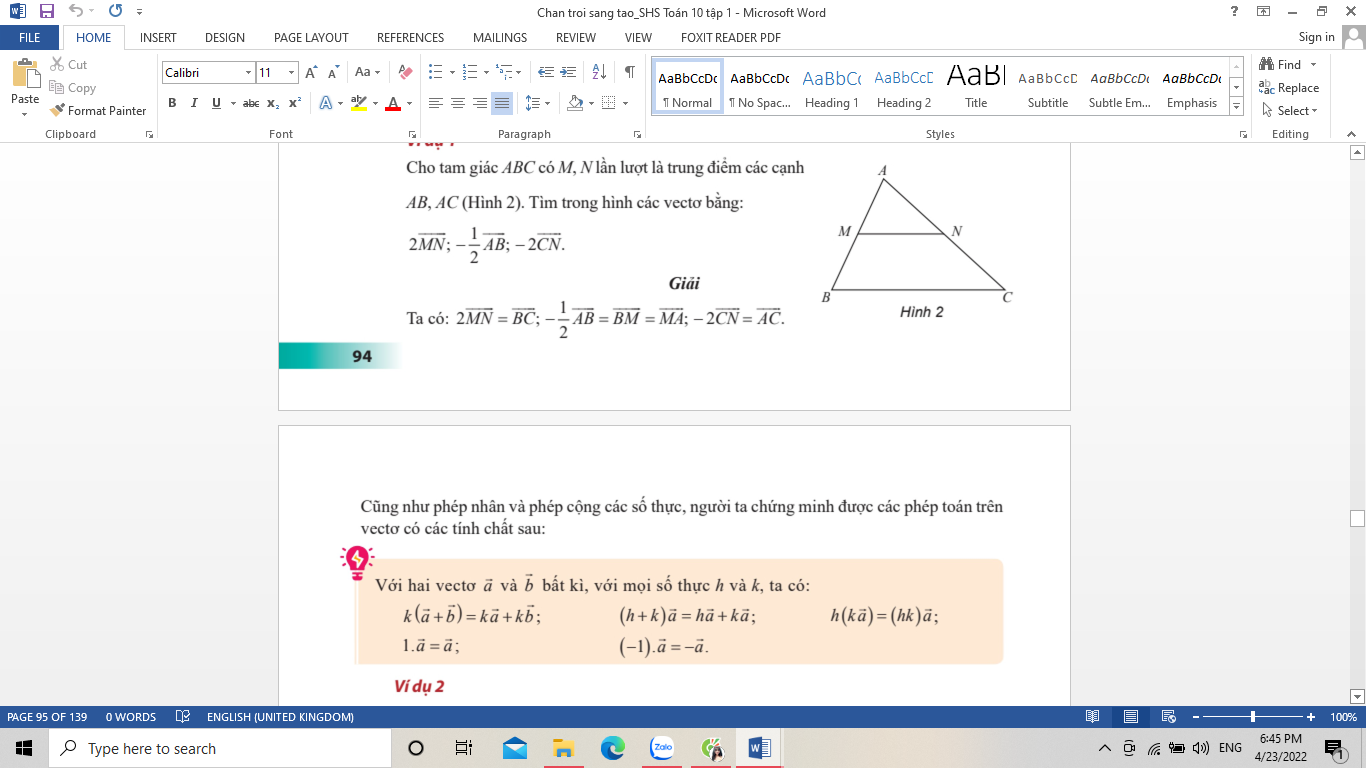
Vectơ k cùng hướng với nếu k > 0, ngược hướng với nếu k < 0 và có độ dài bằng ..

Ta quy ước 0 và k = .

Người ta còn gọi tích một số với một vectơ là tích của một vectơ với một số.

***Ví dụ 1***

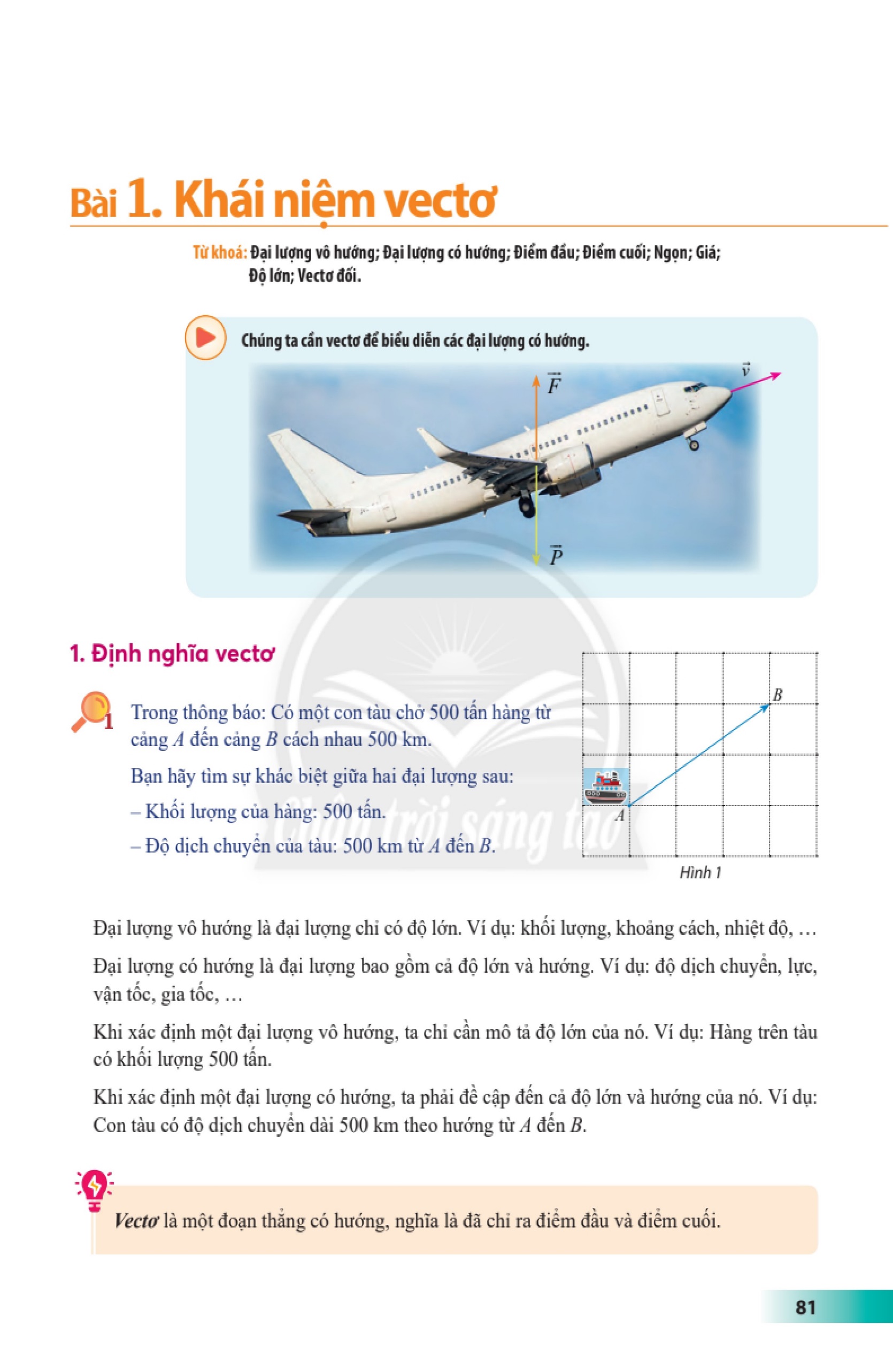
Cho tam giác *ABC* có *M*, *N* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB*, *AC* (Hình 2). Tìm trong hình các vectơ bằng: 2; - ; - 2.



***Giải***

Ta có: 2 = ; - = = ; - 2 = .

Cũng như phép nhân và phép cộng các số thực, người ta chứng minh được các phép toán trên vectơ có các tính chất sau:

Với hai vectơ và bất kì, với mọi số thực h và k, ta có:

k ( +) = k + k;

(h + k) = h + k;

h(k) = (hk);

1. = .

(- 1). = -.

***Ví dụ 2***

Thực hiện các phép toán vectơ sau:

a) 5( + );

b) (x + 2);

c) - 3(4);

d) – 2.

***Giải***

a) 5( + ) = 5 + 5.

b) (x + 2) = x + 2;

c) - 3(4) = (-3.4) = - 12;

d) - 2 = (1-2) = (-1) = - .

***Ví dụ 3***

Cho đoạn thẳng *AB* và một điểm *M* tùy ý. Chứng minh *I* là trung điểm của đoạn thẳng *AB* khi và chỉ khi + = 2.

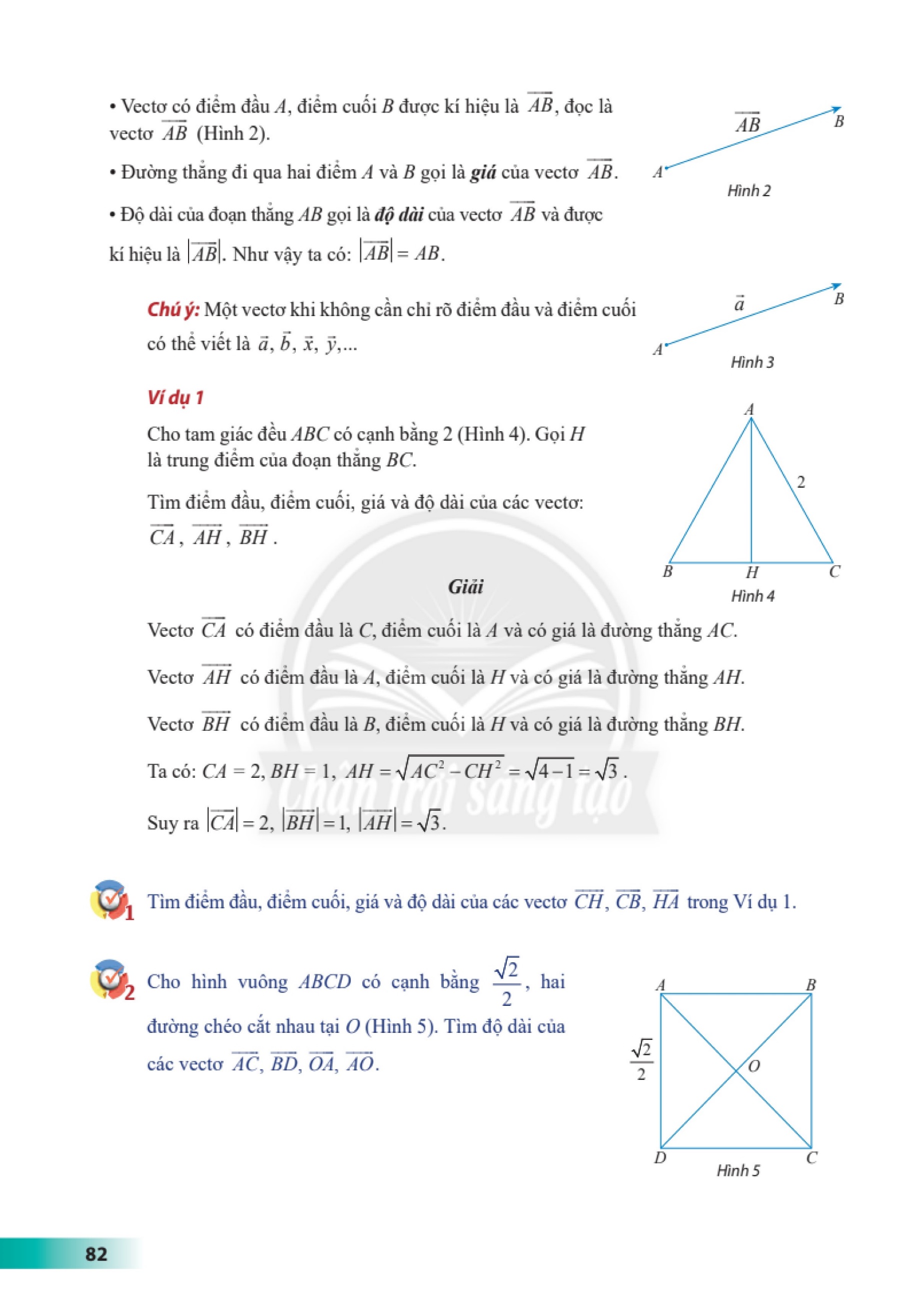
***Giải***

Ta có + = 2MI ⇔ + + + = 2

⇔ 2 + + = 2

⇔ + = 0

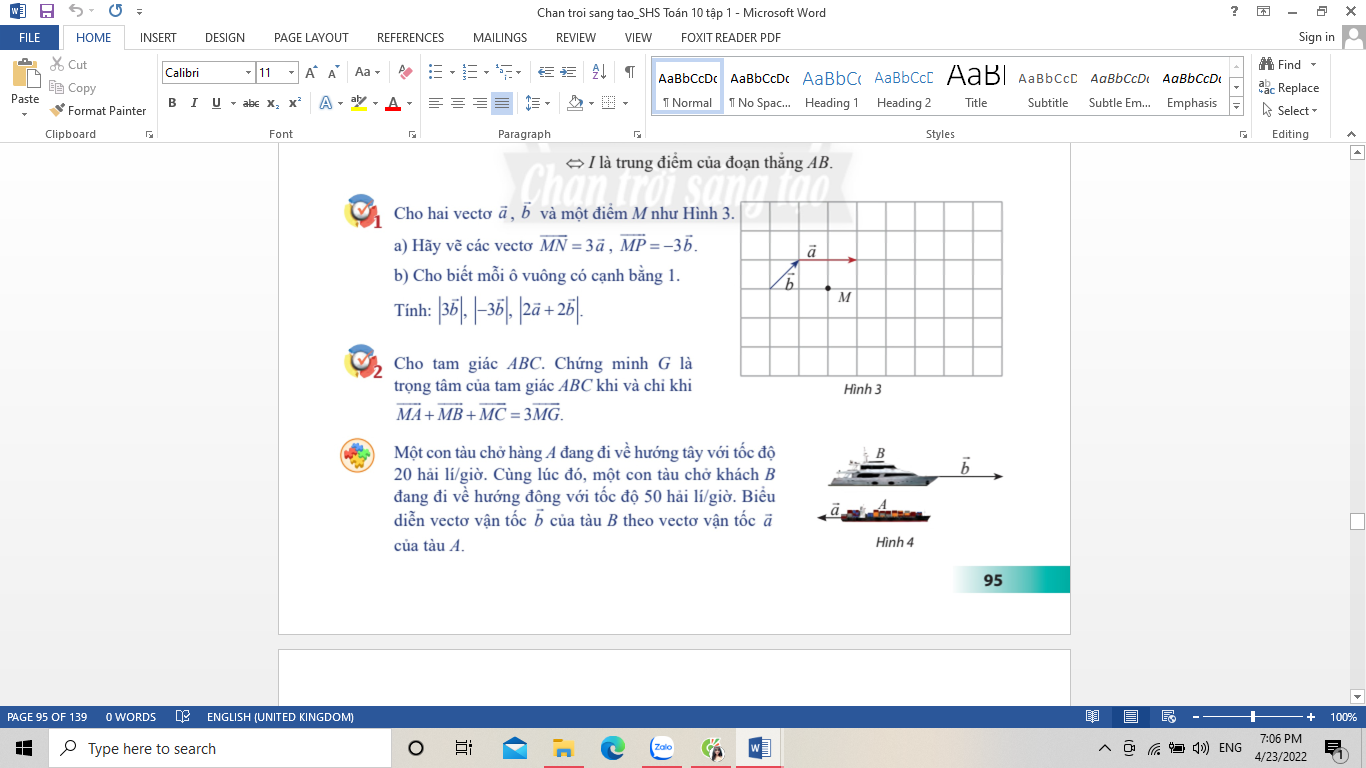
⇔ *I* là trung điểm của đoạn thẳng *AB*.

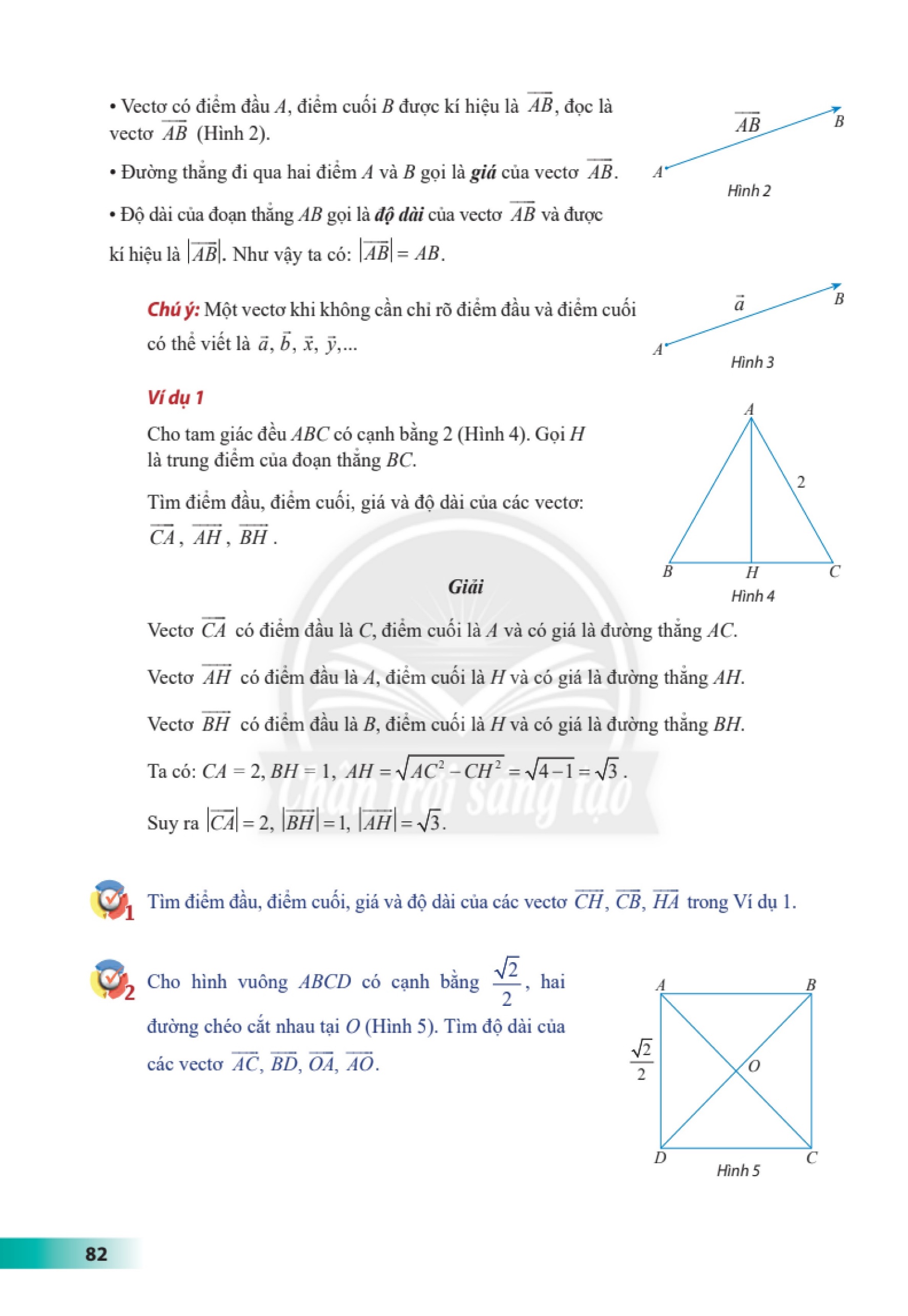
Cho hai vectơ , và một điểm *M* như Hình 3.

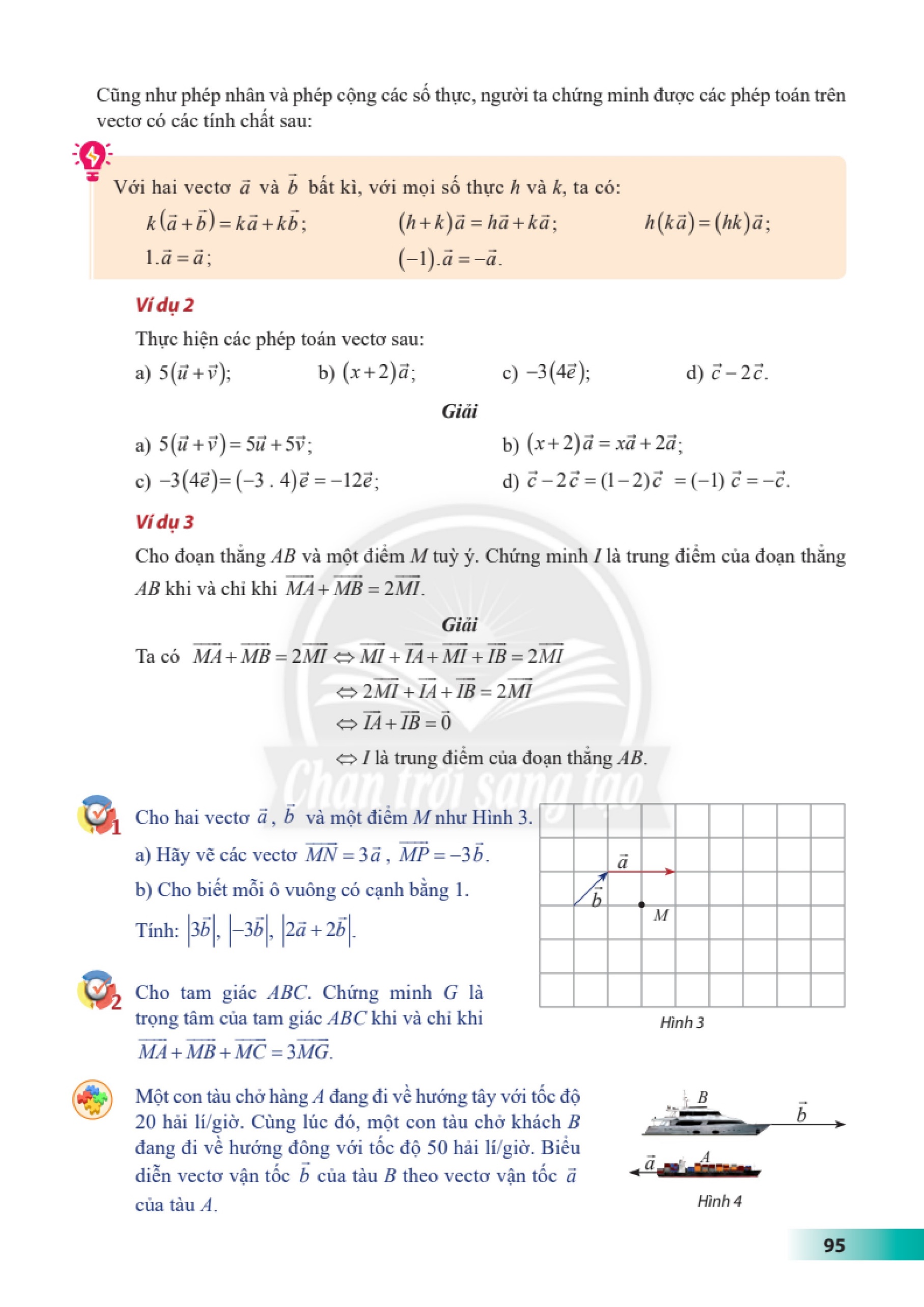
a) Hãy vẽ các vectơ = 3, = 3.

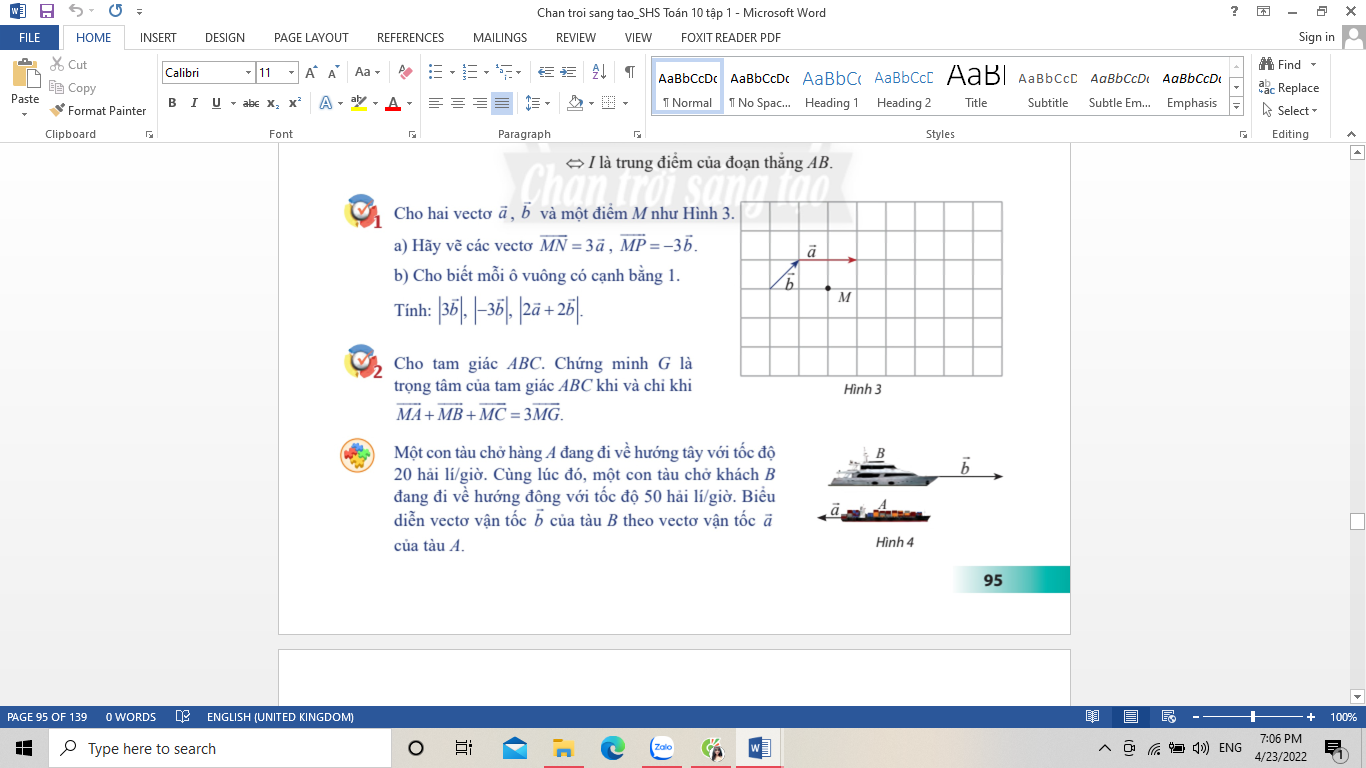
b) Cho biết mỗi ô vuông có cạnh bằng 1.

Tính: , ,

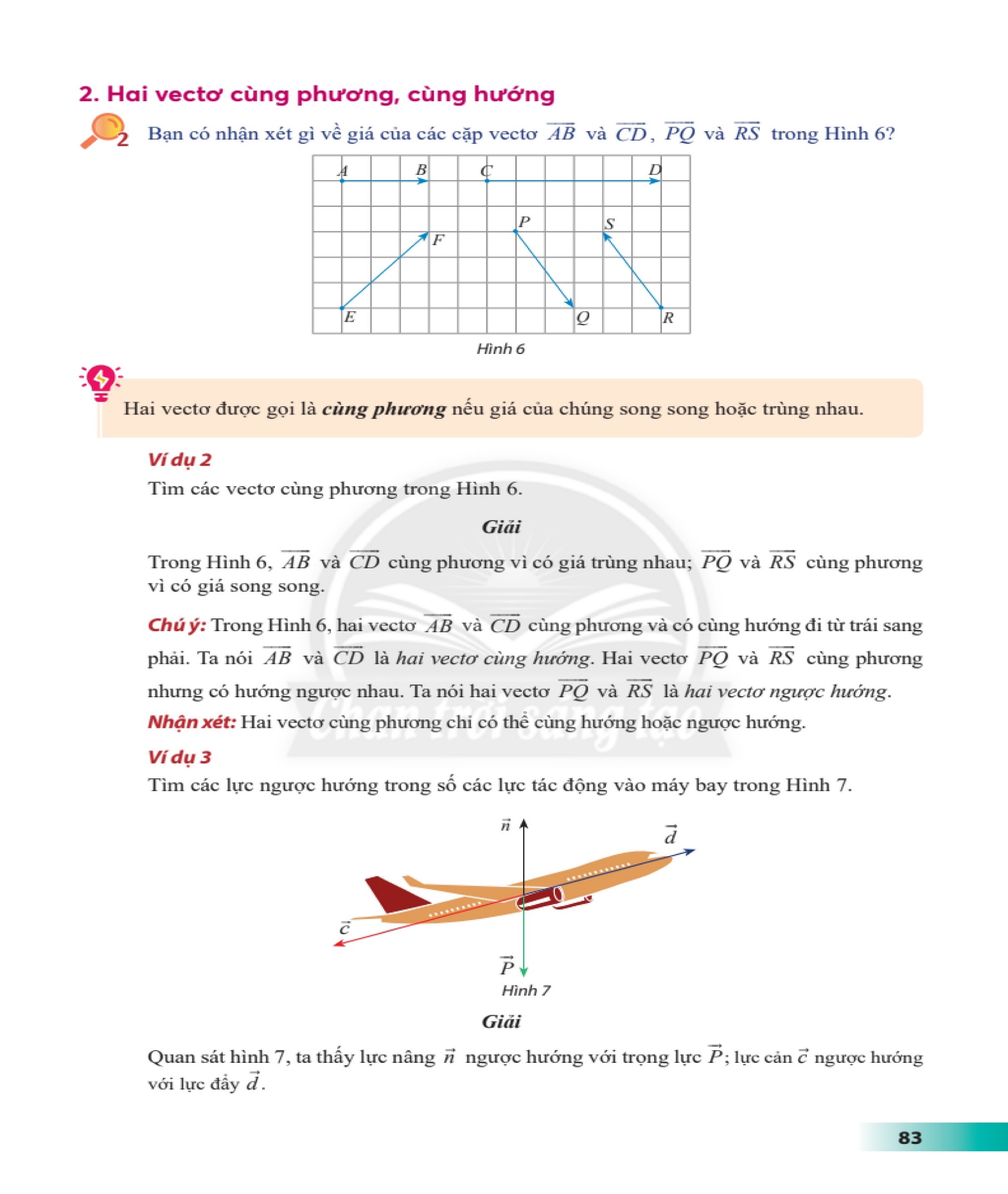


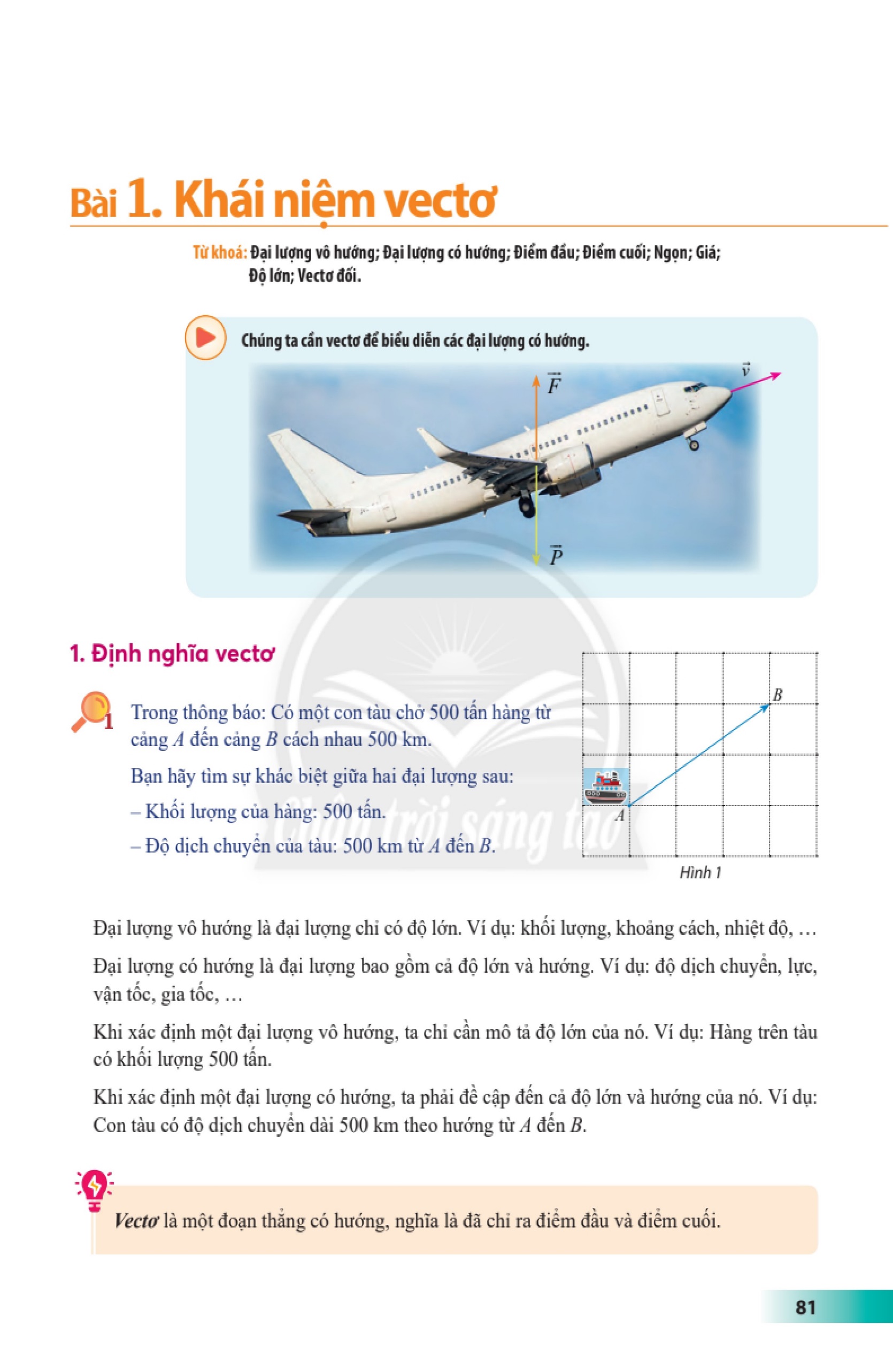
Cho tam giác *ABC*. Chứng minh *G* là trọng tâm của tam giác *ABC* khi và chỉ khi + + = 3.

Một con tàu chở hàng *A* đang đi về hướng tây với tốc độ 20 hải lí/giờ. Cùng lúc đó, một con tàu chở khách *B* đang đi về hướng đông với tốc độ 50 hải lí/giờ. Biểu diễn vectơ vận tốc của tàu *B* theo vectơ vận tốc chất của tàu *A*.



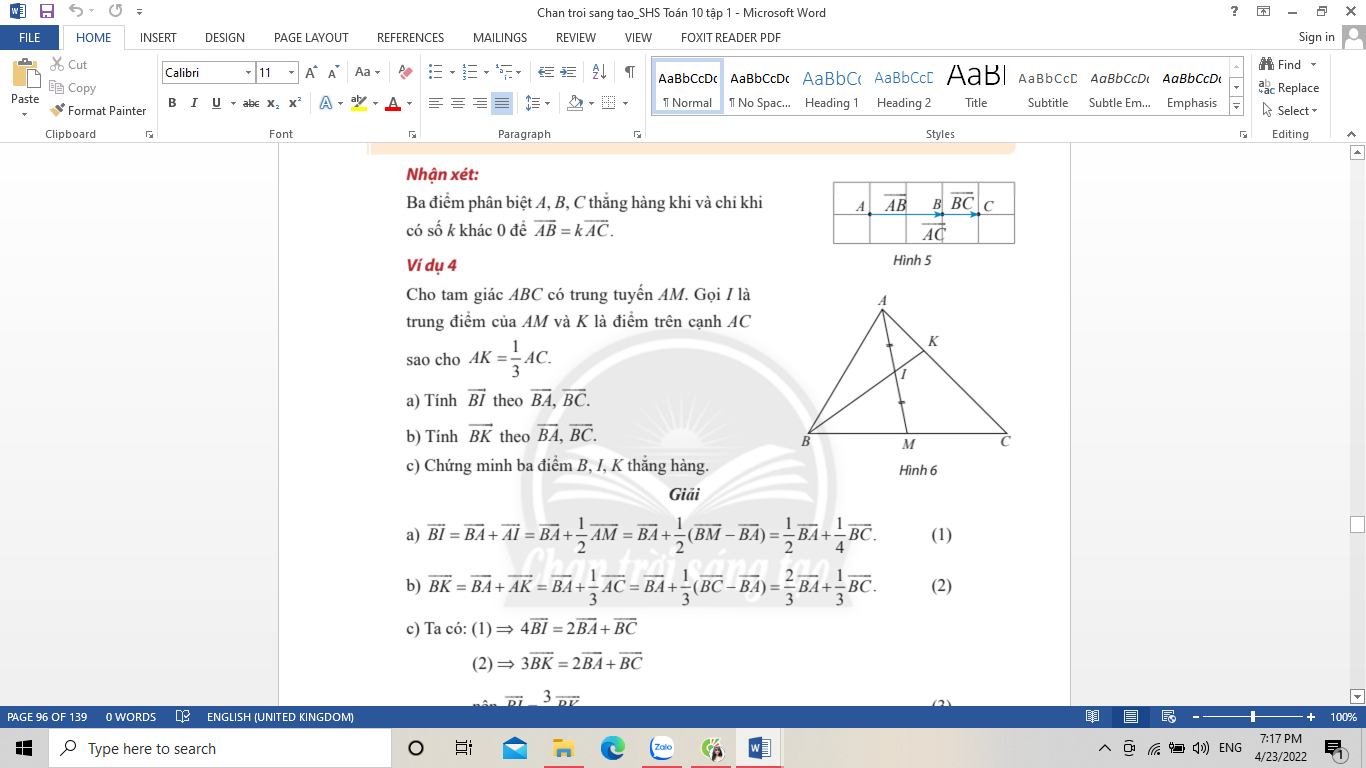
**2. Điều kiện để hai vectơ cùng phương**

Cho hai vectơ và cùng phương, khác và cho = . . So sánh độ dài và hướng của hai vectơ và .

Hai vectơ và ( khác ) cùng phương khi và chỉ khi có số k sao cho = k.

***Nhận xét:***

Ba điểm phân biệt *A*, *B*, *C* thẳng hàng khi và chỉ khi có số k khác 0 để = k.



***Ví dụ 4***

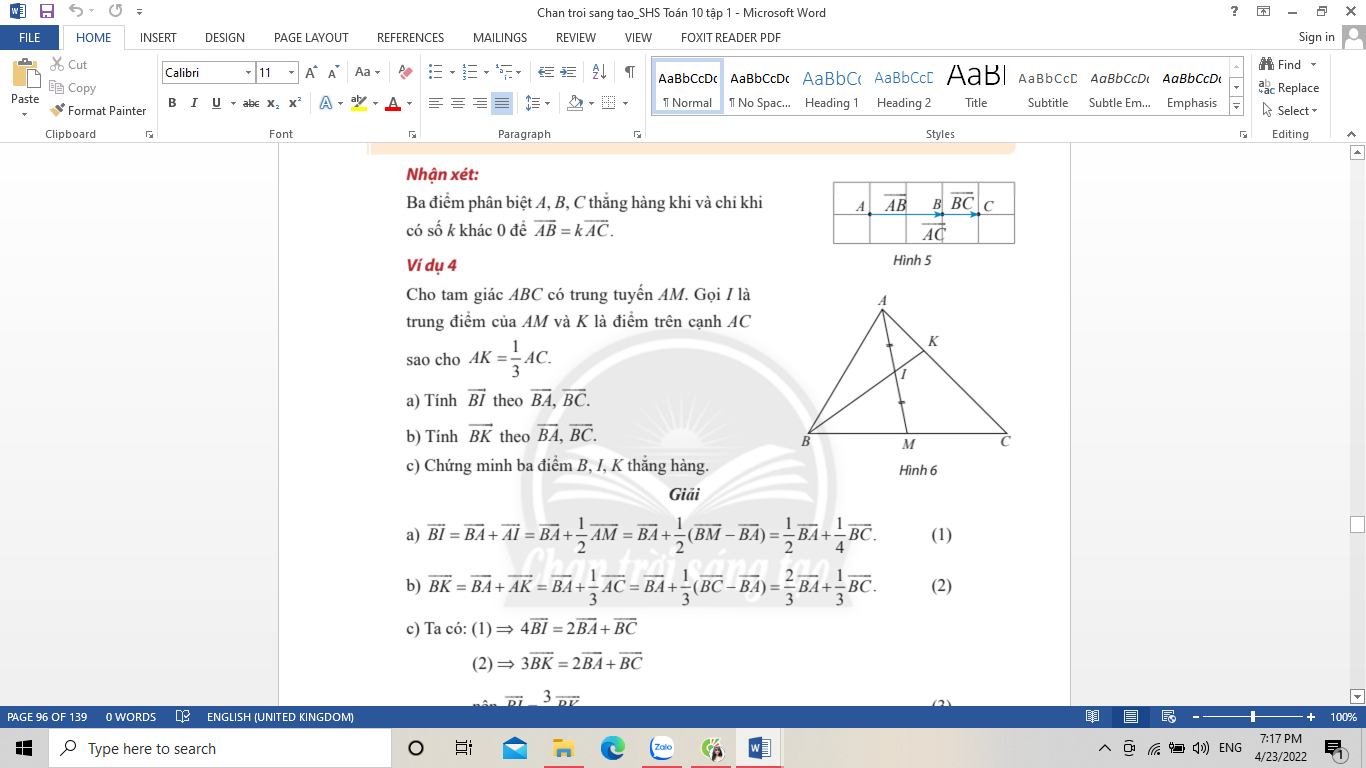
Cho tam giác *ABC* có trung tuyến *AM*. Gọi *I* là trung điểm của *AM* và *K* là điểm trên cạnh *AC*

sao cho *AK* = *AC*.

a) Tính theo , .

b) Tính theo , .

c) Chứng minh ba điểm *B*, *I*, *K* thẳng hàng.



***Giải***

a) = + = + = + ( - ) = + . (1)

b. = + = + = + ( - ) - 2 = + . (2)

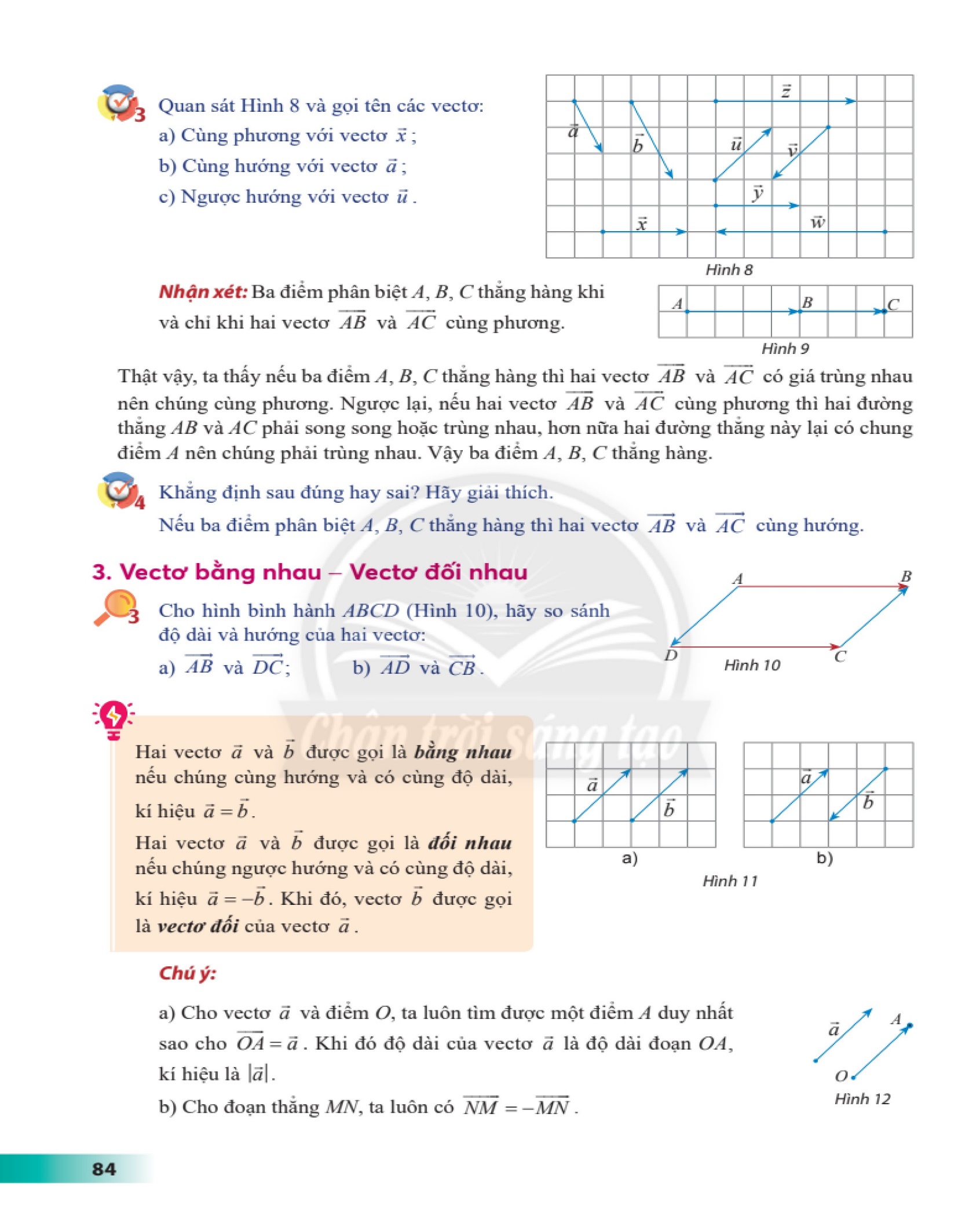
c) Ta có: (1) ⇔ 4 = 2 +

(2) ⇔ 3 = 2 +

nên - (3)

Từ (3) ta suy ra ba điểm *B*, *I*, *K* thẳng hàng.

***Chú ý:*** Cho hai vectơ và không cùng phương. Với mọi vectơ luôn tồn tại duy nhất cặp số thực (m; n) sao cho = m + n.

Cho tứ giác *ABCD* có *I* và *J* lần lượt là trung điểm của *AB* và *CD*. Cho điểm *G* thoả mãn + + + = . Chứng minh ba điểm *I*, *G*, *J* thẳng hàng.

BÀI TẬP

**1.** Cho hình bình hành *ABCD* có *O* là giao điểm hai đường chéo, Với *M* là điểm tuỳ ý, chứng minh rằng:

a) + + + = 4;

b) + + = 2.

**2.** Cho tứ giác *ABCD*. Gọi *M* và *M* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB* và *CD*. Chứng minh rằng:

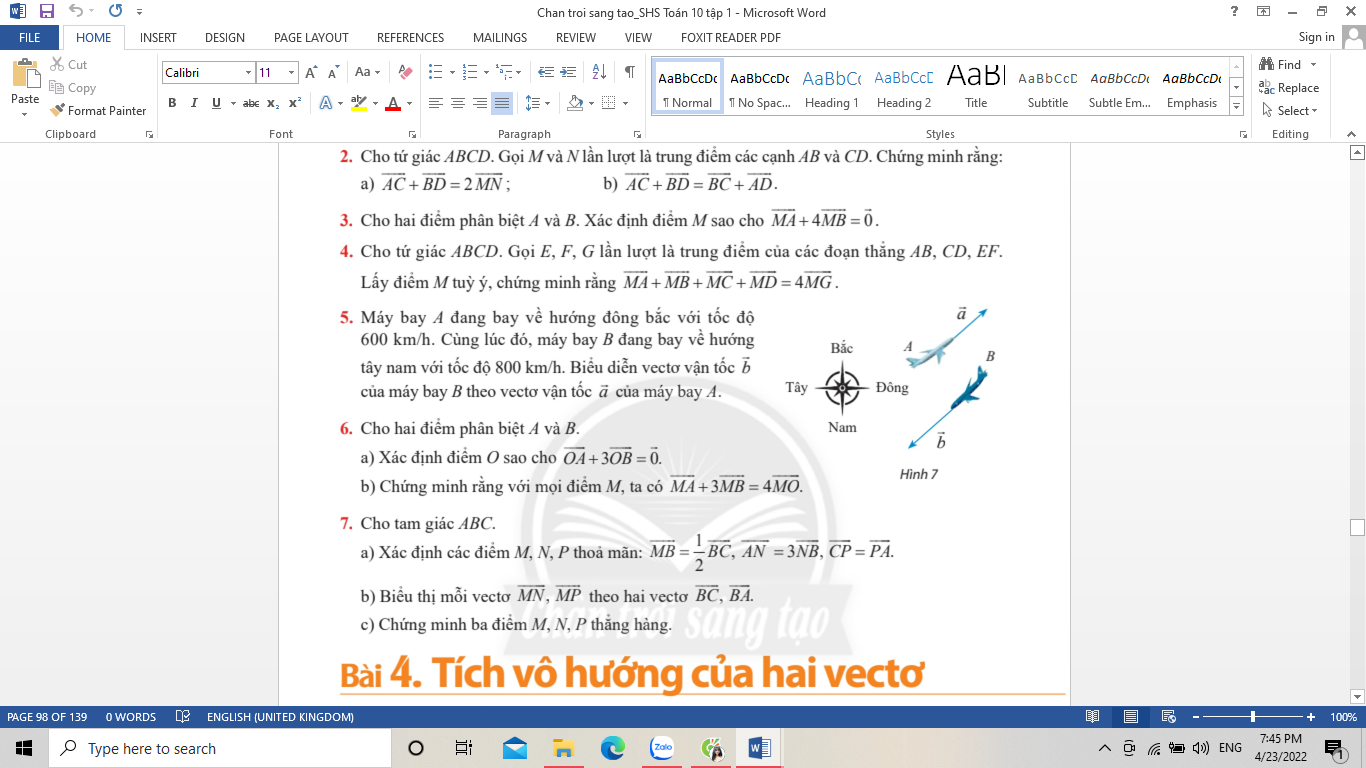
a) + = 2;

B) + = + .

**3.** Cho hai điểm phân biệt *A* và *B*. Xác định điểm *M* sao cho + 4 = .

**4.** Cho tứ giác ABCD. Gọi *E*, *F*, *G* lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng *AB*, *CD*, *EF*. Lấy điểm *M* tuỳ ý, chứng minh rằng + + + = 4.

**5.** Máy bay *A* đang bay về hướng đông bắc với tốc độ 600 km/h. Cùng lúc đó, máy bay *B* đang bay về hướng tây nam với tốc độ 800 km/h. Biểu diễn vectơ vận tốc của máy bay *B* theo vectơ vận tốc của máy bay *A*.



**6.** Cho hai điểm phân biệt *A* và *B*.

a) Xác định điểm *O* sao cho + 3 = .

b) Chứng minh rằng với mọi điểm *M*, ta có + 3 = 4.

**7.** Cho tam giác *ABC*.

a) Xác định các điểm *M*, *N*, *P* thoả mãn: = , = 3, = .

b) Biểu thị mỗi vectơ , theo hai vectơ , .

c) Chứng minh ba điểm *M*, *N*, *P* thẳng hàng.