|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT NGHỆ AN**  **Đề dự bị** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 CẤP THCS**  **NĂM HỌC 2021 – 2022**  **Môn thi: TOÁN** **- BẢNG B**  *Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)* |

*Hướng dẫn chấm thi gồm 05 trang*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1.** (*3,0 điểm*)  a) Cho  với *k* ∈ Z. Tìm điều kiện của *k* để *A* chia hết cho 16.  b) Tìm giá trị lớn nhất của phân số mà tử số là một số có ba chữ số, còn mẫu số là tổng các chữ số của tử số. | | |
| **a/**  ***1,5*** | Cho A = k4 + 2k3 - 16k2 - 2k +15 với k ∈ Z  Vì k ∈ Z ⇒ ta xét các trường hợp.  TH1: k chẵn ⇒ A = k4 + 2k3 - 16k2 - 2k +15 là một số lẻ  ⇒ A không chia hết cho 2  ⇒ A không chia hết cho 16 (loại) (1) | 0,5 |
| TH2: k lẻ, ta có:  A = k4 + 2k3 - 16k2 - 2k +15 = (k2 - 1)(k2 + 2k - 15)  = (k - 1)(k + 1)(k - 3)(k + 5)  Do k lẻ ⇒ k - 1; k + 1; k - 3; k + 5 chẵn  ⇒ A = (k - 1)(k + 1)(k - 3)(k + 5)  2.2.2.2 = 16 (thỏa mãn) (2)  Từ (1) và (2) ⇔ với ∀ k ∈ Z, k lẻ thì A chia hết cho 16 | 0,5  0,5 |
| ***b/***  ***1,5*** | Gọi tử số của phân số là (0 < a ≤ 9, 0 ≤ b ≤ 9, 0 ≤ c ≤ 9, *a, b, c* ∈ N)  Ta có  Suy ra Pmax = 100 khi *b = c = 0, 0 < a ≤ 9, a*∈ N | 1,5 |
| **Câu 2.** (*7,0 điểm*)  a) Giải phương trình .  b) Giải hệ phương trình . | | |
| ***a/***  ***3,5*** | Giải phương trình x2 - x - . ĐKXĐ:  Khi đó phương trình tương đương ⇔ x2 - x =  Đặt  ⇒  ⇔ 1 + 16x = 4y2 -4y + 1 ⇔ 4y2 - 4y = 16x ⇔ y2 - y = 4x (\*)  ⇒  =>  Với x = y thay vào (\*) ⇒ x2 - x = 4x  ⇔ x2 - 5x = 0 ⇔ x(x - 5) = 0    Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = 5 | 0,25  2,25  1,0 |
| ***b/***  ***3,5*** | Ta có:  ⇒ (x + y)2 + (x + y) – 12 = 0 ⇔  Nếu x + y = 3    Nếu x + y = -4  (vô nghiệm)  Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm (x; y) = (0; 3), (3; 0) | 1,5  1,0  1,0 |
| **Câu 3.** (*1,0 điểm*)  Cho  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: | | |
| ***1,0*** | Áp dụng bất đẳng thức  (với A, B, C > 0)  ⇒ với x, y, z > 0 ta có:  ⇒  ⇒    =  (Do 3(xy + yz + zx) ≤ (x + y + z)2 và x + y + z = 1)  Dấu "=" xẩy ra khi và chỉ khi  Vậy Pmin = 30 | 0,25  0,5  0,25 |
| **Câu 4.** (*8,0 điểm*).  a) Cho tam giác ABC với đường tròn bàng tiếp góc A có tâm J. Đường tròn này tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tạ các điểm A1, B1, C1. Giả sử các đường thẳng AB và A1B1 vuông góc với nhau tại D. Gọi E là chân đường cao hạ từ C1 xuống DJ. Tính các góc BEA1 và AEB1.  b) Cho tam giác ABC sao cho tồn tại điểm F nằm ở bên trong tam giác thoả mãn . Các đường thẳng BF và CF cắt các đường thẳng AC và AB lần lượt tại các điểm D và E. Chứng minh . | | |
| ***4,0*** |  | ***2,0*** |
| Gọi K là giao điểm của JC và MN. Vì  Nên JK song song và bằng PD. Do tam giác CNJ vuông tại N nên  đồng dạng với | ***1,0*** |
| Do  nên . Từ đó suy ra ba điểm P, E, C thẳng hàng.  Do  nên các điểm M, N, E nằm trên đường tròn đường kính JC. Khi đó hay BEMD là tứ giác nội tiếp.  Tứ giác ADEN cũng nội tiếp vì Suy ra . | ***1,0*** |
| ***4,0*** |  | ***0,5*** |
|  | ***0,5*** |
| Dựng ra phía ngoài hai tam giác đều ABQ, và ACP thì các điểm F, D, P thẳng hàng và các điểm F, E, Q thẳng hàng.  Ta có | ***1,0*** |
| Áp dụng định lí Ptoleme cho tứ giác nội tiếp ta được  CF + AF = PF. Từ đó suy ra | ***1,0*** |
| Tương tự ta có    . | ***1,0*** |
| **Câu 5.** (*1,0 điểm*). Viết các số 1,2,3,4,5 lên bảng. Một học sinh tiến hành xoá đi hai số a, b và thay vào đó hai số a + b và ab. Nếu động tác này được lặp đi lặp lại nhiều lần thì các số 6, 27, 2020, 2021, 2022 có xuất hiện trên bảng cùng một lúc không ? | | |
| ***1,0*** | Nếu a và b là các bội của 3 thì a.b, a + b cũng là các bội của 3. | ***0,25*** |
| Do đó số bội của 3 chỉ tăng lên sau mỗi lần xoá khi học sinh đó xoá các số dạng 3k + 1 và 3q + 2. Khi đó sẽ tạo thành hai số mới dạng 3m và 3n + 2. | ***0,25*** |
| Trong năm số ban đầu chỉ có một số là bội của 3.  Trong năm số sau có 4 số là bội của 3 nên nếu 5 số này cùng xuất hiện trên bảng thì số còn lại là 2008 phải có dạng 3n + 2 và đây là điều vô lí. Vậy 5 số đã cho không cùng xuất hiện trên bảng. | ***0,5*** |
|  |  | **20,0** |

**Lưu ý:** *Nếu học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa tương ứng cho câu đó.*